

# 基于微观 IBM 对电子-核散射及 核电磁性质的研究 (II) ME 理论方案

张战军<sup>1</sup> 方向正<sup>2</sup> 桑建平<sup>3</sup> 刘庸<sup>4</sup>

1 (中国科学院武汉物理数学研究所波谱与原子分子国家重点实验室 武汉 430071)

2 (安徽大学物理系 合肥 230039)

3 (武汉大学物理系 武汉 430072)

4 (华中师范大学粒子物理所 武汉 430079)

**摘要** 从一种微观相互作用玻色子模型(IBM)玻色子集体态子空间映射出费米子集体态子空间,通过假定玻色子算符形式以及使物理算符在两集体态子空间中对对应归一化基矢间矩阵元相等,给出了从费米子单体算符导出玻色子单体算符的一种微观理论方法(ME方法).文中以获取玻色子结构函数亦即确定玻色子形式核跃迁电荷/电流密度算符为例对此作出了详细介绍.利用微观 IBM 提供的波函数可在玻色子态空间中求出核跃迁电荷/电流密度,结合电子-核散射以及核电磁跃迁的形式理论,可建立研究电子-核散射各种形状因子与微分散射截面以及核约化跃迁几率、电磁多极矩、核态  $g$  因子等物理量的理论方案.在微观 sdgIBM-1 下利用该方案初步计算了<sup>146</sup>Nd 核  $2_1^+$  态到  $0_1^+$  态的跃迁电荷密度以及约化跃迁几率,理论结果与实验值符合较好.

**关键词** 微观 IBM 集体态子空间 对应基矢 玻色子结构函数 跃迁电荷密度

## 1 引言

相互作用玻色子模型(IBM)的基本思想是强调原子核中价核子之间的配对效应,认为集体激发的激发元是价核子对的激发,且假定价核子对可以用玻色子描述<sup>[1]</sup>.微观 IBM 研究中亦采纳了这一假定<sup>[2-4]</sup>.但玻色子与费米子遵从不同的统计规律,如果以玻色子自由度描述核激发,如何考虑核内同类核子间由于泡利不相容引起的堵塞效应是一个需要探讨的问题,尤其是对微观 IBM.

微观 IBM 以壳模型为基础. 在将对核的费米子自由度描述转化为玻色子自由度描述时,既需要考虑将费米子态空间映射到玻色子态空间,又需要考虑对态空间作截断以给出可以描述集体态的集体子空间. 映射和截断的顺序是可以不同的. 这种不同区别了两类微观 IBM 研究方案. 先截断后映射的方案以 OAI 方法为代表<sup>[5]</sup>. 这类方法在价核子态空间中定义价核子对算符  $S^+$ ,  $D_{\mu}^+$  等,由  $S^+$ ,  $D_{\mu}^+$  等构造集体态子空间的基矢,实现态空间的截断,通过一定的映射关系将费米子集体态子空间映射到玻色子集体态子空间,再利用物理算符在两集体子空间中对应基矢间矩阵元相等的条件确定玻色子集体态子空间中的算符,然后在玻色子集体态子空间中研究核问题. 由于玻色子算符是通过物理算符在两集体子空间中的矩阵元相等条件确定的,所以考虑了核内同类核子间的堵塞效应. 但是 OAI 方法在确定玻色子集体态子空间中的算符时取了零级近似<sup>[6]</sup>,并且只计算了物理算符在费米子集体态子空间中一部分基矢间的矩阵元. 用这样确定的玻色子算符在玻色子空间中求出的矩阵元与费米子空间中矩阵元并不严格一一对应相等,也就是说,此类微观方案对堵塞效应的考虑不周全,但对于一些以少数几个基矢为主要分量的激发态的研究,OAI 方法在考虑堵塞效应方面还是相当可取的. 另一类微观 IBM 研究方案则对态空间先映射后截断,它以杨泽森等人的方法为代表<sup>[3]</sup>. 利用 Dyson 玻色子展开方法把壳模型空间映射到理想玻色子空间,费米子算符转化为玻色子算符;在玻色子空间中根据体系的动力学性质定义集体激发元,利用这些集体激发元构造集体态子空间的基底并实现集体态子空间截断. 然后在截断的玻色子集体态子空间中研究核问题. 此类研究方案适用于对大多数核作近似计算<sup>[7-10]</sup>,缺点在于没有考虑核内同类核子间的堵塞效应,给出的玻色子波函数中含有非物理的成分. 虽然非物理的成分原则上可以通过 MJS 代换方法予以剔除,但实际计算时有一定的困难,对大多数的核难以实用,目前这方面的工作进展缓慢. 为了在此方案下能够考虑堵塞效应的一些影响,本文再从玻色子集体态子空间映射出费米子集体态子空间,然后按照 OAI 方法的思想精神,通过假定玻色子算符形式以及使物理算符在两集体态子空间中对应归一化基矢间矩阵元相等,给出了从费米子单体算符导出玻色子单体算符的一种微观理论方法(ME 方法). 结合研究目的,第 2 节以确定玻色子形式核跃迁电荷/电流密度有效算符为例对此方法作出详细介绍. 确定玻色子形式核跃迁电荷/电流密度有效算符后,利用微观 IBM 提供的波函数可在玻色子态空间中求出核跃迁电荷/电流密度,结合电子-核散射以及核电磁跃迁的形式理论,可建立研究电子-核散射各种形状因子与微分散射截面以及核约化跃迁几率、电磁多极矩、核态  $g$  因子等物理量的理论方案. 作为初步研究结果,第 3 节给出了在微观 sdgIBM-1 下计算的<sup>146</sup>Nd 核  $2_1^+$  态到  $0_1^+$  态的跃迁电荷密度以及约化跃迁几率.

