第24卷 第12期 高能物理与核物理 Vol.24, No.12
2000年12月 HIGH ENERGY PHYSICS AND NUCLEAR PHYSICS Dec., 2000

Z→3γ及相关过程的解析手征振幅和极化矢量的讨论*

匀 亮 东方晓 周咸建
(中国科学院高能物理研究所 北京 100039)

摘要 给出了Z→3γ及相关过程的解析手征振幅. 结果与Glover等的结果不同,虽然手征振幅的这种差别并不影响总几率的计算,但它有直接的物理意义,并可为实验检验. 同时对极化矢量的定义进行了讨论,并指出Glover文章之错误.

关键词 手征振幅 极化矢量 标准模型

Z→3γ是Z介子的稀有衰变. 由于杨氏定理,Z介子不能衰变到双光子. Z介子衰变到3个光子,没有树图贡献,最低级的贡献来自单圈图. 随着加速器技术的发展,获得高能量高亮度的光子束将成为可能,因此观察到γγ→γγ,γγ→Zγ,这种小截面过程也将成为现实,也越来越受到人们的重视. 近来,Z→3γ也受到人们的广泛的研究. 费米子圈图贡献80年代就有人研究过[1,2]. 除了费米子圈图外,在标准模型中,还有$W^{\pm}$介子圈图贡献[3—8]. 这种圈图贡献可以检验标准电弱模型的非阿贝尔性质. 比如可以检验三顶角(WWγ和WWZ)和四顶角(WWγγ和WWγZ)耦合. 对于非标准模型,还存在标量带电介子圈图贡献[9].

我们知道,Z→3γ衰变与γγ散射两过程密切相关. 在我们早期的文章中[3—5],给出了γγ散射和Z→3γ的极化张量,那时用的是线性R_ξ规范. 本文将用非线性R_ξ规范,讨论Z→3γ衰变与γγ→γZ和γZ→γγ散射过程之间手征振幅的关系. 我们首先给出Z→3γ衰变的手征振幅的解析表达式,发现得到的Z→3γ手征振幅与文献[12]的结果是不相同的. 虽然这种差别并不影响Z→3γ的总衰变宽度,但是它们是有不同的物理意义的,并且可被将来的实验检验的.

首先讨论Z→3γ衰变过程,引入下面非线性规范固定项[10]:

$$L_{\rm nl}^{\rm GF} = -\xi^{-1}\left|(\partial_\mu - ieA_\mu - ig'Z_\mu)W_\mu^+ - i\xi M_W\phi^+\right|^2, \tag{1}$$

它保持$U(1)_{em}$规范不变. 这里M_W是W介子质量. $g' = -g_2\cos\theta_W$, g_2是$SU(2)$群耦合常数,θ_W是Weinberg角,我们选用't Hooft-Feynman规范,即$\xi=1$. 这样选的一个好处是衰变过程的费曼图简单. 对于$Z\to3\gamma$衰变,在这种规范选择下,只有三类圈图:W

1999-05-31收稿,2000-04-28收修改稿
*国家自然科学基金资助(19875057)

介子圈图、带电标量介子圈图和鬼粒子圈图,当然还有费米子圈图,如图 1 所示.

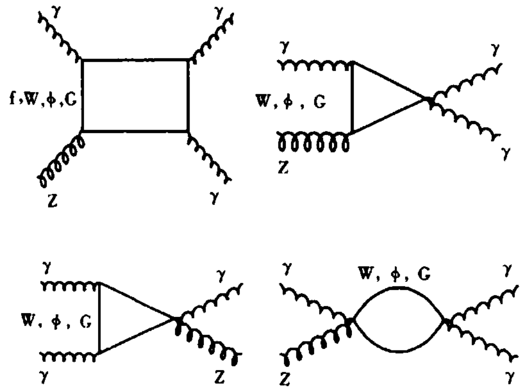

图 1　$Z\to3\gamma$ 衰变过程费曼图

ω,ϕ,G 和 f 分别代表 W 介子,带电标量介子,鬼粒子和费米子内线.

