

计及多 π 关联效应的小相对动量区域 2π 干涉学

陈小凡 陈志来 杨学栋 李助鹏

(哈尔滨工业大学应用物理系 哈尔滨 150001)

摘要 给出了相对论重离子碰撞中在关联 $n\pi$ 和非关联 $n\pi$ 的选取中存在多 π 关联效应时 $n\pi$ 关联函数的一般表达式. 用这一表达式研究了计及多 π 关联效应的小相对动量区域 2π 干涉学, 得到了从 3π 干涉学分析得到的 π 源参数与计及多 π 关联效应后, 从 2π 干涉学分析得到的 π 源参数的解析关系, 与相对论重离子中心碰撞 $1.8A$ GeV Ar+Pb 的实验结果进行了对比.

关键词 相对论重离子碰撞 $n\pi$ 关联函数 2π 干涉学

1 引言

π 干涉学是分析相对论重离子碰撞中 π 源性质的强有力手段^[1-10]. 实验上进行 $n\pi$ 干涉学分析时, 需要选择关联 $n\pi$ 和非关联 $n\pi$, 通过它们的比得到 $n\pi$ 关联函数^[1-10]. 实验上受事件统计数的限制, 一般关联 $n\pi$ 要从 π 的多重数 $k_1 > n$ 的事件中选取, 而非关联 $n\pi$ (即背景) 要从 π 的多重数 $k_2 > 1$ 的 n 个不同事件中选取, 这时关联 $n\pi$ 动量分布要受到 $k_1\pi$ 关联的影响^[2,3], 而非关联 $n\pi$ 中的每个 π 介子的动量分布要受到 $k_2\pi$ 关联的影响^[4]. 文献[2]和[3]对理想背景下多 π 关联效应对 $n\pi$ 关联函数的影响进行了研究, 而文献[4]则对非理想背景下的 2π 关联函数进行了研究, 但没有计及关联 2π 选取中的多 π 关联效应^[2-4].

本文研究在关联 $n\pi$ 和非关联 $n\pi$ 选取中, 多 π 关联效应同时存在时这种一般情况下的 $n\pi$ 关联函数表达式, 并把这一关联函数用到小相对动量区域 2π 干涉学分析^[1,3-5] 中, 确定了 3π 干涉学分析得到 π 源参数与计及多 π 关联效应的 2π 干涉学分析得到 π 源参数之间理论关系, 把理论结果与相对论重离子中心碰撞 $1.8A$ GeV Ar+Pb 的实验结果进行了对比.

2 $n\pi$ 关联函数 $C_{n/k, CM}(p_1, p_2, \dots, p_n)$

在 $n\pi$ 干涉学分析中, 如果关联 $n\pi$ 来自 $k\pi$ ($k \geq n$) 事件, 那么关联 $n\pi$ 的动量分布为^[2,3]:

$$\begin{aligned} p_{n/k}(p_1, p_2, \dots, p_n) &= p_1(p_1)p_1(p_2)\cdots p_1(p_n) \cdot \\ &\int C_k(p_1, p_2, \dots, p_n, p_{n+1}, p_{n+2}, \dots, p_k) \cdot \\ &p_1(p_{n+1})p_1(p_{n+2})\cdots p_1(p_k) \cdot \\ &dp_{n+1}dp_{n+2}\cdots dp_k; \quad (k > n) \end{aligned} \quad (1)$$

而 $p_{n/n}(p_1, p_2, \dots, p_n) = p_n(p_1, p_2, \dots, p_n)$, (2)

式中, $C_k(p_1, p_2, \dots, p_k)$ 为 $k\pi$ 事件中理想背景下的 $k\pi$ 关联函数, $p_1(p)$ 为单 π 事件中 π 介子的动量分布, $p_n(p_1, p_2, \dots, p_n)$ 为 $n\pi$ 事件中 $n\pi$ 的动量分布, 而 $C_k(p_1, p_2, \dots, p_k)$ 为:

$$C_k(p_1, p_2, \dots, p_k) = \frac{p_k(p_1, p_2, \dots, p_k)}{p_1(p_1)p_1(p_2)\cdots p_1(p_k)},$$

对非关联 $n\pi$, 如果其中的每个 π 介子分别来自不同的 $k_i\pi$ ($k_i \geq 1, i = 1, 2, \dots, n$) 事件, 那么单 π 动量分布为^[4]:

$$\begin{aligned} p_{1/k_i}(p_1) &= p_1(p_1) \int C_{k_i}(p_1, p_2, \dots, p_{k_i}) \cdot \\ &p_1(p_2)\cdots p_1(p_{k_i}) dp_2 \cdots dp_{k_i}; \quad (k_i > 1), \end{aligned}$$