## 2 ME 方法

### 2.1 费米子集体态子空间

微观 sdgIBM-2 中,集体激发元产生算符的定义<sup>[10]</sup>为

$$b_{\mu}^{(\sigma)+} \equiv Q_{0+J\mu}^{(\sigma)+} = \sum_{i_1 \leq i_2} \sum_{m_1, m_2} x_{(i_1 i_2)}^{(\sigma)0+J} (\sqrt{1 + \delta_{i_1 i_2}})^{-1} \langle j_1 m_1 j_2 m_2 | J\mu \rangle A_{i_1 m_1 i_2 m_2}^{(\sigma)+}, \quad (1)$$

当  $J=0, 2, 4$  时,  $b^{(\sigma)+}$  依次分别对应为  $s, d, g$  玻色子的产生算符, 其中的结构常数  $x$  满足如下归一化条件,

$$\sum_{i \leq i'} \left[ x_{(ii')}^{(\sigma)0+J} \right]^2 = 1 \quad (J = 0, 2, 4). \quad (2)$$

玻色子集体态子空间的基底由这些集体激发元构造而成. 根据微观 IBM 中费米子空间态矢量与玻色子空间态矢量之间的关系, 可将微观 IBM 确定的玻色子集体态子空间再映射到费米子集体态子空间<sup>[3,10]</sup>. 费米子集体态子空间的基底可认为是由集体费米子对激发元构成, 集体费米子对激发元可通过下面的映射关系获得:

$$P_{\sigma J\mu}^+ |0\rangle = \tilde{U} Q_{0+J\mu}^{(\sigma)+} |0\rangle = \sum_{i \leq i'} \frac{x_{(ii')}^{(\sigma)0+J}}{\sqrt{1 + \delta_{ii'}}} (a_j^{(\sigma)+} + a_{j'}^{(\sigma)+})_{J\mu} |0\rangle, \quad (J = 0, 2, 4), \quad (3)$$

其中  $\tilde{U}$  为微观 IBM 中逆映射算符<sup>[3,10]</sup>

$$\tilde{U} = \sum_{\sigma=n,p} \left( 0 \left| \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n)!} \left( \sum_{i_1 m_1 i_2 m_2} A_{i_1 m_1 i_2 m_2}^{(\sigma)} a_{i_1 m_1}^{(\sigma)+} a_{i_2 m_2}^{(\sigma)+} \right)^n \right| 0 \right); \quad (4)$$

$P_{\sigma J\mu}^+$  为集体费米子对激发元对产生算符. 令

$$S_{\sigma}^+ \equiv \sum_i \frac{1}{\sqrt{2}} x_{(ii)}^{(\sigma)0+0} (a_j^{(\sigma)+} a_j^{(\sigma)+})_0 \equiv \sum_i \alpha_{\sigma i} (a_j^{(\sigma)+} a_j^{(\sigma)+})_0, \quad (5)$$

$$D_{\sigma\nu}^+ \equiv \sum_{i \leq i'} \frac{1}{\sqrt{1 + \delta_{ii'}}} x_{(ii')}^{(\sigma)0+2} (a_j^{(\sigma)+} a_{j'}^{(\sigma)+})_{2\nu} \equiv \sum_{i \leq i'} \beta_{\sigma ij'} (a_j^{(\sigma)+} a_{j'}^{(\sigma)+})_{2\nu}, \quad (6)$$

$$G_{\sigma\mu}^+ \equiv \sum_{i \leq i'} \frac{1}{\sqrt{1 + \delta_{ii'}}} x_{(ii')}^{(\sigma)0+4} (a_j^{(\sigma)+} a_{j'}^{(\sigma)+})_{4\mu} \equiv \sum_{i \leq i'} \gamma_{\sigma ij'} (a_j^{(\sigma)+} a_{j'}^{(\sigma)+})_{4\mu}, \quad (7)$$

其中  $\alpha_{\sigma j}, \beta_{\sigma ij'}, \gamma_{\sigma ij'}$  称为结构幅, 对应于(2)式则有

$$\begin{aligned} \langle 0 | S_{\sigma} S_{\sigma}^+ | 0 \rangle &= \langle 0 | D_{\sigma\nu} D_{\sigma\nu}^+ | 0 \rangle = \langle 0 | G_{\sigma\mu} G_{\sigma\mu}^+ | 0 \rangle = 1 = \\ &= \sum_i 2\alpha_{\sigma i}^2 = \sum_{i < i'} \beta_{\sigma ij'}^2 + \sum_i 2\beta_{\sigma ij}^2 = \sum_{i < i'} \gamma_{\sigma ij'}^2 + \sum_i 2\gamma_{\sigma ij}^2 \end{aligned} \quad (8)$$