用 $k^{(i)}(i=1,2,3)$表示 3 个光子的动量,$k^{(4)}$表示 Z 介子的动量. 为了使过程的四阶极化张量具有最大的对称性,假定费曼图上的 4 个外动量,$k^{(i)}(i=1,2,3,4)$,都是入射的. 这样过程的能量－动量守恒为

$$k^{(1)}+k^{(2)}+k^{(3)}+k^{(4)}=0. \tag{2}$$

为了定义过程的手征振幅,首先引入矢量粒子的极化矢量. 通常教科书中引入的极化矢量,是在特殊参考系下定义的. 例如通常取粒子的横向极化矢量(e_i)与该粒子的动量($\boldsymbol{k}$)成右手系,如图 2 所示.

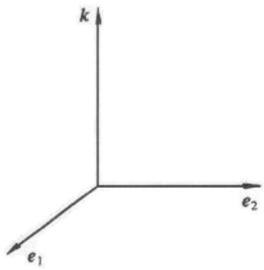

图 2　横向极化矢量 $\boldsymbol{e}_1,\boldsymbol{e}_2$ 和粒子的动量 $\boldsymbol{r}$ 构成右手系

在这里引入不依赖参考系选择的协变的极化矢量[11]. 令 $\epsilon_\nu(\lambda_i)(i=1,2,3,4)$分别代表 3 个光子和 Z 介子的园极化矢量,因为 Z 介子的质量不为零,所以 Z 介子还有纵向极化矢量,用 $\epsilon_\mu(\lambda_4=0)$代表:

$$\begin{aligned}
\epsilon_\mu(\lambda_1)&=U_{1\mu}(\lambda_1),\\
\epsilon_\nu(\lambda_2)&=U_{1\nu}(-\lambda_2),\qquad \lambda_i=\pm1,\\
\epsilon_\rho(\lambda_3)&=U_{2\rho}(-\lambda_3),\\
\epsilon_\alpha(\lambda_4)&=U_{2\alpha}(\lambda_4),
\end{aligned}\tag{3}$$

$$\epsilon_\alpha(\lambda_4=0)=\frac{1}{M_Z}\left\{\left[1+\frac{2(k^{(1)}\cdot k^{(2)})}{(k^{(1)}\cdot k^{(3)})+(k^{(2)}\cdot k^{(3)})}\right]k_\alpha^{(3)}-k_\alpha^{(1)}-k_\alpha^{(2)}\right\},$$

其中

$$U_{1\mu}(\lambda)=G_1(\mathrm{i}\chi_\mu+\lambda\Sigma_{1\mu}),$$
$$U_{2\mu}(\lambda)=C_1(\mathrm{i}\chi_\mu+\lambda\Sigma_{2\mu}),$$

$$\begin{aligned}
\chi_\mu&=\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma}k^{(1)\nu}k^{(2)\rho}k^{(3)\sigma},\quad \epsilon_{0123}=1,\\
\Sigma_{1\mu}&=(k^{(1)}\cdot k^{(3)})k_\mu^{(2)}+(k^{(2)}\cdot k^{(3)})k_\mu^{(1)}-(k^{(1)}\cdot k^{(2)})k_\mu^{(3)}\\
\Sigma_{2\mu}&=(k^{(1)}\cdot k^{(3)})k_\mu^{(2)}-(k^{(2)}\cdot k^{(3)})k_\mu^{(1)}+
\end{aligned}$$

$$(k^{(1)}\cdot k^{(2)})\left[1-\frac{2(k^{(1)}\cdot k^{(3)})}{(k^{(2)}\cdot k^{(3)})+(k^{(1)}\cdot k^{(3)})}\right]k_\mu^{(3)} \tag{4}$$

$$C_1=\frac{\mathrm{i}}{4M^3\sqrt{2stu}}.$$

在这里还要引入4个无量纲的量 s,t,u 和 a

$$s=\frac{k^{(1)}\cdot k^{(2)}}{2M^2},\qquad t=\frac{k^{(2)}\cdot k^{(3)}}{2M^2},$$
$$u=\frac{k^{(1)}\cdot k^{(3)}}{2M^2},\qquad a=\frac{M_Z^2}{4M^2}, \tag{5}$$

其中 M_Z 是Z介子质量,M 是圈图内线粒子质量,对W介子圈图 $M=M_W$,对带电标量介子圈图 $M=M_\phi$,对费米子圈图,$M=M_f$.

