第 26 卷 第 7 期 高 能 物 理 与 核 物 理 Vol.26, No.7
2002 年 7 月 HIGH ENERGY PHYSICS AND NUCLEAR PHYSICS July, 2002

平均场动力学与冷密夸克物质色导率*

张超 郑小平[1)]

(华中师范大学物理系 武汉 430079)

摘要 首先介绍了非 Abel 输运理论基础,然后在经典非 Abel 输运理论的基础上引入并评述了平均场动力学. 作为应用,研究了有限化学势下冷密夸克物质系统的色动力学并计算出了色导率. 最后比较了有限温度和有限化学势下的结果,讨论了其在天体物理领域的潜在价值.

关键词 输运理论 色导率 非微扰效应

1 引言

在非 Abel 等离子体中,平均场动力学是理解早期宇宙或致密天体(如中子星内部)诸多性质的基础. 这是由于普遍相信在高温或大化学势下,强子物质发生相变生成夸克-胶子等离子体(QGP). 在高能重离子碰撞中,有可能形成宇宙大爆炸的早期环境. 在未来的加速器实验中,预期能获得足以产生高温 QGP 的能量. 还有在预言夸克物质存在后不久,人们就推测中子星内部可能存在一个夸克核[1]. 特别是自 1984 年 Witten 发表的那篇奠基性的工作[2]以后,对中子星内部可能出现夸克物质或存在奇异夸克星的研究取得了长足的进展. 由此,关于冷密夸克物质物态性质受到了极大关注[3]. 这直接关系到奇异星的观测和从致密天体的信息寻找 QGP 存在的证据[4].

研究等离子体系统的一个重要方面就是研究它的输运性质,如能量输运,荷输运等. QGP 作为一种非 Abel 等离子体,其色传导是由色相互作用决定的. 因而对它的研究具有突出的地位.

在预期出现的冷密奇异夸克物质中,非微扰的量子色动力学(QCD)占支配地位. 基于经典输运理论而建立起来的平均场动力学是研究非微扰色传导的有效理论方法之一. Litim 就此研究过有限温度下标度为 g^2T 的软场动力学[5],与 Bödeker[6] 讨论的软模式有效理论有非常好的一致性. 本文就应用平均场动力学讨论有限化学势下非微扰色导率.

2001-09-03 收稿

* 华中师范大学自然科学基金资助

1) E-mail: zhxp@phy.ccnu.edu.cn

2 非 Abel 输运方程

由夸克胶子构成的系统,是具有色相互作用的等离子体系统.用来描述粒子分布函数的相空间,是把普通相空间(坐标 x^μ 和动量 p^μ)扩展到包含色空间的相空间.这样 QGP 输运方程应该满足非 Abel 规范.关于 QGP 的经典和量子输运理论都已得到充分的研究,不过基于 QCD 建立起的有限温度场论与经典输运理论在讨论统计系统的热效应时完全一致[7],因而当我们研究 QGP 的热力学性质时,采用半经典输运理论是足够的.

对于相空间(x,p,Q),其经典轨迹 $x(\tau)$,$p(\tau)$,$Q(\tau)$是 Wong 方程[8]的解

$$m\frac{\mathrm{d}x^\mu}{\mathrm{d}\tau}=p^\mu,\ m\frac{\mathrm{d}p^\mu}{\mathrm{d}\tau}=gQ^aF_a^{\mu\nu}p_\nu,\ m\frac{\mathrm{d}Q^a}{\mathrm{d}\tau}=-gp_\mu f^{abc}A_b^\mu Q_c. \tag{2.1}$$

其中 A_μ^a 指4维势,其对应的场强为 $F_{\mu\nu}^a[A]=\partial_\mu A_\nu^a-\partial_\nu A_\mu^a+gf_{abc}A_\mu^bA_\nu^c$,$f_{abc}$ 为 $SU(N)$群的结构常数.相空间单粒子分布函数 $f(x,p,Q)$满足[9]

$$\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}\tau}=C(x,p,Q), \tag{2.2}$$