而 $p_{1/1}(p_1) = p_1(p_1)$,

因此计及多 π 关联效应的一般情况下的 $n\pi$ 关联函数为 $C_{n/k, CM}(p_1, p_2, \dots, p_n)$:

$$C_{n/k, CM}(p_1, p_2, \dots, p_n) = \frac{p_{n/k}(p_1, p_2, \dots, p_n)}{p_{1/k_1}(p_1)p_{1/k_2}(p_2)\cdots p_{1/k_n}(p_n)}, \quad (5)$$

当非关联 $n\pi$ 中的每个 π 介子来自多重数为 m 的不同事件时, 此时 $k_1 = k_2 = \dots = k_n = m$, 则相应的 $n\pi$ 关联函数为 $C_{n/k, 1/m}(p_1, p_2, \dots, p_n)$:

$$C_{n/k, 1/m}(p_1, p_2, \dots, p_n) = \frac{p_{n/k}(p_1, p_2, \dots, p_n)}{p_{1/m}(p_1)p_{1/m}(p_2)\cdots p_{1/m}(p_n)}, \quad (6)$$

(6) 式中的关联函数是实验中经常采用的 $n\pi$ 关联函数.

3 2π 关联函数 $C_{2/3, 1/2}(p_1, p_2)$

本节研究关联 π 对来自 π 的多重数为 3 的同一事件, 而非关联 π 对每个 π 介子来自 π 的多重数为 2 的不同事件情况下的 2π 关联函数. 在这种情况下, 2π 关联函数为 $C_{2/3, 1/2}(p_1, p_2)$. 在式(6)中, 取 $n=2, k=3, m=2$, 得:

$$C_{2/3, 1/2}(p_1, p_2) = \frac{p_{2/3}(p_1, p_2)}{p_{1/2}(p_1)p_{1/2}(p_2)},$$

在相对论重离子碰撞中,因 π 源寿命不是敏感参量^[10],以下计算仅考虑 π 源的空间分布.

当 π 源密度分布 $\rho(r)$ 为高斯分布

$$\rho(r) = [\exp(-r^2/R^2)]/(\pi^{3/2}R^3), \quad (8)$$

和

$$p_1(p) = [\exp(-p^2/2mT)]/(2\pi mT)^{3/2}, \quad (9)$$

时, $p_{2/3}(p_1, p_2)$ 为^[3]

$$p_{2/3}(p_1, p_2) = p_1(p_1)p_1(p_2)[1 + \lambda \exp(-q_{12}^2 R_{3\pi}^2/2) + \Delta_1 + \Delta_2 + \Delta_3], \quad (10)$$

式中

$$\Delta_1 = [\lambda \exp(-p_1^2 R_{3\pi}^2/2a_1)]/a_1^{3/2}, \quad (11)$$

$$\Delta_2 = \frac{\lambda}{a_1^{3/2}} \exp[-(q_{12}^2 + p_1^2 - 2q_{12} \cdot p_1)R_{3\pi}^2/2a_1], \quad (12)$$

$$\Delta_3 = \frac{2\xi}{a_1^{3/2}} \exp\left[-\frac{R_{3\pi}^2}{2a_1} \left(\frac{4a_1 - mTR_{3\pi}^2}{4} q_{12}^2 + p_1^2 - q_{12} \cdot p_1\right)\right], \quad (13)$$

其中 $a_1 = 1 + mTR_{3\pi}^2$, $R_{3\pi}$ 为由 3π 关联函数 $C_3(p_1, p_2, p_3)$ 进行 3π 干涉学分析得到的 π 源空间参数, λ 和 ξ 分别为 2π 及 3π 关联因子, $q_{12} = p_1 - p_2$.