## 2.2 两集体态子空间中的物理算符

从费米子自由度出发, 根据求核跃迁电荷/电流密度算符的一般方法<sup>[11,12]</sup>, 在占有数表象中, 求出的费米子形式的核跃迁电荷/电流密度算符为

$$\hat{\rho}_{\lambda m_{\lambda}}(r) = -\frac{1}{\lambda} \sum_{\sigma=n,p} \sum_{i'} \check{j}_1 0 \rho_{\lambda}^{(\sigma)}(n_2 l_2 j_2 \rightarrow n_1 l_1 j_1, r) [a_{j_1}^{(\sigma)+} \tilde{a}_{j_2}^{(\sigma)}]_{\lambda m_{\lambda}}, \quad (9)$$

$$\hat{j}_{\lambda' \lambda m_{\lambda}}(r) = -\frac{1}{\lambda} \sum_{\sigma=n,p} \sum_{i'} \check{j}_1 J_{\lambda\lambda'}^{(\sigma)}(n_2 l_2 j_2 \rightarrow n_1 l_1 j_1, r) [a_{j_1}^{(\sigma)+} \tilde{a}_{j_2}^{(\sigma)}]_{\lambda m_{\lambda}}, \quad (10)$$

统一记为  $\hat{T}_{\lambda}^i(r)$ .

文献[11]根据 BE 方法导出了微观 sdgIBM-2 下核跃迁电荷/电流密度的一些有效算符, 本文假定玻色子集体态子空间中核跃迁电荷/电流密度物理算符的形式与它们相同, 即 M1 跃迁电流密度算符:

$$\hat{J}_{11\nu}^M(r) = - \sum_{\sigma=n,p} \{ \beta_{11}^{(\sigma)}(r) [d_{\sigma}^+ \bar{d}_{\sigma}]_{1\nu} + \delta_{11}^{(\sigma)}(r) [g_{\sigma}^+ \bar{g}_{\sigma}]_{1\nu} \}; \quad (11)$$

E2 跃迁电荷/电流密度算符:

$$\begin{aligned} \hat{\rho}_{2\nu}^E(r) = \sum_{\sigma=n,p} \{ & \alpha_2^{(\sigma)}(r) [s_{\sigma}^+ \bar{d}_{\sigma} + d_{\sigma}^+ s_{\sigma}]_{2\nu} + \beta_2^{(\sigma)}(r) [d_{\sigma}^+ \bar{d}_{\sigma}]_{2\nu} + \\ & \gamma_2^{(\sigma)}(r) [d_{\sigma}^+ \bar{g}_{\sigma} + g_{\sigma}^+ \bar{d}_{\sigma}]_{2\nu} + \delta_2^{(\sigma)}(r) [g_{\sigma}^+ \bar{g}_{\sigma}]_{2\nu} \}, \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \hat{J}_{12\nu}^E(r) = \sum_{\sigma=n,p} \{ & \alpha_{21}^{(\sigma)}(r) [s_{\sigma}^+ \bar{d}_{\sigma} + d_{\sigma}^+ s_{\sigma}]_{2\nu} + \beta_{21}^{(\sigma)}(r) [d_{\sigma}^+ \bar{d}_{\sigma}]_{2\nu} + \\ & \gamma_{21}^{(\sigma)}(r) [d_{\sigma}^+ \bar{g}_{\sigma} + g_{\sigma}^+ \bar{d}_{\sigma}]_{2\nu} + \delta_{21}^{(\sigma)}(r) [g_{\sigma}^+ \bar{g}_{\sigma}]_{2\nu} \}, \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \hat{J}_{32\nu}^E(r) = \sum_{\sigma=n,p} \{ & \alpha_{23}^{(\sigma)}(r) [s_{\sigma}^+ \bar{d}_{\sigma} + d_{\sigma}^+ s_{\sigma}]_{2\nu} + \beta_{23}^{(\sigma)}(r) [d_{\sigma}^+ \bar{d}_{\sigma}]_{2\nu} + \\ & \gamma_{23}^{(\sigma)}(r) [d_{\sigma}^+ \bar{g}_{\sigma} + g_{\sigma}^+ \bar{d}_{\sigma}]_{2\nu} + \delta_{23}^{(\sigma)}(r) [g_{\sigma}^+ \bar{g}_{\sigma}]_{2\nu} \}; \end{aligned} \quad (14)$$

M3 跃迁电流密度算符:

$$\begin{aligned} \hat{J}_{33\nu}^M(r) = - \sum_{\sigma=n,p} \{ & \beta_{33}^{(\sigma)}(r) [d_{\sigma}^+ \bar{d}_{\sigma}]_{3\nu} + \delta_{33}^{(\sigma)}(r) [g_{\sigma}^+ \bar{g}_{\sigma}]_{3\nu} + \\ & \gamma_{33}^{(\sigma)}(r) [d_{\sigma}^+ \bar{g}_{\sigma} + g_{\sigma}^+ \bar{d}_{\sigma}]_{3\nu} \}; \end{aligned} \quad (15)$$