其中 τ 代表固有时,$C(x,p,Q)$表示碰撞项.对以相对论速度运动的粒子,它的输运方程应是洛仑兹协变的

$$m\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}\tau}=m\frac{\mathrm{d}x^\mu}{\mathrm{d}\tau}\frac{\partial f}{\partial x^\mu}+m\frac{\mathrm{d}p^\mu}{\mathrm{d}\tau}\frac{\partial f}{\partial p^\mu}+m\frac{\mathrm{d}Q^a}{\mathrm{d}\tau}\frac{\partial f}{\partial Q^a}=C, \tag{2.3}$$

由方程(2.1)和(2.3)可得[9]

$$p^\mu[\partial_\mu-gf^{abc}A_\mu^bQ_c\partial_a^Q-gQ_aF_{\mu\nu}^a\partial_p^\nu]f(x,p,Q)=C(x,p,Q), \tag{2.4a}$$

这就是非 Abel 输运方程或称动力论方程.其中背景场满足 Yang-Mills 方程

$$D_\mu F^{\mu\nu}(x)=J^\nu(x), \tag{2.4b}$$

$$J_a^\mu(x)=g\int\mathrm{d}P\mathrm{d}Qp^\mu Q_af(x,p,Q). \tag{2.4c}$$

这里 J^ν 为色流,协变导数 $D_\mu^{ac}[A]=\partial_\mu\delta^{ac}+gf^{abc}A_\mu^b$.当把色粒子看成量子概念下的粒子时,可获得量子输运方程,不过在半经典极限下,可得类似(2.4)的形式[10].

由于色自由度的存在,非 Abel 输运方程与 Abel 输运方程有着本质的区别.色空间相互作用使输运方程出现非线性项,而且正是由于这一项的出现,使得(2.4)满足 $SU(3)$规范.当令碰撞项 $C=0$ 后,方程(2.4)即成为非 Abel 的 Vlasov 型方程.

3 平均场动力学

对于一个具有涨落的系统,一般可将下面的量分解成平均部分和涨落部分[11]

$$A_\mu^a=\overline{A}_\mu^a+a_\mu^a,\quad f=\overline{f}+\delta f,\quad J_a^\mu=\overline{J}_a^\mu+\delta J_a^\mu. \tag{3.1}$$

在物理量上加一横表示平均值.如 $\overline{f}=\langle f\rangle$,$\overline{A}=\langle A\rangle$,对应的涨落的平均值为零.又分离 $F_{\mu\nu}^a$ 为

$$F_{\mu\nu}^a=\overline{F}_{\mu\nu}^a+f_{\mu\nu}^a, \tag{3.2a}$$

$$f_{\mu\nu}^{a} = (\overline{D}_{\mu}a_{\nu} - \overline{D}_{\nu}a_{\mu})^{a} + gf^{abc}a_{\mu}^{b}a_{\nu}^{c}, \tag{3.2b}$$

其中 $\overline{D} \equiv D[\overline{A}]$, $\overline{F} \equiv F[\overline{A}]$. 值得注意的是,平均场强 $\langle F_{\mu\nu}^{a} \rangle = \overline{F}_{\mu\nu}^{a} + gf^{abc}\langle a_{\mu}^{b}a_{\nu}^{c} \rangle$.

对式(2.4)取平均值后发现平均场动力论方程(其中令 $C=0$)

$$p^{\mu}[\overline{D}_{\mu} - gQ_{a}\overline{F}_{\mu\nu}^{a}\partial_{p}^{\nu}]\bar{f} = \langle \eta \rangle + \langle \xi \rangle, \tag{3.3a}$$

$$\overline{D}_{\mu}\overline{F}^{\mu\nu} + \langle J_{\text{fluc}}^{\nu} \rangle = \overline{J}^{\nu}. \tag{3.3b}$$