$Z\to3\gamma$ 衰变过程的手征振幅由下式给出:

$$M_{\lambda_1\lambda_2\lambda_3\lambda_4}=\epsilon_\mu(\lambda_1)\epsilon_\nu(\lambda_2)\epsilon_\rho(\lambda_3)\epsilon_\sigma(\lambda_4)G^{\mu\nu\rho\sigma}(k^{(1)},k^{(2)},k^{(3)}), \tag{6}$$

其中 G 是过程的四阶极化张量. 由于能量动量守恒的限制,G 只依赖3个光子的动量. 四阶极化张量的最一般形式应包括81项 $k_\mu^{(i)}k_\nu^{(j)}k_\rho^{(k)}k_\alpha^{(l)}$,54项 $k_\mu^{(i)}k_\nu^{(j)}g^{\rho\alpha}$ 和3项 $g^{\mu\nu}g^{\rho\alpha}$. 四阶极化张量满足规范不变要求,

$$k_\mu^{(1)}G^{\mu\nu\rho\sigma}(k^{(1)},k^{(2)},k^{(3)})=k_\nu^{(2)}G^{\mu\nu\rho\sigma}(k^{(1)},k^{(2)},k^{(3)})=k_\mu^{(3)}G^{\mu\nu\rho\sigma}(k^{(1)},k^{(2)},k^{(3)})=0, \tag{7}$$

(7)式在非线性 R_ξ 规范下成立,在线性 R_ξ 规范下不成立[4],而(7)式将极大简化四阶极化张量的计算

$$\begin{aligned}G^{\mu\nu\rho\sigma}(k^{(1)},k^{(2)},k^{(3)})=\sum\nolimits_{\mathrm{perm}}\Bigg\{&A_1(k^{(1)},k^{(2)},k^{(3)})\left(\frac{k^{(3)\mu}k^{(1)\rho}}{k^{(1)}\cdot k^{(3)}}-g^{\mu\rho}\right)k^{(1)\alpha}\\&\left(\frac{k^{(3)\nu}}{k^{(2)}\cdot k^{(3)}}-\frac{k^{(1)\nu}}{k^{(1)}\cdot k^{(2)}}\right)/(k^{(1)}\cdot k^{(3)})+A_2(k^{(1)},k^{(2)},k^{(3)})\\&\left[\frac{1}{k^{(2)}\cdot k^{(3)}}\left(\frac{k^{(1)\alpha}k^{(3)\mu}}{k^{(1)}\cdot k^{(3)}}-g^{\alpha\mu}\right)\left(\frac{k^{(1)\nu}k^{(2)\rho}}{k^{(1)}\cdot k^{(2)}}-g^{\nu\rho}\right)+\right.\\&\left.\frac{1}{k^{(1)}\cdot k^{(3)}}\left(\frac{k^{(1)\nu}}{k^{(1)}\cdot k^{(2)}}-\frac{k^{(3)\nu}}{k^{(2)}\cdot k^{(3)}}\right)(k^{(1)\rho}g^{\alpha\mu}-k^{(1)\alpha}g^{\mu\rho})\right]+\\&A_3(k^{(1)},k^{(2)},k^{(3)})\left(\frac{k^{(1)\alpha}k^{(3)\mu}}{k^{(1)}\cdot k^{(3)}}-g^{\alpha\mu}\right)\left(\frac{k^{(3)\nu}k^{(2)\rho}}{k^{(2)}\cdot k^{(3)}}-g^{\nu\rho}\right)\Big/(k^{(1)}\cdot k^{(3)})\Bigg\},\end{aligned} \tag{8}$$

其中 Σ_{perm} 代表对3个光子动量连带它们的角标的6种不同排列求和. 3个洛伦兹标量函数 A_i 有来自费米子,W介子和带电物理标量介子3种圈图的贡献.

$$A_i(k^{(1)},k^{(2)},k^{(3)})=A_i(s,t)=$$
$$\frac{e^3g_Z}{16\pi^2}\left\{\cos^2\theta_W A_i^{\mathrm{b}}(s,t)+\sum_f q_f^3v_fA_i^{\mathrm{f}}(s,t)-\frac{\cos2\theta_W}{2}A_i^{\phi}(s,t)\right\}, \tag{9}$$

式中 $\sum_f$ 代表对质量为 M_f 电荷为 q_f 的费米子求和,θ_W 是Weinberg角.

$$g_Z=e(M_Z)/(\sin\theta_W\cos\theta_W),$$
$$v_f=T_3^f/2-q_f\sin^2\theta_W, \tag{10}$$

式中 $e(M_Z)$是电荷 e 在质量标度 M_Z 处的值. $T_3^f=\frac{1}{2},-\frac{1}{2},-1$ 分别对于上夸克($q_f=2/3$),下夸克($q_f=-1/3$)和带电轻子($q_f=-1$).

