

$A \approx 160$ 区奇质量数 Tm 同位素的能级结构

曾国模¹⁾ 宋慧超

(吉林大学物理学院, 吉林大学理论化学计算国家重点实验室 长春 130023)

摘要 利用粒子-三轴转子模型, 计算了 $A \approx 160$ 区奇质量数 Tm 同位素系列的能级结构. 通过调整能隙和科氏减弱因子, 较好地拟合了各 Tm 同位素的低激发转动带, 并给出它们的能隙随中子数变化的规律.

关键词 粒子-转子模型 三轴形变 Tm 同位素

1 引言

近年来, $A \approx 160$ 区 Tm 的奇质量数同位素积累了丰富的实验数据^[1-4], 它们大都具有分类清楚、相对完整的能带结构, 便于进行系统地分析. 本文将粒子-三轴转子模型^{[5-8]; 2)} 应用于同位素系列^{161, 163, 165, 167} Tm, 分析它们的正宇称态的内禀结构、形变类型, 并考察模型中可调参数随中子数的变化规律.

2 理论模型

在粒子-三轴转子模型中, 总哈密顿量

$$H = H_{rot} + H_{sp} + H_{pair}, \quad (1)$$

式中 H_{rot} , H_{sp} 和 H_{pair} 分别为三轴转子哈密顿量、单粒子哈密顿量和对相互作用. 在该模型中, 未成对的单个核子(奇核子)占据费米面附近不同的形变 Nilsson 势的轨道 ν , 相应的波函数 χ_ν 是不同的 j 壳层的混杂, 通过求解单粒子哈密顿量 H_{sp} 的本征方程

$$H_{sp} \chi_\nu = \epsilon_\nu^s \chi_\nu, \quad (2)$$

而得到

$$\chi_\nu = \sum_{Nlj\Omega} C_{Nlj\Omega} |Nlj\Omega\rangle, \quad (3)$$

这里 $|Nlj\Omega\rangle$ 为 j^2 和 j_z 的共同本征态. H_{sp} 可化为

2001-11-20 收稿

1) 通讯联系人

2) Semmes P, Ragnarsson I. The Particle + Rotor Model and Its Application, Lecture Notes: School Hands on Nuclear Structure Theory for Experimentalists, Edited by Ragnarsson I and Semmes P

$$H_{\text{sp}} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + \frac{1}{2} m \omega_0^2 r^2 \left\{ 1 - 2\beta \left[\cos \gamma Y_{20} + \frac{1}{\sqrt{2}} \sin \gamma (Y_{22} + Y_{2-2}) \right] \right\} - CS \cdot I - D [I^2 - \langle I^2 \rangle_N]. \quad (4)$$

通常对上式进行无量纲处理, 将参数 C, D 转换为 κ, μ ^[9] 在本文的计算中, κ, μ 取为标准值^[10], 四极形变参数 β 和三轴形变参数 γ 的选取使能谱尽量符合实验值(本文按多数文献中的做法, 取 $\epsilon = \frac{3}{2} \sqrt{\frac{5}{4\pi}} \beta$ 以代替 β). 通过核心第二和第一条 2^+ 能级的比值, 即 $E(2_2^+)/E(2_1^+)$, 可估计出 γ 的值^[5].

奇核子与非对称的转动核心, 即三轴转子相耦合, 总波函数由下式给出:

$$|IM\rangle = \sum_{\kappa} a_{\kappa}^I |IMK\nu\rangle, \quad (5)$$

其中 $|IMK\nu\rangle$ 为强耦合基,

$$|IMK\nu\rangle = \sqrt{\frac{2I+1}{16\pi^2}} \sum_{Nj\Omega} C_{Nj\Omega}^{\nu} [D_{M\kappa}^I |Nlj\Omega\rangle + (-1)^{(I-K)} D_{M-K}^I |Nlj-\Omega\rangle], \quad (6)$$

这里 K 为总角动量 I 在主体坐标系 z 轴的投影, 其可取值为 $|K| \leq I$ 的一组半整数值. 由于核心为三轴转子 ($\gamma \neq 0$), K 不是好量子数, 通常用符号 \bar{K} 表示总波函数的最大分量的 K 值并按 \bar{K} 值划分能带^[6]. 为了便于讨论问题, 限定 K 的正常态和时间反演态分别同 Ω 的正常态和时间反演态取相同的一组值. 正常态 $K = -5/2, -1/2, 3/2, \dots$, 其时间反演态 $-K$ 相应取值为 $-3/2, 1/2, 5/2, \dots$. 对于某一总角动量 I , 选取费米面附近具有相同宇称的 3—4 条轨道张成模型空间^[5], 费米面利用关系式

$$\sum_{\nu} \left[1 - \frac{(\epsilon_{\nu} - \lambda)}{\sqrt{(\epsilon_{\nu} - \lambda)^2 + \Delta^2}} \right] = n_0 \quad (7)$$