其中在式(3.3a)中我们用到了 $[\partial_{\mu} - gf^{abc}A_{\mu}^{b}Q_{c}\partial_{a}^{Q}]f \equiv D_{\mu}f$. 函数 η, ξ 和 J_{fluc} 为二阶和更高阶的涨落项,且有

$$\eta \equiv gQ_{a}p^{\mu}\partial_{p}^{\nu}f_{\mu\nu}^{a}\delta f, \tag{3.4a}$$

$$\xi \equiv gp^{\mu}f^{abc}Q^{c}(\partial_{a}^{Q}a_{\mu}^{b}\delta f + ga_{\mu}^{a}a_{\nu}^{b}\partial_{p}^{\nu}\bar{f}), \tag{3.4b}$$

$$J_{\text{fluc}}^{a,\nu} \equiv gf^{abc}[\overline{D}_{ad}^{\mu}a_{b,\mu}a_{c}^{\nu} + \delta_{ab}a_{b,\mu}f_{c}^{\mu\nu}]. \tag{3.4c}$$

由式(2.4)减去式(3.3)就得到了相应的涨落方程

$$p^{\mu}[\overline{D}_{\mu} - gQ_{a}\overline{F}_{\mu\nu}^{a}\partial_{p}^{\nu}]\delta f - gp^{\mu}a_{b,\mu}f^{abc}Q_{c}\partial_{a}^{Q}\bar{f} - gQ_{a}[\overline{D}_{\mu}a_{\nu} - \overline{D}_{\nu}a_{\mu}]^{a}p^{\mu}\partial_{\nu}^{p}\bar{f} = \eta + \xi - \langle \eta + \xi \rangle, \tag{3.5a}$$

$$[\overline{D}^{2}a^{\mu} - \overline{D}^{\mu}(\overline{D}_{\nu}a^{\nu})]^{a} + 2gf^{abc}\overline{F}_{b}^{\mu\nu}a_{c,\nu} + J_{\text{fluc}}^{a,\mu} - \langle J_{\text{fluc}}^{a,\mu} \rangle = \delta J^{a,\mu}. \tag{3.5b}$$

以上的动力论方程足以解释所有的等离子体输运现象. 这就是基于输运理论建立起来的非 Abel 等离子体平均场动力学的基本方程. 文献[12]中作了详尽的研究,在此只作简单评述.

方程(3.3)和(3.5)是完全精确的,没有作任何近似,特别值得注意的是它们在非平衡状态下仍然有效. 它们都具有规范不变性,类似于背景场理论[13]. 在平均规范场对称下是协变的. 文献[12]中有更详细的讨论.

函数 $\langle \eta \rangle$ 和 $\langle \xi \rangle$ 可看作是 Boltzmann 方程(3.3a)的有效碰撞积分项. 在公式中,碰撞积分以统计涨落的关联函数的形式出现. 规范场的涨落造成了粒子运动的随机变化,因此,它们可以被认为与碰撞具有相同的效果. 同时也应注意到被规范场的涨落所感应的流 $\langle J_{\text{fluc}} \rangle$ 是一个纯非 Abel 效应.

要积出涨落项首先要在平均场的背景下解涨落方程(3.5),然后其解被代入(3.4)式,在取了统计平均后,在(3.3)式中的有效碰撞积分和感应流就被确定了

4 色导率的计算

当前在物理学和天文学中,对 QGP 的研究有两方面的积极意义. 一是寻找 QGP 物态,它是重离子加速器实验目标之一. 其二,预言的奇异夸克星已到了如何探测的实质性阶段. 文献[5]讨论平均场动力学的出发点是为了研究高温 QGP 或早期宇宙的性质,但在建立这一理论方法时并没有采用任何先决条件,它同样适用于探讨大化学势下的 QGP 课题. 恰好奇异夸克星或致密星的内部具有或可能具有冷密的 QGP 物质. 因此,平均场动力学可以用来理解奇异星性质,或提供可能的探测依据的理论基础. 现在考虑平衡态附近的冷等离子体,其化学势很大而温度接近于绝对零度. 对于小的涨落,则相对于二体碰

撞,三体碰撞可以被忽略,即可忽略式(3.4a)和(3.4c)中涨落的三次项.同样地,还可运用二阶矩近似,令 $\eta=\langle\eta\rangle$,$\xi=\langle\xi\rangle$及 $J_{\rm fluc}=\langle J_{\rm fluc}\rangle$,这就使得(3.5)式变成了线性方程,这被解释为忽略了涨落理论中的碰撞涨落项.另外,只要 $g|\bar{F}_a^{\mu\nu}|/m_{\rm D}\ll\mu$,(3.5a)式中包含的平均场强的项对比于其他项为小量可以被忽略,其中 $m_{\rm D}$ 为德拜质量[10],μ 为化学势.