E4 跃迁电荷/电流密度算符:

$$\begin{aligned} \hat{\rho}_{4\nu}^E(r) = \sum_{\sigma=n,p} \{ & \alpha_4^{(\sigma)}(r) [s_{\sigma}^+ \bar{g}_{\sigma} + g_{\sigma}^+ s_{\sigma}]_{4\nu} + \beta_4^{(\sigma)}(r) [d_{\sigma}^+ \bar{d}_{\sigma}]_{4\nu} + \\ & \gamma_4^{(\sigma)}(r) [d_{\sigma}^+ \bar{g}_{\sigma} + g_{\sigma}^+ \bar{d}_{\sigma}]_{4\nu} + \delta_4^{(\sigma)}(r) [g_{\sigma}^+ \bar{g}_{\sigma}]_{4\nu} \}, \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \hat{J}_{34\nu}^E(r) = \sum_{\sigma=n,p} \{ & \alpha_{43}^{(\sigma)}(r) [s_{\sigma}^+ \bar{g}_{\sigma} + g_{\sigma}^+ s_{\sigma}]_{4\nu} + \beta_{43}^{(\sigma)}(r) [d_{\sigma}^+ \bar{d}_{\sigma}]_{4\nu} + \\ & \gamma_{43}^{(\sigma)}(r) [d_{\sigma}^+ \bar{g}_{\sigma} + g_{\sigma}^+ \bar{d}_{\sigma}]_{4\nu} + \delta_{43}^{(\sigma)}(r) [g_{\sigma}^+ \bar{g}_{\sigma}]_{4\nu} \}, \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \hat{J}_{54\nu}^E(r) = \sum_{\sigma=n,p} \{ & \alpha_{45}^{(\sigma)}(r) [s_{\sigma}^+ \bar{g}_{\sigma} + g_{\sigma}^+ s_{\sigma}]_{4\nu} + \beta_{45}^{(\sigma)}(r) [d_{\sigma}^+ \bar{d}_{\sigma}]_{4\nu} + \\ & \gamma_{45}^{(\sigma)}(r) [d_{\sigma}^+ \bar{g}_{\sigma} + g_{\sigma}^+ \bar{d}_{\sigma}]_{4\nu} + \delta_{45}^{(\sigma)}(r) [g_{\sigma}^+ \bar{g}_{\sigma}]_{4\nu} \}. \end{aligned} \quad (18)$$

将它们统一记为  $\hat{T}_{\lambda}^b(r)$ , 那么本文真正需要确定的即为这些形式算符中的玻色子结构函数.

### 2.3 导出玻色子结构函数

在映射出费米子集体态子空间以及给出两集体子空间中的物理算符之后, 结合研究电荷/电流密度的需要, 本文选择了下面三组对应基矢, 即

费米子基矢-玻色子基矢

$$|S_{\sigma}^N\rangle \equiv (S_{\sigma}^+)^N |0\rangle - |s_{\sigma}^N\rangle \equiv (s_{\sigma}^+)^N |0\rangle, \quad (19)$$

$$|S_{\sigma}^{N-1} D_{\sigma 0}\rangle \equiv (S_{\sigma}^+)^{N-1} D_{\sigma 0}^+ |0\rangle - |s_{\sigma}^{N-1} d_{\sigma 0}\rangle \equiv (s_{\sigma}^+)^{N-1} d_{\sigma 0}^+ |0\rangle, \quad (20)$$

$$|S_{\sigma}^{N-1} G_{\sigma 0}\rangle \equiv (S_{\sigma}^+)^{N-1} G_{\sigma 0}^+ |0\rangle - |s_{\sigma}^{N-1} g_{\sigma 0}\rangle \equiv (s_{\sigma}^+)^{N-1} g_{\sigma 0}^+ |0\rangle, \quad (21)$$

希望通过计算出物理算符在它们之间的矩阵元来确定玻色子结构函数.

为了推导上述广义 seniority 为 0, 2, 4 的费米子基矢间的 Norm 以及费米子单体算符在这些基矢之间的一些基本矩阵元, 即

$$N_s^{(\sigma)}(N) \equiv \langle S_\sigma^N | S_\sigma^N \rangle, \quad (22)$$

$$N_{sd}^{(\sigma)}(N-1,1) \equiv \langle D_{\sigma 0} S_\sigma^{N-1} | S_\sigma^{N-1} D_{\sigma 0} \rangle, \quad (23)$$

$$N_{sg}^{(\sigma)}(N-1,1) \equiv \langle G_{\sigma 0} S_\sigma^{N-1} | (S_\sigma^{N-1} G_{\sigma 0}) \rangle, \quad (24)$$