算出. 由(6)式知, K 只需取正常态的一组值或时间反演态的一组值, 整个模型空间的维数为 K 与 ν 所有可能的取值组合的个数. 在此基下, 将三轴转子哈密顿量

$$H_{\text{rot}} = \sum_{i=1}^3 \frac{\hbar^2 R_i^2}{2J_i} = \sum_{i=1}^3 \frac{\hbar^2 (I_i - j_i)^2}{2J_i} \quad (8)$$

对角化, 即可得到(5)式中的系数 a_{κ}^I . 式中 j, R 和 I 分别为单粒子角动量、转子角动量和总角动量. 转动惯量 J_k 采用流体力学惯量公式得到,

$$J_k = \frac{4}{3} J_0 \sin^2 \left(\gamma + \frac{2\pi}{3} k \right), \quad (9)$$

其中 J_0 由第一个 2^+ 能级给出.

(1) 式中的对相互作用 H_{pair} 用标准 BCS 方法处理, 相关的矩阵元均可由纯单粒子矩阵元乘以系数 $(u_{\mu} u_{\nu} + v_{\mu} v_{\nu})$ 得到. 对非对角单粒子矩阵元还需乘以 Coriolis 减弱因子 ξ , 以修正理论结果. 本文将 ξ 作为可调参数.

3 结果和讨论

将上述模型应用于^{161, 163, 165, 167}Tm, 在计算过程中, 取费米面附近第 16 至 19 条轨道, 并

调整能隙和科氏减弱因子的数值,使理论值与实验值有较好的符合. 表 1 列出了计算中所需的各输入量和拟合参数. 作为示例,图 1 给出了 ^{165}Tm 费米面附近的单粒子 Nilsson 能级图.

表 1 计算中所需的参数和输出参量

| A | $\gamma/(\circ)$ | ϵ | $J_0/\hbar^2 \text{MeV}^{-1}$ | ξ | Δ/MeV | λ/MeV |
|-----|------------------|------------|-------------------------------|--------|---------------------|----------------------|
| 161 | 15.065 | 0.225 | 27.36 | 0.9863 | 1.51 | 41.77 |
| 163 | 13.297 | 0.242 | 32.73 | 1.0 | 1.32 | 41.47 |
| 165 | 12.890 | 0.255 | 36.31 | 1.0 | 1.13 | 41.19 |
| 167 | 12.676 | 0.260 | 41.05 | 0.97 | 0.96 | 41.05 |

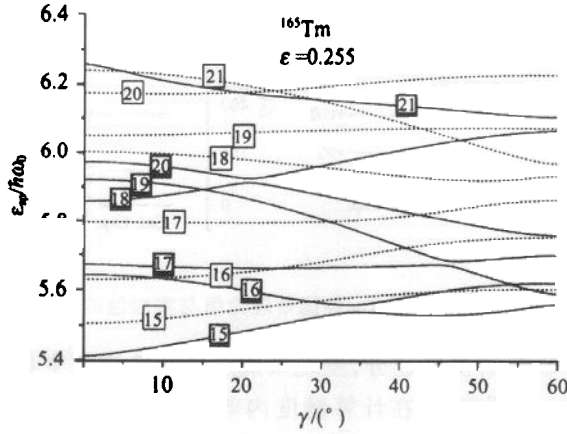


图 1 ^{165}Tm 费米面附近单粒子 Nilsson 能级图

实线和虚线分别代表正宇称和负宇称.