平均分布函数按耦合常数 g 展开为$\bar{f}(x,p,Q)=\bar{f}^{q}(p_0)+g\bar{f}^{(1)}(x,p,Q)+\cdots$.这里我们仅考虑无质量的粒子有 $\int{\rm d}QQ_aQ_b=C_2\delta_{ab}$,其中 C_2 在伴随表示和基础表示下分别取 N 和 $\frac{1}{2}$.

考虑流密度

$$J^{\rho}_{a_1\cdots a_n}(x,p)=gp^{\rho}\int{\rm d}QQ_{a_1}\cdots Q_{a_n}f(x,p,Q),\tag{4.1a}$$

$$\tilde{J}^{\rho}_{a_1\cdots a_n}(x,\upsilon)=\int{\rm d}\tilde{P}J^{\rho}_{a_1\cdots a_n}(x,p),\tag{4.1b}$$

其中 ${\rm d}\tilde{P}$ 仅对径向分量进行积分.${\rm d}P={\rm d}\tilde{P}\,\frac{{\rm d}\Omega}{4\pi}$,且有 $\upsilon^{\mu}=(1,\boldsymbol{v})$,$\boldsymbol{v}^2=1$.若将剩余的角度进行积分的话,便得到色流 $J(x)=\int\frac{{\rm d}\Omega}{4\pi}\tilde{J}(x,\upsilon)$.

在式(3.3a)两边乘以 gQ_ap^{ρ}/p_0,对 ${\rm d}\tilde{P}{\rm d}Q$ 积分后,对于 g 的领头阶平均流密度获得

$$\upsilon^{\mu}\bar{D}_{\mu}\tilde{\bar{J}}^{\rho}+m_{\rm D}^2\upsilon^{\rho}\upsilon^{\mu}\bar{F}_{\mu0}=\langle\eta^{\rho}\rangle+\langle\xi^{\rho}\rangle,\tag{4.2a}$$

$$\bar{D}_{\mu}\bar{F}^{\mu\nu}+\langle J^{\nu}_{\rm fluc}\rangle=\bar{J}^{\nu},\tag{4.2b}$$

其中,德拜质量 $m_{\rm D}^2=-\frac{g^2C_2}{4\pi^3}\int{\rm d}\tilde{P}p_0{\rm d}\bar{f}^{q}(p)/{\rm d}p$,且有

$$\eta^{\rho}_a=-g\int\frac{{\rm d}\tilde{P}}{{\rm d}p_0}\Big\{(\bar{D}_{\mu}a^{\rho}-\bar{D}^{\rho}a_{\mu})^b\delta J^{\mu}_{ab}(x,p)-\frac{p^{\rho}}{p_0}(\bar{D}_{\mu}a_0-\bar{D}_0a_{\mu})^b\delta J^{\mu}_{ab}(x,p)\Big\},\tag{4.3a}$$

$$\xi^{\rho}_a=-gf_{abc}\upsilon^{\mu}a^b_{\mu}\delta\tilde{J}^{c,\rho},\tag{4.3b}$$

$$J^{\rho,a}_{\rm fluc}=gf^{abc}\{\bar{D}^{ad}_{\mu}a^{\mu}_ba^{\rho}_c+\delta^{ad}a^b_{\mu}(\bar{D}^{\mu}a^{\rho}-\bar{D}^{\rho}a^{\mu})^c\}.\tag{4.3c}$$