$$R_{sd}^{(\sigma)}(jj') \equiv \langle D_{\sigma 0} S_\sigma^{N-1} \| (a_j^{(\sigma)+} \tilde{a}_{j'}^{(\sigma)})_2 \| S_\sigma^N \rangle, \quad (25)$$

$$R_{sg}^{(\sigma)}(jj') \equiv \langle G_{\sigma 0} S_\sigma^{N-1} \| (a_j^{(\sigma)+} \tilde{a}_{j'}^{(\sigma)})_4 \| S_\sigma^N \rangle, \quad (26)$$

$$R_{dd}^{(\sigma)\lambda}(jj') \equiv \langle D_{\sigma 0} S_\sigma^{N-1} \| (a_j^{(\sigma)+} \tilde{a}_{j'}^{(\sigma)})_\lambda \| S_\sigma^{N-1} D_{\sigma 0} \rangle, \quad (27)$$

$$R_{gg}^{(\sigma)\lambda}(jj') \equiv \langle G_{\sigma 0} S_\sigma^{N-1} \| (a_j^{(\sigma)+} \tilde{a}_{j'}^{(\sigma)})_\lambda \| S_\sigma^{N-1} G_{\sigma 0} \rangle, \quad (28)$$

$$R_{gd}^\lambda(jj') \equiv \langle G_{\sigma 0} S_\sigma^{N-1} \| (a_j^{(\sigma)+} \tilde{a}_{j'}^{(\sigma)})_\lambda \| S_\sigma^{N-1} D_{\sigma 0} \rangle, \quad (29)$$

作者在文献[13]中提出了一种在集体费米子空间中计算基本矩阵元的方法,其基本思想是建立起对粒子数作递推的关系,用核子对数目为  $0, 1, \dots, N-2, N-1$  的基矢间的矩阵元去表达原子核  $N$  对费米子体系的矩阵元. 这样,只要给定递推初值就可以计算. 求出  $N_s^{(\sigma)}(N)$ ,  $N_{sd}^{(\sigma)}(N-1,1)$  和  $N_{sg}^{(\sigma)}(N-1,1)$  的目的是用于对(19—21)式中的费米子基矢进行归一化.  $R_{sd}^{(\sigma)}(jj')$ ,  $R_{sg}^{(\sigma)}(jj')$ ,  $R_{dd}^{(\sigma)\lambda}(jj')$ ,  $R_{gg}^{(\sigma)\lambda}(jj')$  和  $R_{gd}^{(\sigma)\lambda}(jj')$  则用于求出(9,10)式给出的核跃迁电荷/电流密度算符在上述费米子基矢间的约化矩阵元.

由于费米子单体算符在广义 seniority 为  $0, 2, 4$  的费米子归一化基矢间矩阵元已可算出,而玻色子基矢归一化以及计算玻色子单体算符在玻色子基矢间的矩阵元已有了成熟的算法. 这样,利用核跃迁电荷/电流密度物理算符在两集体态子空间中对应归一化基矢间矩阵元相等的条件,即

$$\frac{1}{\sqrt{N(N-1)!}} (d_{\sigma 0} s_\sigma^{N-1} \| \hat{T}_2^b(r) \| s_\sigma^N) = \frac{1}{\sqrt{N_s^{(\sigma)}(N) N_{sd}^{(\sigma)}(N-1,1)}} \langle D_{\sigma 0} S_\sigma^{N-1} \| \hat{T}_2^f(r) \| S_\sigma^N \rangle, \quad (30)$$

$$\frac{1}{\sqrt{N(N-1)!}} (g_{\sigma 0} s_\sigma^{N-1} \| \hat{T}_4^b(r) \| s_\sigma^N) = \frac{1}{\sqrt{N_s^{(\sigma)}(N) N_{sg}^{(\sigma)}(N-1,1)}} \langle G_{\sigma 0} S_\sigma^{N-1} \| \hat{T}_4^f(r) \| S_\sigma^N \rangle, \quad (31)$$

$$\frac{1}{(N-1)!} (d_{\sigma 0} s_\sigma^{N-1} \| \hat{T}_\lambda^b(r) \| s_\sigma^{N-1} d_{\sigma 0}) = \frac{1}{N_{sd}^{(\sigma)}(N-1,1)} \langle D_{\sigma 0} S_\sigma^{N-1} \| \hat{T}_\lambda^f(r) \| S_\sigma^{N-1} D_{\sigma 0} \rangle, \quad (32)$$

$$\frac{1}{(N-1)!} (g_{\sigma 0} s_\sigma^{N-1} \| \hat{T}_\lambda^b(r) \| s_\sigma^{N-1} g_{\sigma 0}) = \frac{1}{N_{sg}^{(\sigma)}(N-1,1)} \langle G_{\sigma 0} S_\sigma^{N-1} \| \hat{T}_\lambda^f(r) \| S_\sigma^{N-1} G_{\sigma 0} \rangle, \quad (33)$$

$$\frac{1}{(N-1)!} (g_{\sigma 0} s_\sigma^{N-1} \| \hat{T}_\lambda^b(r) \| s_\sigma^{N-1} d_{\sigma 0}) = \frac{1}{\sqrt{N_{sd}^{(\sigma)}(N-1,1) N_{sg}^{(\sigma)}(N-1,1)}} \langle G_{\sigma 0} S_\sigma^{N-1} \| \hat{T}_\lambda^f(r) \| S_\sigma^{N-1} D_{\sigma 0} \rangle, \quad (34)$$