$A \approx 160$ 区 Tm 同位素系列非轴对称形变都比较小,所以它们的单粒子波函数相对来说都比较纯,在实验上可以观测到类似于轴对称奇 A 核的能谱. 作为一个示例,表 2 给出 ^{165}Tm 的单粒子波函数的计算结果(只给出几率较大的成分). 由表 2 可见,第 17—19 条轨道的最大成分分别为 $\left|42 \frac{5}{2} - \frac{3}{2}\right\rangle$ (占 67.1%), $\left|42 \frac{3}{2} \frac{1}{2}\right\rangle$ (占 46.5%), $\left|44 \frac{7}{2} - \frac{7}{2}\right\rangle$ (占 93.7%). 这些主要成分与轴对称势场中的 Nilsson 能级(用渐近好量子数 $[Nn_3 \Delta \Sigma]$ 标志)相对应,我们据此将第 17—19 条单粒子轨道近似地划归相应的 Nilsson 轨道,分别记为 $[411 3/2]$, $[411 1/2]$ 和 $[404 7/2]$, 这些单粒子态再分别同核心耦合成相应的转动带. 在图 2 中,我们依此将 $^{161, 163, 165, 167}\text{Tm}$ 的低激发谱划分成 $7/2[404]$, $1/2[411]$ 和 $3/2[411]$ 等能带,并将理论谱与实验谱进行了比较,实验数据分别取自文献[1—4].

表 2 ^{165}Tm 的单粒子波函数

| 轨道序号(ν) | 波函数 $ Nn_3 \Delta \Sigma\rangle$ | | |
|---------------|----------------------------------|--------------------------------|-------------------------------|
| 16 | 0.885 $ 44 7/2 5/2\rangle$ | - 0.233 $ 42 5/2 - 3/2\rangle$ | - 0.205 $ 42 3/2 1/2\rangle$ |
| 17 | 0.819 $ 42 5/2 - 3/2\rangle$ | - 0.315 $ 44 7/2 - 3/2\rangle$ | - 0.302 $ 44 7/2 5/2\rangle$ |
| 18 | 0.682 $ 42 3/2 1/2\rangle$ | 0.411 $ 42 5/2 1/2\rangle$ | - 0.355 $ 44 7/2 1/2\rangle$ |
| 19 | 0.968 $ 44 7/2 - 7/2\rangle$ | - 0.174 $ 42 3/2 3/2\rangle$ | 0.114 $ 66 11/2 - 7/2\rangle$ |

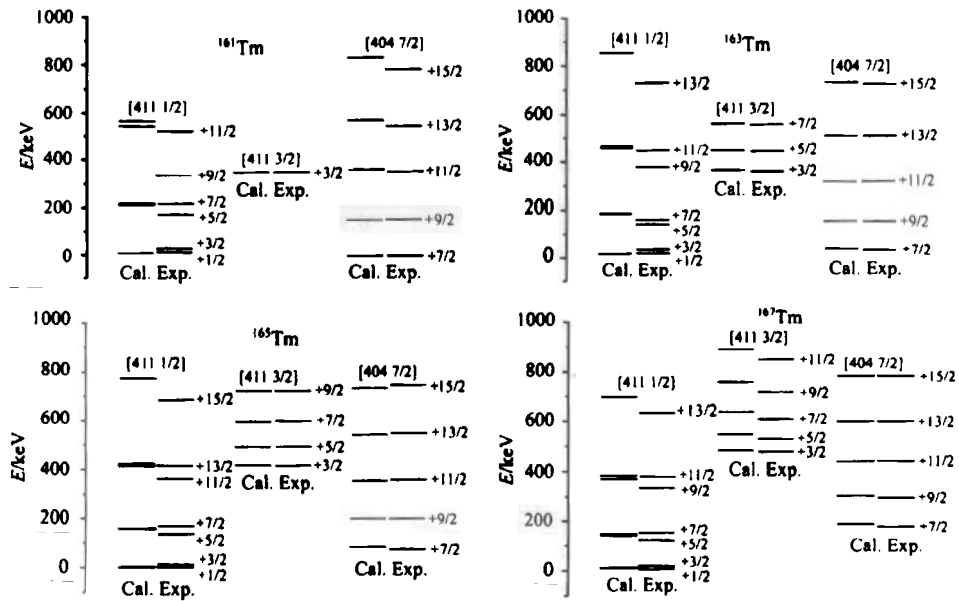


图 2 ^{161,163,165,167}Tm 各能带理论值与实验值的比较

分析第 17—19 条轨道的主要成分,发现未成对核子轨道中主要 Nilsson 能级的角动量在 z' 轴(本体坐标系)上的投影 Ω 在计算精度内等于总角动量 I 在同一方向的投影 K 的值,这与轴对称的情况很相似,这是由于非轴对称形变 γ 比较小的缘故. 通过调整 γ 的数值,我们发现相对其他能级而言 1/2 带, 3/2 带和 7/2 带内的能级随 γ 变化不大,因而推测当奇 A 核体系处于这些带中时,转子所处的状态恰好是偶偶核心的正常态.