对于涨落部分我们发现

$$[\upsilon^{\mu}\bar{D}_{\mu}\delta\tilde{J}^{\rho}]_a=-m_{\rm D}^2\upsilon^{\rho}\upsilon^{\mu}[\bar{D}_{\mu}a_0-\bar{D}_0a_{\mu}]^a-gf_{abc}\upsilon^{\mu}a^b_{\mu}\bar{\tilde{J}}^{c,\rho},\tag{4.4a}$$

$$[\upsilon^{\mu}\bar{D}_{\mu}\delta\tilde{J}^{\rho}]_{ab}=g\upsilon^{\mu}a^m_{\mu}(f_{mac}\delta_{bd}+f_{mbd}\delta_{ac})\bar{\tilde{J}}^{\rho}_{cd},\tag{4.4b}$$

$$[\bar{D}^2a^{\mu}-\bar{D}^{\mu}(\bar{D}a)]_a+2gf_{abc}\bar{F}^{\mu\nu}_ba_{c,\nu}=\delta J^{\mu}_a.\tag{4.4c}$$

利用 δf 的初态边界条件及 $a_{\mu}(t=0)=0$ 可解出涨落方程(4.4a).对于 $x_0\equiv t\geqslant0$ 可得流涨落,利用 Green 函数方法,从(4.4)可获得 $\delta\tilde{J}_a$ 为

$$\delta\tilde{J}^{\rho}_a(x,\upsilon)=\bar{U}_{ab}(x,x_{\tau})\delta\tilde{J}^{\rho}_b(x_{\tau},\upsilon)-\int_0^{\infty}{\rm d}\tau\bar{U}_{ab}(x,x_{\tau})\{gf_{bdc}\upsilon^{\mu}a^d_{\mu}(x_{\tau})\bar{\tilde{J}}^{\rho}_c(x_{\tau},\upsilon)+m_{\rm D}^2\upsilon^{\rho}\upsilon^{\mu}[\bar{D}_{\mu}a_0-\bar{D}_0a_{\mu}]^b(x_{\tau})\},\tag{4.5}$$

这里引入了 $x_\tau \equiv x - v\tau$ 和平移算符 $\overline{U}_{ab}$,满足 $v^\mu \overline{D}^x_\mu \overline{U}_{ab}(x,y)\big|_{y=x_\tau}=0$,为了解(4.4c)中的 a_μ,我们利用 $\overline{U}_{ab}=\delta_{ab}+O(g\overline{A})$对 a_μ 以 $g\overline{A}$和 $g\overline{\tilde{J}}$ 作二重展开,这里用 $a^{(n,m)}$ 来标记.

对于我们所需要的精度,只需考虑到 $g\overline{A}$的第零级项和 $g\overline{\tilde{J}}$ 的第一级项近似就够了.利用单边 Fourier 变换及规范条件 $\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{a}^{(0,0)}=0$,根据已有的工作[12]可得

$$a^{\mathrm{T}(0,0)}_{i,a_+}(k) = \frac{1}{-k^2+\Pi_{\mathrm{T}}}\int\frac{\mathrm{d}\Omega_v}{4\pi}\frac{\delta\tilde{J}^{\mathrm{T}}_{i,a}(t=0,\boldsymbol{k},v)}{-\mathrm{i}k\cdot v}, \tag{4.6a}$$

$$a^{\mathrm{T}(0,1)}_{i,a_+}(k) = \frac{-gf_{abc}}{-k^2+\Pi_{\mathrm{T}}}P^{\mathrm{T}}_{ij}(\boldsymbol{k})\int\frac{\mathrm{d}\Omega_v}{4\pi}\frac{1}{-\mathrm{i}k\cdot v}\int\frac{\mathrm{d}^4q}{(2\pi)^4}v^\mu a^{b(0,0)}_\mu(q)\,\overline{\tilde{J}}{}^c_j(k-q,v). \tag{4.6b}$$

函数 $\Pi_{\mathrm{T}}(k)$是等离子体的横向极化张量. $P^{\mathrm{T}}_{ij}(\boldsymbol{k})=\delta_{ij}-k_ik_j/\boldsymbol{k}^2$ 为横向投影. 且有 $a^{\mathrm{T}}_i\equiv P^{\mathrm{T}}_{ij}a_j$.