可确定(11—18)式形式算符中的玻色子结构函数为:

$$\alpha_2^{(a)}(r) = -\frac{1}{5} \frac{1}{\sqrt{N_s^{(a)}(N)N_{sd}^{(a)}(N-1,1)}} \times \sum_{i_1 i_2} \check{j}_1 \rho_2^{(a)}(n_2 l_2 j_2 \rightarrow n_1 l_1 j_1, r) R_{sd}^{(a)}(j_1 j_2), \quad (35)$$

$$\alpha_4^{(a)}(r) = -\frac{1}{9} \frac{1}{\sqrt{N_s^{(a)}(N)N_{sg}^{(a)}(N-1,1)}} \times \sum_{i_1 i_2} \check{j}_1 \rho_4^{(a)}(n_2 l_2 j_2 \rightarrow n_1 l_1 j_1, r) R_{sg}^{(a)}(j_1 j_2), \quad (36)$$

$$\beta_\lambda^{(a)}(r) = -\frac{1}{2\lambda+1} \frac{1}{N_{sd}^{(a)}(N-1,1)} \times \sum_{i_1 i_2} \check{j}_1 \rho_\lambda^{(a)}(n_2 l_2 j_2 \rightarrow n_1 l_1 j_1, r) R_{dd}^{(a)\lambda}(j_1 j_2), \quad (\lambda = 2, 4) \quad (37)$$

$$\gamma_\lambda^{(a)}(r) = -\frac{1}{2\lambda+1} \frac{1}{\sqrt{N_{sg}^{(a)}(N-1,1)N_{sd}^{(a)}(N-1,1)}} \times \sum_{i_1 i_2} \check{j}_1 \rho_\lambda^{(a)}(n_2 l_2 j_2 \rightarrow n_1 l_1 j_1, r) R_{gd}^{(a)\lambda}(j_1 j_2), \quad (\lambda = 2, 4) \quad (38)$$

$$\delta_\lambda^{(a)}(r) = -\frac{1}{2\lambda+1} \frac{1}{N_{sg}^{(a)}(N-1,1)} \times \sum_{i_1 i_2} \check{j}_1 \rho_\lambda^{(a)}(n_2 l_2 j_2 \rightarrow n_1 l_1 j_1, r) R_{gg}^{(a)\lambda}(j_1 j_2), \quad (\lambda = 2, 4) \quad (39)$$

$$\alpha_{2\lambda'}^{(a)}(r) = -\frac{1}{5} \frac{1}{\sqrt{N_s^{(a)}(N)N_{sd}^{(a)}(N-1,1)}} \times \sum_{i_1 i_2} \check{j}_1 J_{2\lambda'}^{(a)}(n_2 l_2 j_2 \rightarrow n_1 l_1 j_1, r) R_{sd}^{(a)}(j_1 j_2), \quad (\lambda' = 1, 3) \quad (40)$$

$$\alpha_{4\lambda'}^{(a)}(r) = -\frac{1}{9} \frac{1}{\sqrt{N_s^{(a)}(N)N_{sg}^{(a)}(N-1,1)}} \times \sum_{i_1 i_2} \check{j}_1 J_{4\lambda'}^{(a)}(n_2 l_2 j_2 \rightarrow n_1 l_1 j_1, r) R_{sg}^{(a)}(j_1 j_2), \quad (\lambda' = 3, 5) \quad (41)$$

$$\beta_{\lambda'}^{(a)}(r) = -\frac{1}{2\lambda+1} \frac{1}{N_{sd}^{(a)}(N-1,1)} \times \sum_{i_1 i_2} \check{j}_1 J_{\lambda'}^{(a)}(n_2 l_2 j_2 \rightarrow n_1 l_1 j_1, r) R_{dd}^{(a)\lambda}(j_1 j_2), \quad (42)$$

$$\gamma_{\lambda'}^{(a)}(r) = -\frac{1}{2\lambda+1} \frac{1}{\sqrt{N_{sg}^{(a)}(N-1,1)N_{sd}^{(a)}(N-1,1)}} \times \sum_{i_1 i_2} \check{j}_1 J_{\lambda'}^{(a)}(n_2 l_2 j_2 \rightarrow n_1 l_1 j_1, r) R_{gd}^{(a)\lambda}(j_1 j_2), \quad (43)$$

$$\delta_{\lambda'}^{(a)}(r) = -\frac{1}{2\lambda+1} \frac{1}{N_{sg}^{(a)}(N-1,1)} \times$$

$$\sum_{i_1 i_2} \tilde{j}_1 J_{\lambda\lambda'}^{(g)}(n_2 l_2 j_2 \rightarrow n_1 l_1 j_1, r) R_{gg}^{(o)\lambda}(j_1 j_2). \quad (44)$$

根据电磁跃迁宇称守恒<sup>[12]</sup>, (42—44) 三式中, 当  $\lambda = 1, 3$  时,  $\lambda' = \lambda$ ; 当  $\lambda = 2, 4$  时,  $\lambda' = \lambda \pm 1$ .