$A \approx 160$ 区奇质量数 Tm 同位素的未成对核子为质子,它们占据大致相同的单粒子轨道,所以实验和理论给出的各同位素的能谱非常相似. 虽然非轴对称形变 γ 不为零,因而总角动量 I 在本体坐标系中的投影 K 不再为好量子数,但该区 Tm 同位素的 γ 形变均较小,粒子-转子总的波函数中许多取值几率最大的成分的几率值都在 80% 以上,所以我们按这些成分的 K (记为 \bar{K})值对转动带进行了划分^[6],并同实验结果进行了比较. 表 3 以 ¹⁶⁵Tm 为例,给出了几个主要的能量值和波函数结构.

表 3 ¹⁶⁵Tm 的能级、波函数及能带划分

| I | E/keV | 波函数 $ vK\rangle$ | | | 所属能带 \bar{K} |
|-------------|----------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|----------------|
| $(1/2^+)_1$ | 0.0 | $-0.988 18 1/2 \rangle$ | $0.117 16 1/2 \rangle$ | $-0.105 17 1/2 \rangle$ | 1/2 |
| $(3/2^+)_1$ | 0.3 | $-0.988 18 1/2 \rangle$ | $0.115 16 1/2 \rangle$ | $-0.100 17 1/2 \rangle$ | 1/2 |
| $(3/2^+)_2$ | 417.5 | $-0.860 17 - 3/2 \rangle$ | $0.465 18 - 3/2 \rangle$ | $0.209 16 - 3/2 \rangle$ | 3/2 |
| $(5/2^+)_1$ | 489.6 | $0.838 17 - 3/2 \rangle$ | $-0.452 18 - 3/2 \rangle$ | $-0.203 16 - 3/2 \rangle$ | 3/2 |
| $(7/2^+)_1$ | 87.2 | $0.992 19 - 7/2 \rangle$ | $0.111 16 5/2 \rangle$ | $+0.039 17 5/2 \rangle$ | 7/2 |

利用表 2 和表 3,可以估计各内禀态的贡献. 例如 ¹⁶⁵Tm 的 $I = (1/2^+)_1$ 态 ($| 18 1/2 \rangle$ 带带头,其中 $| 18 1/2 \rangle$ 态占 97.6%),由表 1 可以看出第 18 条单粒子轨道存在着强烈的组态混

合,仍用渐近好量子数 $[Nn_3 \Lambda \Sigma]$ 标志, $[411 1/2]$ 占 46.5%, $[420 1/2]$ 占 16.9%, $[431 1/2]$ 占 12.6%。由于三轴形变, K 与 Ω 并不相等, 第 18 条轨道的各内禀态对 $I = (1/2^+)_1$ 能级均有贡献: $[411 1/2]$ (45.4%), $[420 1/2]$ (16.5%), $[431 1/2]$ (12.3%)……。由以上分析, 我们将 $I = (1/2^+)_1$ 能级划分到取值几率最大的内禀态 $[411 1/2]$ 带中。同样, 也可以对带内各能级进行内禀态贡献的估计, 并确认这些能级属于该转动带。对于 $I = (3/2^+)_2$ ($117 3/2$ 带带头), $I = (7/2^+)_1$ ($119 7/2$ 带带头) 做同样分析可知, 对它们贡献最大的内禀态分别为 $[411 3/2]$ (49.6%), $[404 7/2]$ (92.2%)。这与实验上将它们分别作为 $[411 3/2]$ 带和 $[404 7/2]$ 带带头的结果是一致的。同时, 由理论计算所得的波函数可以看出, 划分在 $[404 7/2]$ 带内的各能级中内禀态 $|404 7/2\rangle$ 所占的几率均较大, 因而实验上对于 $A \approx 160$ 区各 Tm 同位素均可以观测到一条较好的 $[404 7/2]$ 带。而对于 $[411 3/2]$ 带中各能级, 内禀态 $|411 3/2\rangle$ 本身所占的几率相对较小, 所以实验上能够观测到的能级较少。

理论计算的 4 个同位素的 $1/2[411]$ 带同实验相比, 偏差均较大, 这是由于第 18 条轨道波函数不是很纯的缘故(见表 2)。可以考虑用实验测得的脱耦合参数对理论结果进行修正^[7]。

由表 1 可以看出, 4 个同位素的科氏减弱因子 ξ 都很接近 1, 但 $7/2[404]$ 转动带随科氏减弱因子变化得很灵敏, 在理论计算中我们通过细微地调整科氏减弱因子, 使理论值和实验值符合得很好。