为了解出方程(3.3),现在惟一要解决的是对有效碰撞项的处理. 当取 $g\overline{A}$的零阶项时,对碰撞积分$\langle\xi\rangle$,$\langle\eta\rangle$和涨落流$\langle J_{\mathrm{fluc}}\rangle$可按 $\tilde{J}$ 幂次展开,即

$$\langle\xi\rangle=\langle\xi^{(0)}\rangle+\langle\xi^{(1)}\rangle+\cdots,\langle\eta\rangle=\langle\eta^{(0)}\rangle+\langle\eta^{(1)}\rangle+\cdots,\langle J_{\mathrm{fluc}}\rangle=\langle J^{(0)}_{\mathrm{fluc}}\rangle+\langle J^{(1)}_{\mathrm{fluc}}\rangle+\cdots. \tag{4.7}$$

其中那些零阶项皆为零. 如果我们仅考虑领头阶贡献,只需计算$\langle\xi^{(1)}\rangle$

$$\langle\xi^{(1)}_{\rho,a}\rangle = gf_{abc}v^\mu\Big\{-\langle a^{(0,1)}_{\mu,b}(x)\delta\tilde{J}^{(0)}_{\rho,c}(x,v)\rangle + gf_{cde}v^\nu\int_0^\infty\mathrm{d}\tau\,\overline{\tilde{J}}_{\rho,e}(x_\tau,v)\langle a^{(0,0)}_{\mu,b}(x)a^{(0,0)}_{\nu,d}(x_\tau)\rangle\Big\}, \tag{4.8}$$

(4.8)式右边涉及到场涨落关联的计算,我们利用

$$\langle\delta f\delta f'\rangle_{t=0}=\delta^{(3)}(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{x}')\delta(\boldsymbol{p}-\boldsymbol{p}')\delta(Q-Q')\bar{f}(x,p,Q), \tag{4.9}$$

其中忽略了两粒子关联. 利用(2.4c)和(4.6),通过一些积分计算获得[12]

$$\langle a^{\mathrm{T}(0,0)}_{i,a}a^{\mathrm{T}(0,0)}_{j,b}\rangle = g^2B_{\mathrm{C}}C_2\delta^{ab}(2\pi)^4\delta^{(4)}(k+q)\frac{P^{\mathrm{T}}_{ik}(\boldsymbol{k})P^{\mathrm{T}}_{jl}(\boldsymbol{k})}{|-k^2+\Pi_{\mathrm{T}}|^2}\int\frac{\mathrm{d}\Omega_v}{4\pi}v_kv_l\delta(k\cdot v), \tag{4.10}$$

其中 Ω_v 为立体角,$B_{\mathrm{C}}=\frac{2}{\pi}\int_0^\infty\mathrm{d}pp^2\bar{f}^{\mathrm{eq}}(p)$ 这样在动量空间中,由(4.8)可算得

$$\langle\xi^{(1)}_{\rho,a}(k,v)\rangle\approx -g^4C_2NB_{\mathrm{C}}v^\rho\int\frac{\mathrm{d}\Omega_v}{4\pi}C(\boldsymbol{v},\boldsymbol{v}')(\overline{\tilde{J}}{}^0_a(k,v)-\overline{\tilde{J}}{}^0_a(k,v')), \tag{4.11}$$

$$C(\boldsymbol{v},\boldsymbol{v}')=\int\frac{\mathrm{d}^4q}{(2\pi)^4}\left|\frac{v_iP^{\mathrm{T}}_{ij}v'_j}{-q^2+\Pi_{\mathrm{T}}}\right|^2(2\pi)\delta(q\cdot v)(2\pi)\delta(q\cdot v'). \tag{4.12}$$

对(4.12)的计算已有现成的答案[14],这里只需提示由于不存在横向的磁屏蔽,故当 $q_0=0$ 时作红外截断. 因而在对数领头阶下得

$$C(\boldsymbol{v},\boldsymbol{v}')\approx\frac{2}{\pi^2m_{\mathrm{D}}^2}\ln\left(\frac{1}{g}\right)\frac{(\boldsymbol{v},\boldsymbol{v}')^2}{\sqrt{1-(\boldsymbol{v},\boldsymbol{v}')^2}}. \tag{4.13}$$