由(35—44)式可以看出, 用 ME 方法确定的玻色子结构函数也为单核子跃迁电荷/电流密度的复杂迭加, 这一点与文献[11]中用 BE 方法获得的玻色子结构函数相同, 不同的是, 由于考虑了一部分堵塞效应, 单核子跃迁电荷/电流密度的累和权重发生了变化.

以上给出的是微观 sdgIBM-2 下的一些核跃迁电荷/电流密度算符, 如何获取其他微观模型(微观 sdIBM-2、微观 sdgIBM-1、微观 sdIBM-1)下核跃迁电荷/电流密度算符, 利用微观模型核态波函数计算出核跃迁电荷/电流密度, 结合电子-核散射以及核电磁跃迁的形式理论建立可研究电子-核散射各种形状因子与微分散射截面以及核约化跃迁几率、电磁多极矩、核态  $g$  因子等物理量的理论方案等等, 文献[11]作了较详细的介绍, 本文不再赘述.

### 3 微观 sdgIBM-1 下计算实例

目前在此稀土区核区已有相当丰富的电子散射实验资料, 如 Saclay 上的电子对 Sm 同位素核的散射实验<sup>[14]</sup>; MIT-Bates 上的电子对 Ce 同位素核的散射实验<sup>[15, 16]</sup>; NIKHEF-K 上的电子对 Nd 偶质量同位素核的散射实验<sup>[17—20]</sup>等等. 本节给出微观 sdgIBM-1 下利用 ME 方法计算的<sup>146</sup>Nd 核  $2_1^+$  态到  $0_1^+$  态跃迁电荷密度(见图 1).

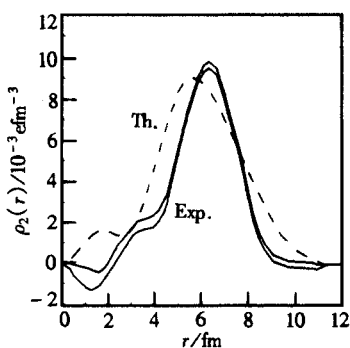


图 1 <sup>146</sup>Nd 核 E2 跃迁电荷密度理论曲线(虚线)与实验曲线(实线)  
实验曲线取自文献[19].

对比图中两条曲线可以看到: 实验曲线在  $r = 1$  fm 左右有一很小的谷, 理论曲线未再现; 实验曲线在  $r = 3.5$  fm 左右出现第一个峰, 此峰较小, 理论曲线第一个峰出现在  $r = 2$  fm 左右, 与实验曲线中对应峰相比, 峰位略内移, 但两峰的大小、高度相当; 实验曲线在  $r = 6$  fm 左右出现第二个峰, 为整个实验曲线的主体部分, 峰高约为  $10$  fm, 峰的半高宽度约为  $1.5$  fm, 理论曲线第二个峰也出现在  $r = 6$  fm 左右, 为整个理论曲线的主体部分, 峰高比实验曲线第二个峰的高度只是略低, 峰的半高宽度约为  $2$  fm, 略变宽了些. 但从总体上看, 理论  $0_1^+ \rightarrow 2_1^+$  跃

迁电荷密度与实验值还是符合甚好. 实验上测定的  $B(E2, 0_1^+ \rightarrow 2_1^+) = 6.91 \times 10^3 e^2 \text{fm}^4$ , 利用理论  $\rho_2(0_1^+ \rightarrow 2_1^+, r)$ , 根据核电磁跃迁性质理论<sup>[11]</sup>计算出的  $B(E2, 0_1^+ \rightarrow 2_1^+) = 6.59 \times 10^3 e^2 \text{fm}^4$ , 这也表明了理论  $0_1^+ \rightarrow 2_1^+$  跃迁电荷密度与实验值符合较好. 另外, 算符  $(s^+ \tilde{d} + d^+ s)_2, (d^+ \tilde{d})_2, (d^+ \tilde{g} + g^+ \tilde{d})_2$  与  $(g^+ \tilde{g})_2$  在微观  $0_1^+$  与  $2_1^+$  核态波函数之间的约化矩阵元依次为  $7.082, 0.141, -0.033$  和  $0.001$ , 计算  $\rho_2(0_1^+ \rightarrow 2_1^+, r)$  时, E2 跃迁电荷密度算符中的  $\alpha_2(r)(s^+ \tilde{d} + d^+ s)_2$  项的贡献最大, 其他三项几乎可以忽略不计. 理论  $\rho_2(0_1^+ \rightarrow$

$2_1^+$ ,  $r$ )与  $\alpha_2(r)$ 很相似. 由此可以判断  $2_1^+$  态激发主要为 d 玻色子激发.