由于^[4]

$$p_{1/2}(p) = p_1(p) \left\{ 1 + B_1 \exp\left(-\frac{p^2 R_{2\pi}^2}{2a_2}\right) \right\}, \quad (14)$$

式中

$$B_1 = \lambda/a_2, \quad (15)$$

$$a_2 = 1 + mTR_{2\pi}^2, \quad (16)$$

$R_{2\pi}$ 为由 2π 关联函数 $C_2(p_1, p_2)$ 进行 2π 干涉学分析得到 π 源空间参数.由文献[3],有

$$R_{2\pi} = R_{3\pi}, \quad (17)$$

故

$$a_1 = a_2, \quad (18)$$

从(14)、(13)和(7)式得:

$$C_{2/3,1/2}(p_1, p_2) = \frac{D_1}{D_2}, \quad (19)$$

式中

$$D_1 = 1 + \lambda \exp(-q_{12}^2 R_{3\pi}^2/2) + \Delta_1 + \Delta_2 + \Delta_3, \quad (20)$$

$$D_2 = 1 + B_1 \exp\left(-\frac{p_1^2 R_{3\pi}^2}{2a_1}\right) + B_1 \exp\left(-\frac{p_2^2 R_{3\pi}^2}{2a_1}\right) +$$

$$B_1^2 \exp\left[-\frac{(p_1^2 + p_2^2)}{2a_1} R_{3\pi}^2\right], \quad (21)$$

把 $p_2 = p_1 - q_{12}$ 代入(21),把 $C_{2/3,1/2}(p_1, p_2)$ 对 p_1 取平均得

$$\overline{C}_{2/3,1/2}(q_{12}) = E_1/E_2, \quad (22)$$

式中

$$E_1 = 1 + \lambda \exp(-q_{12}^2 R_{3\pi}^2/2) + \frac{\lambda}{b^{3/2}} + \frac{\lambda}{b^{3/2}} \exp(-q_{12}^2 R_{3\pi}^2/2b) +$$

$$\frac{2\xi}{b^{3/2}} \exp\left(-\frac{d}{8a_1 b} q_{12}^2 R_{3\pi}^2\right), \quad (23)$$

$$b = 1 + 2mTR_{3\pi}^2, \quad (24)$$

$$d = 4 + 10mTR_{3\pi}^2 + 6(mTR_{3\pi})^2, \quad (25)$$

$$E_2 = 1 + \frac{\lambda}{b^{3/2}} + \frac{\lambda}{b^{3/2}} \exp\left(-\frac{q_{12}^2 R_{3\pi}^2}{2b}\right) + \lambda^2 \left(\frac{1}{a_1 f}\right)^{3/2} \exp\left(-\frac{q_{12}^2 R_{3\pi}^2 b}{2a_1 f}\right), \quad (26)$$

$$f = 1 + 3mTR_{3\pi}^2, \quad (27)$$

4 小相对动量区域 2π 关联函数

在小相对动量区域, 2π 关联函数 $\bar{C}_{2/3,1/2}(q_{12})$ 为

$$\begin{aligned} \bar{C}_{2/3,1/2}(q_{12}) = & 1 + (\lambda + F_1 + F_3) + F_1(\lambda + F_3) - \\ & \frac{q_{12}^2}{2} R_{3\pi}^2 [F_2(1 + \lambda + F_3) + F_4(1 + F_1)] \end{aligned} \quad (28)$$

式中

$$F_1 = \frac{2\lambda}{b^{3/2}} + \lambda^2 \left(\frac{1}{a_1 f}\right)^{3/2} \quad F_2 = -\left(\frac{\lambda}{b^{5/2}} + \frac{b}{a_1^{5/2} f^{5/2}}\right), \quad (29)$$

$$F_3 = \frac{2(\lambda + \xi)}{b^{3/2}}, \quad F_4 = \lambda + \frac{\lambda}{b^{5/2}} + \frac{d\xi}{2a_1 b^{5/2}},$$

而 $\bar{C}_{2/3,1/2}(q_{12})$ 在小相对动量区域还可以写为^[1,3,4]:

$$\bar{C}_{2/3,1/2}(q_{12}) = 1 + \lambda_{2/3,1/2} - \frac{1}{2} q_{12}^2 \lambda_{2/3,1/2} R_{2/3,1/2}^2, \quad (30)$$

式中 $\lambda_{2/3,1/2}$ 和 $R_{2/3,1/2}$ 分别为由 2π 关联函数 $\bar{C}_{2/3,1/2}(p_1, p_2)$ 进行 2π 干涉学分析得到的 2π 关联因子和 π 源空间参数. 令(30)式与(28)式相等得:

$$\lambda_{2/3,1/2} = \lambda + F_1 + F_3 + F_1(\lambda + F_3), \quad (31)$$

$$R_{2/3,1/2} = R_{3\pi} \frac{[F_2(1 + \lambda + F_3) + F_4(1 + F_1)]^{1/2}}{(\lambda_{2/3,1/2})^{1/2}}, \quad (32)$$