由于 Tm 同位素系列中子数各不相同, 它们的形变也略有不同。这导致它们在费米面附近的单粒子能级大小稍有差异, 而费米面本身亦有所不同。 $3/2[411]$ 能级随能隙变化较灵敏, 我们通过调整能隙值, 拟合了 $3/2[411]$ 能级, 发现能隙随中子数的变化呈近乎线性的规律, 如图 3 所示。

考虑到 $A \approx 160$ 区 Tm 同位素系列十六极形变均较小^[8], 在上述计算中, 我们忽略了十六极形变。考察理论值与实验值符合得最好的 ^{165}Tm , 其核心 ^{164}Er 在四极与十六极形变图中^[8], 恰好处于十六极形变为零的区域。通过对其偶偶核心 ^{164}Er 的能谱计算表明, ^{164}Er 的能谱与实验值符合得也较好, 而 ^{161}Tm 和 ^{163}Tm 的核心能谱与实验相比要差一些, 且 ^{161}Tm , ^{163}Tm 和 ^{167}Tm 均有一小的十六极形变, 所以这些核的计算结果同实验值的差别要大一些。这表明, 若顾及十六极形变的影响应能更精确地拟合能谱。

以上结果均为低能级的情况, 计算中把转动惯量作为常量来处理, 实际上转动惯量是一个随 I 增加的量, 因而可以考虑对转动惯量进行修正。

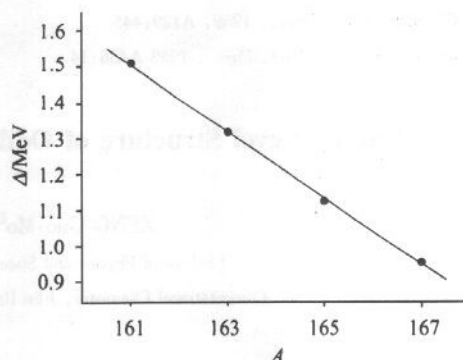


图 3 能隙随 A 的变化

圆点根据表 1 给出, 直线为对这些点的线性拟合。

4 结束语

本文利用粒子-转子模型研究了 $^{161,163,165,167}\text{Tm}$ 的能级结构,通过调整科氏减弱因子和能隙较好地拟合了 $^{161,163,165,167}\text{Tm}$ 的能谱,并通过对其内禀态(波函数)的分析,解释了为什么实验上对于有些能带可以观测到较多能级,而有些不能.利用所得到的波函数,还可以进一步计算 E2 跃迁几率和电四极矩,并与实验进行比较.

本文最后给出了能隙随中子数的变化曲线.但单从拟合能谱的角度来给出能隙的变化规律,证据有些不足,除了用好的转动谱作为能隙变化规律的判据外,还迫切需要一些新的实验和理论上的证据.例如在这个区域进一步讨论轴对称核能隙随中子数变化的规律,或直接用偶偶核进行讨论等.

感谢 Ingemar Ragnarsson 教授的有益讨论.

参考文献 (References)

- 1 Reich C W, Helmer R G. Nuclear Data Sheets, 2000, **90**:645
- 2 Singh B, Farhan A R. Nuclear Data Sheets, 2000, **89**:1
- 3 Peker L K. Nuclear Data Sheets, 1987, **50**:645
- 4 Baglin C M. Nuclear Data Sheets, 2000, **90**:431
- 5 Larsson S E, Leander G, Ragnarsson I. Nucl. Phys., 1978, **A307**:189
- 6 Vieu Ch et al. J. Phys., 1978, **G4**: 531
- 7 Ragnarsson I, Sheline R K. Physica Scripta, 1984, **29**:385
- 8 Larsson S E et al. Physica Scripta, 1973, **8**:17
- 9 Nilsson B. Nucl. Phys., 1969, **A129**:445
- 10 Bengtsson R et al. Nucl. Phys., 1985 **A436**:14

Energy Level Structure of Odd- A Tm Isotopes in $A \approx 160$ Region

ZENG Guo-Mo¹⁾ SONG Hui-Chao

(School of Physics and State Key Laboratory of Theoretical and
Computational Chemistry, Jilin University, Changchun 130023, China)

Abstract The energy levels of odd- A Tm isotopes in $A \approx 160$ region are calculated using the particle plus triaxial rotor model. The low lying bands of the isotopes are fit well by changing the energy gap and Coriolis attenuation factor. A possible relation between energy gap and neutron number is presented.

Key words particle-rotor model, triaxial deformation Tm isotopes

Received 20 November 2001

1) Correspondent