(4.11)和(4.13)显示,$\langle\xi^{(1)}\rangle$仅依赖参数 B_C 和 m_D. 对于零温情形,考虑简并 Feimi 气体有 $\bar{f}^{eq}=\theta(\mu-p_0)$. 另外,考虑一个致密环境,奇异夸物质系统才具有稳定结构,因而应考虑 u,d,s3 种夸克,用 N_F 表示夸克的味数,则可算得 $B_C=2N_F\mu^3/3\pi$, $m_D^2=N_F C_2 g^2\mu^2/\pi^2$. 最终获得

$$\langle\xi^{(1)}_{\rho,a}(x,v)\rangle=\frac{-g^2}{12\pi}N\mu\ln\left(\frac{1}{g}\right)v_\rho\int\frac{d\Omega_{v'}}{4\pi}\mathscr{T}(v,v')\,\bar{\tilde{J}}^0_a(x,v'), \tag{4.14}$$

$$\mathscr{T}(v,v')\equiv\delta^{(2)}(\boldsymbol{v}-\boldsymbol{v}')-\mathscr{K}(\boldsymbol{v},\boldsymbol{v}'),\mathscr{K}(\boldsymbol{v},\boldsymbol{v}')=\frac{4}{\pi}\frac{(\boldsymbol{v}\cdot\boldsymbol{v}')^2}{\sqrt{1-(\boldsymbol{v}\cdot\boldsymbol{v}')^2}}. \tag{4.15}$$

将(4.14)代入平均场方程(4.2)得

$$v^\mu\bar{D}_\mu\,\bar{\tilde{J}}^\rho(x,v)+m_D^2v^\rho v^\mu\bar{F}_{\mu0}(x)=-\gamma v^\rho\int\frac{d\Omega_{v'}}{4\pi}\mathscr{T}(\boldsymbol{v},\boldsymbol{v}')\,\bar{\tilde{J}}^0(x,v'), \tag{4.16a}$$

$$\bar{D}_\mu\bar{F}^{\mu\nu}=\bar{J} \tag{4.16b}$$

比较(4.14)和(4.16a),引入了:$\gamma=\frac{g^2}{12\pi}N\mu\ln(1/g)$. (4.17)

将(3.16a)改写为

$$(v^\mu\bar{D}_\mu+\gamma)\,\bar{\tilde{J}}^\rho(x,v)=-m_D^2v^\rho v^\mu\bar{F}_{\mu0}(x)+\gamma v^\rho\int\frac{d\Omega_{v'}}{4\pi}\mathscr{K}(\boldsymbol{v},\boldsymbol{v}')\,\bar{\tilde{J}}^0(x,v'), \tag{4.18}$$

对(4.18)两边作积分 $\int\frac{d\Omega_v}{4\pi}$ 可获得色流满足的方程,因为 $\int\frac{d\Omega_v}{4\pi}\boldsymbol{v}k(\boldsymbol{v},\boldsymbol{v}')=0$,(4.18)最后一项对 $\tilde{J}$ 没有贡献. 这样可得下列非局域解为

$$\tilde{J}^i_a(x)=-m_D^2\int\frac{d\Omega_v}{4\pi}\int_0^\infty d\tau\{\exp(-\gamma\tau)\bar{U}_{ab}(x,x-v\tau)v^iv^j\bar{F}_{j0,b}(x-v\tau)\}. \tag{4.19}$$

色导率张量被定义为:$\sigma^{ij}_{ab}(x,y)=\frac{\delta J^i_a(x)}{\delta E^b_j(y)}$. (4.20)

在动量空间,色导率张量被表述为规范场势 A 的一个无穷级数. 取其领头项得

$$\sigma^{ij}_{ab}(k)=\delta_{ab}m_D^2\int\frac{d\Omega_v}{4\pi}\frac{v^iv^j}{-i(k\cdot v)+\gamma}. \tag{4.21}$$