较合理地描述了核跃迁电荷/电流密度,那么根据相关理论<sup>[11]</sup>就可以直截了当地获得较合理的电子-核散射形状因子、微分散射截面以及核电磁性质方面的一些物理量. 所以由上所述结果,已经可以肯定本文所建立的 ME 理论方案也适用于一些实际核的研究. 至于堵塞效应的详细分析讨论以及 BE 理论方案<sup>[11]</sup>与 ME 理论方案的比较我们将在下一篇文章中给出.

### 参考文献(References)

- 1 Iachello F, Arima A. The Interacting Boson Model, Cambridge Univ. Press, 1987
- 2 Iachello F, Talmi I. Rev. Mod. Phys., 1987, **59**:339
- 3 YANG Z S, LIU Y, QI H. Nucl. Phys., 1984, **A421**:297
- 4 YANG L M, LU D H, ZHOU Z N. Nucl. Phys., 1984, **A421**:229
- 5 Otsuka T, Arima A, Iachello F. Nucl. Phys., 1978, **A309**:1
- 6 Duval P D et al. Phys. Lett., 1983, **B129**:289
- 7 LIU Y et al. Chin. J. Nucl. Phys., 1995, **17**:194
- 8 ZHANG Z J et al. Nuclear Science and Techniques, 1998, **9**:69
- 9 ZHANG Zhan-Jun, LIU Yong, SANG JIAN-Ping. High Energy Phys. and Nucl. Phys., 1998, **22**:836 (in Chinese)  
(张战军, 刘庸, 桑建平. 高能物理与核物理, 1998, **22**:836)
- 10 ZHANG Zhan-Jun et al. High Energy Phys. and Nucl. Phys., 1998, **22**:169 (in Chinese)  
(张战军等. 高能物理与核物理, 1998, **22**:169)
- 11 ZHANG Zhan-Jun et al. High Energy Phys. and Nucl. Phys. 2001, **25**(2):139(in Chinese)  
(张战军等. 高能物理与核物理, 2001, **25**(2):139)
- 12 Lipas P O et al. Nucl. Phys., 1990, **A509**:509
- 13 ZHANG Zhan-Jun, LIU Yong, SANG Jian-Ping. Journal of Huazhong Normal University (Natural Science), 1996, **30**:412(in Chinese)  
(张战军, 刘庸, 桑建平. 华中师范大学学报(自然科学版), 1996, **30**:412)
- 14 Phan X H et al. Phys. Rev., 1988, **C38**:1173
- 15 Wolf A, Scholten O, Casten R F. Phys. Lett., 1993, **B312**:372
- 16 Navratil P, Barrett B R, Dobes J. Phys. Rev., 1996, **C53**:2794
- 17 Sandor R K J et al. Nucl. Phys., 1991, **535**:669
- 18 Sandor R K J et al. Nucl. Phys., 1993, **551**:349
- 19 Sandor R K J et al. Nucl. Phys., 1993, **551**:378
- 20 Perrino R et al. Nucl. Phys., 1993, **561**:343



**Study of Electron-Nucleus Scattering and Nuclear Electromagnetic  
Properties Based on Microscopic IBM  
( II ) Theoretical Approach Based on ME Method**

ZHANG Zhan-Jun<sup>1</sup> FANG Xiang-Zheng<sup>2</sup> SANG Jian-Ping<sup>3</sup> LIU Yong<sup>4</sup>

<sup>1</sup> ( *Laboratory of Magnetic Resonance and Atomic and Molecular Physics, Wuhan*

*Institute of Physics and Mathematics, The Chinese Academy of Sciences, Wuhan 430071, China* )

<sup>2</sup> ( *Department of Physics, Anhui University, Hefei 230039, China* )

<sup>3</sup> ( *Department of Physics, Wuhan University, Wuhan 430072, China* )

<sup>4</sup> ( *Institute of Particle Physics, Huazhong Normal University, Wuhan 430079, China* )

**Abstract** In this paper a mapping of the collective state subspace in a microscopic IBM onto the fermion collective state subspace is achieved. A microscopic theoretical method (ME method), which is suitable to deduce the boson one-body operator from the fermion one-body operator, is proposed by supposing the form of the boson operator and making equal the matrix elements of physical operator between the corresponding normal basis vectors of the two different collective state subspaces. In the context, the procedure of obtaining the boson structure function, i. e. the determination of the boson transition charge/current density operator, is taken as an example to give a detailed statement of the method. Thereafter, calculations of the nuclear charge/current densities can be carried out in the boson state space by taking advantage of the eigenfunctions of the microscopic IBM. Associated with the formal theories of electron-nucleus scattering and nuclear electromagnetic transition, a microscopic approach, which can be used to study nuclear transition charge/current densities, various form factors, differential cross sections, reduced transition rates, electromagnetic multipole moments,  $g$  factors, and so on, can be built up. Preliminary calculations of transition charge density and reduced transition probability from  $2_1^+$  to  $0_1^+$  in  $^{146}\text{Nd}$  are carried out in terms of the approach in the framework of microscopic sdgIBM-1. It is found that the theoretical results fit the experimental data quite well.

**Key words** microscopic IBM, collective state subspace, corresponding basis vector, boson structure function, transition charge density