利用 MATHEMATICA 得到了所有标量函数 A_i^b,A_i^f 和 A_i^ϕ[7,9],并发现它们有下述关系:

$$A_i^b(s,t)=\frac{M_W^2}{M_f^2}(a-3/2)A_i^f(s,t)+B_i^b(s,t),$$
$$A_i^\phi(s,t)=\frac{1}{2}\frac{M_\phi^2}{M_f^2}A_i^f(s,t)+B_i^\phi(s,t), \tag{11}$$

其中

$$\begin{gathered}
B_1^b(s,t)=0, \qquad\qquad B_1^\phi(s,t)=0,\\
B_2^b(s,t)=16M_W^2\{[5+2a][T(t)+T(u)-T(a)]tu/(2s)+\\
(6s-2t-2u-5)[uI(s,t,a)+tI(s,u,a)]/(4s)+\\
(-5s+6s^2-2st-2su-10tu-4stu-4t^2u-4tu^2)I(t,u,a)/(4s)\},\\
B_3^b(s,t)=16M_W^2\{(5t^2+2st^2+2t^3+2t^2u-5u^2-2su^2-2tu^2-2u^3)\\
[T(a)-T(s)]/(2t)+\left[\frac{5}{2}+a\right]tu^2\left[\frac{T(u)}{t^2}-\frac{T(t)}{u^2}\right]+(10st^2+4s^2t^2+4st^3+5tu+\\
2stu+2t^2u+4st^2u-5u^2-2su^2-2u^3)I(s,t,a)/(4st)+\\
(5t^2+2st^2+2t^3-5tu-2stu-10su^2-4s^2u^2-2tu^2-4stu^2-\\
4su^3)I(s,u,a)/(4st)+(5t+2st+2t^2-5u-2su-2u^2)I(t,u,a)/(4t)\},\\
B_2^\phi(s,t)=16M_\phi^2\{-uI(s,t,a)/(4s)-tI(s,u,a)/(4s)-\\
(s+2tu)I(t,u,a)/(4s)+tuT(u)/(2s)+\\
(tu^3+s^2tu+2stu^2)[T(t)-T(a)]/[2s(s+u)^2]\},\\
B_3^\phi(s,t)=16M_\phi^2\{(2st^2+tu-u^2)I(s,t,a)/(4st)+\\
(t^2-tu-2su^2)I(s,u,a)/(4st)+\\
(t-u)I(t,u,a)/(4t)+(t^2-u^2)[T(a)-T(s)-T(u)]/(2t)\},
\end{gathered} \tag{12}$$

上式中两个超越函数 $T(x)$和 $I(x,y,a)$由文献[7]的附录 C 给出. 手征振幅,$M_{\lambda_1\lambda_2\lambda_3\lambda_4}$,总共有 24 个,考虑到关系式

$$M_{\lambda_1\lambda_2\lambda_3\lambda_4}=M_{-\lambda_1-\lambda_2-\lambda_3-\lambda_4} \tag{13}$$

独立手征振幅个数减少到 12 个. 再由于存在下述关系

$$\begin{aligned}
M_{-+-+}(s,t,u)&=M_{-++-}(s,u,t),\\
M_{-+--}(s,t,u)&=M_{-+++}(s,u,t),\\
M_{-+-0}(s,t,u)&=M_{-++0}(s,u,t).
\end{aligned} \tag{14}$$

这样独立手征振幅最后只剩下 9 个:

$$M_{---+}=\frac{1}{2M^2}\left\{-\frac{A_1(t,u)}{(t+u)}+\frac{A_2(s,t)+A_2(u,t)+A_3(u,s)}{t}+(t\leftrightarrow u)\right\},$$
$$M_{--+-}=\frac{A_1(t,u)+A_1(u,t)}{2M^2(t+u)},$$

$$M_{---+}=\frac{1}{2M^2}\left\{\frac{-A_1(s,t)+A_1(u,t)+A_2(s,t)-A_2(u,t)}{(t+u)}+\right.$$

$$\left.\frac{A_3(s,t)}{u}+\frac{uA_3(u,t)}{s(t+u)}+(t\leftrightarrow u)\right\},$$