(31)和(32)即为由 $\bar{C}_{2/3,1/2}(q_{12})$ 进行 2π 干涉学分析得到的 π 源参数与由 $C_3(p_1, p_2, p_3)$ 进行的 3π 干涉学分析得到的 π 源参数的解析关系. 对相对论重离子中心碰撞 1.8A GeV Ar+Pb 实验^[9], $T = 60\text{MeV}$, $R_{3\pi} = 5.65 \pm 0.49\text{fm}$, $R_{2/3,1/2} = 5.53 \pm 0.45\text{fm}$, 故

$$R_{2/3,1/2} = (0.98 \pm 0.12)R_{3\pi}, \quad (33)$$

理论上由(32)式得

$$R_{2/3,1/2} = 0.97R_{3\pi}, \quad (34)$$

可见理论结果与实验结果符合得很好.

5 结论

相对论重离子碰撞中 $n\pi$ 关联函数随着关联 $n\pi$ 和非关联 $n\pi$ 的不同选取方法而不

同. 由 2π 关联函数 $C_{2/3,1/2}(p_1, p_2)$ 进行 2π 干涉学分析得到的 π 源参数 $R_{2/3,1/2}$ 和 $\lambda_{2/3,1/2}$ 与由 3π 关联函数 $C_3(p_1, p_2, p_3)$ 进行的 3π 干涉学分析得到的 π 源参数 $R_{3\pi}$ 和 λ 具有如式(31)和(32)的关系. 对相对论重离子中心碰撞 $1.8A$ GeV Ar + Pb, 由于其 π 源温度 T 和 $R_{3\pi}$ 较大, 导致 $R_{2/3,1/2}$ 与 $R_{3\pi}$ 的差别较小.

参考文献(References)

- 1 CHEN Xiao-Fan. High Energ. Phys. and Nucl. Phys., 1998, 22(5):424—428(in Chinese)
(陈小凡. 高能物理与核物理, 1998, 22(5):424—428)
- 2 LIU Yi-Ming, ZHANG Wei-Ning, WANG Shan et al. HEP & NP, 1990, 14(8):724—730(in Chinese)
(刘亦铭, 张卫宁, 王山等. 高能物理与核物理, 1990, 14(8):724—730)
- 3 CHEN Xiao-Fan. High Energ. Phys. and Nucl. Phys., 1998, 22(10):903—909(in Chinese)
(陈小凡. 高能物理与核物理, 1998, 22(10):903—909)
- 4 CHEN Xiao-Fan, CHEN Zhi-Lai. High Energ. Phys. and Nucl. Phys., 1999, 23:1097 (in Chinese)
(陈小凡, 陈志来. 高能物理与核物理, 1999, 23:1097)
- 5 CHEN Xiao-Fan, CHEN Zhi-Lai, YANG Xue-Dong et al. HEP & NP, 2000, 24(6):524(in Chinese)
(陈小凡, 陈志来, 杨学栋等. 高能物理与核物理, 2000, 24(6):524)
- 6 Gyulassy M, Kauffmann S K, Wilson L W. Phys. Rev., 1979, C20(6):2267—2292
- 7 Boal D H, Gelbke C K, Jennings B K. Rev. Mod. Phys., 1990, 62(3):553—602
- 8 Zajc W A, Bistirlich J A, Bossingham R R et al. Phys. Rev., 1984, C29(6):2173—2187
- 9 LIU Yi-Ming, Beavis D, CHU S Y et al. Phys. Rev., 1986, C34(5):1667—1672
- 10 Beavis D, CHU S Y, FUNG S Y et al. Phys. Rev., 1983, C28(6):2561—2564

Two-Pion Interferometry at Small Relative Momentum Taking Account for Multi-Pion Correlations

CHEN Xiao-Fan CHEN Zhi-Lai YANG Xue-Dong LI Zhu-Peng

(Department of Physics, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

Abstract A general expression for $n\pi$ correlation function is given when there are multi-pion correlations in the choices of correlated $n\pi$ and uncorrelated $n\pi$. Using this expression, the two-pion interferometry at small relative momentum which takes account for multi-pion correlations is studied, the relations between the pion source parameters from the two-pion interferometry and the three-pion interferometry are obtained analytically, and comparison is made with the experimental results of central relativistic heavy ion collisions $1.8 A$ GeV Ar + Pb.

Key words relativistic heavy ion collision, $n\pi$ correlation function, two-pion interferometry