在局域极限近似下

$$\bar{U}_{ab}(x,x-v\tau)\approx\bar{U}_{ab}(x,x)=\delta_{ab},\quad \bar{F}_{j0}(x-v\tau)\approx\bar{F}_{j0}(x), \tag{4.22}$$

则(4.19)式可表述为

$$\tilde{J}^i_a(x)=\sigma\bar{E}^i_a, \tag{4.23}$$

$$\sigma=\frac{m_D^2}{3\gamma}=\frac{4\pi m_D^2}{g^2N\mu\ln(1/g)}=\frac{2}{\pi}\frac{N_F}{N}\mu\ln^{-1}(1/g). \tag{4.24}$$

5 小结

我们认为基于输运理论建立起来的平均场动力学,不仅可以研究高温 QGP 课题,而且对冷密夸克物质的研究也是有效的. 在有限温度下已证明这一方法有益于讨论软模式

的非微扰动力学[12],而今我们在大化学势条件下的研究进一步证明了这一点,并且在冷密夸克物质系统,非微扰问题是非常重要的.

我们计算了简并夸克气体的色导率,结果发现与高温情形比较,有完全相同的形式.除系数外,惟一的区别在于高温情形下依赖于温度而低温情形下依赖于化学势.

如果把这一输运过程应用到包含夸克物质的致密星系统,我们相信,它将影响致密星的物态、演化和辐射.这有待我们进一步深入研究.

参考文献(References)

1 Collins J C, Perry M J. Phys. Rev. Lett., 1975, **30**:1353; Boym G, Chin S A. Phys. Lett., 1976, **B62**:241; Freedman B A, Meleran L D. Phys. Rev., 1978, **D17**:1109

2 Witten E. Phys. Rev., 1984, **D30**:372

3 Fahri E, Jaffe R L. Phys. Rev., 1984, **D30**:2379; Schertler K, Greiner C, Thoma M H. Nucl. Phys., 1997, **A616**:659—679; Fraga E S, Pisarski R D, Bielich J S. Phys. Rev., 2001, **D63**:121702

4 Schertler K, Greiner G, Bielich J S et al. Nucl. Phys., 2000, **A677**:463—490

5 Litim D F, Manuel C. Phys. Rev. Lett., 1999, **82**:4981—4984

6 Bödeker D. Phys. Lett., 1998, **B426**:351

7 Kelly P R, LIU Q, Lucchesi C et al. Phys. Rev. Lett., 1994, **72**:3461

8 Wong S. Nuovo Cim., 1970, **65A**:689

9 Kelly P R, LIU Q, Lucchesi C et al. Phys. Rev., 1994, **D50**:4029

10 Heinz U. Phys. Rev. Lett., 1983, **51**:351; Ann. Phys., 1985, **161**:48; 1986, **168**:148

11 ZHENG Xiao-Ping, LI Jia-Rong. Phys. Lett., 1997, **B409**:45

12 Littim D F, Manuel C. Nucl. Phys., 1999, **B562**:237

13 Abbott L F. Nucl. Phys., 1981, **B185**:189; Elze H Th. Z. Phys., 1990, **C47**:647

14 Arnold P, Son D T, Yaffe L G. Phys. Rev., 1999, **D59**:105020

Mean Field Dynamics and Color Conductivity of Cold and Dense Quark Matter*

ZHANG Chao　ZHENG Xiao-Ping[1)]

(Department of Physics, Central China Normal University, Wuhan 430079, China)

Abstract We first review the non-Abelian transport theory and its mean field dynamics. The theory is then applied for studying the color electric dynamics of cold and dense quark matter at large chemical potential, and color conductivity with non-perturbation effect is obtained. Finally, we compare the results at large chemical potential with that at high temperature, and discuss possible applications in the field of astrophysics.

Key words transport theory, color conductivity, non-perturbation effect

Received 3 September 2001

* Supported by NSF of Central China Normal University.

1) E-mail: zhxp@phy.ccnu.edu.cn