$$M_{----}=\frac{1}{2M^2}\left\{\frac{A_1(s,t)-A_1(u,t)-A_2(s,t)+A_2(u,t)}{(t+u)}+\frac{A_3(t,s)}{u}+\right.$$

$$\left.\frac{tA_3(u,t)}{s(t+u)}+(t\leftrightarrow u)\right\},$$

$$M_{-+++}=\frac{1}{2M^2}\left\{\frac{-A_1(s,u)+A_2(s,u)+A_2(t,u)}{(t+u)}+\frac{A_2(t,s)+A_2(u,s)}{s}+\right.$$

$$\left.\frac{A_3(s,t)}{u}+\frac{uA_3(u,t)}{s(t+u)}\right\},$$

$$M_{-++-}=\frac{1}{2M^2}\left\{\frac{A_1(s,u)}{(t+u)}+\frac{t[A_2(s,u)+A_2(t,u)]}{u(t+u)}+\frac{tA_3(u,t)}{s(t+u)}\right\},$$

$$M_{--+0}=\frac{1}{4M^3M_Z}\sqrt{\frac{-2}{stu}}\left\{\frac{4M^2su-tM_Z^2}{2(t+u)}A_1(t,u)-\right.$$

$$\left.2M^2s[A_2(s,u)+A_2(t,u)]-2M^2\frac{su}{t}A_3(u,s)-(t\leftrightarrow u)\right\},$$

$$M_{---0}=\frac{1}{4M^3M_Z}\sqrt{\frac{-2}{stu}}\left\{\frac{4M^2su-tM_Z^2}{2(t+u)}[A_1(s,u)-A_1(t,u)+A_2(t,u)-A_2(s,u)]+\right.$$

$$2M^2(t+u)[A_1(t,s)-A_2(t,s)]+\frac{2M^2st}{u}[A_3(s,t)-A_3(t,s)]+$$

$$\left.\frac{tu(2M^2s+M_Z^2/2)}{s(t+u)}A_3(u,t)-(t\leftrightarrow u)\right\},$$

$$M_{-++0}=\frac{1}{4M^3M_Z}\sqrt{\frac{-2}{stu}}\left\{\frac{4M^2su-tM_Z^2}{2(t+u)}A_1(s,u)-2M^2(t+u)A_1(u,s)+\right.$$

$$\frac{t(2M^2s+M_Z^2/2)}{(t+u)}[A_2(s,u)+A_2(t,u)]+2M^2t[A_2(t,s)+A_2(u,s)]+$$

$$\left.\frac{2M^2st}{u}A_3(s,t)+\frac{tu(2M^2s+M_Z^2/2)}{s(t+u)}A_3(u,t)\right\}. \tag{15}$$

把上面结果与文献[12]的(22)和(23)式进行比较,发现:

$$M_{\lambda_1\lambda_2\lambda_3\lambda_4}=J_{-\lambda-\lambda_2\lambda_3\lambda_4},M_{\lambda_1\lambda_2\lambda_30}=-J_{-\lambda_1-\lambda_2\lambda_30}, \tag{16}$$

上式右端的 J 是文献[12]中 $Z\to3\gamma$ 衰变的手征振幅. 这说明两者在第一和第二两光子的极化方向是不相同的. 比如,$M_{---+}=J_{++++}$,M_{---+} 代表右手极化(+)的Z介子衰变到3个光子的手征振幅,其中一个光子为右手极化(+),两个光子为左手极化(−);而 J_{++++} 代表极化为(+)的Z介子衰变到3个光子极化都为(+)的手征振幅. 这两者物理意义是不同的,而且将来实验可以检验.

极化矢量为右旋(+)或左旋(−)的定义与粒子是入射还是出射有关[13]. 根据文献[13],在费曼图上,对于入射粒子,其左右旋极化矢量定义为

$$\hat{\epsilon}(+) = \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{e}_1 + \mathrm{i}\hat{e}_2), \quad \hat{e}(-) = \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{e}_1 - \mathrm{i}\hat{e}_2). \tag{17}$$

而对于出射粒子，其左右旋极化矢量定义为

$$\hat{\epsilon}(+) = \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{e}_1 - \mathrm{i}\hat{e}_2), \quad \hat{e}(-) = \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{e}_1 + \mathrm{i}\hat{e}_2), \tag{18}$$

其中 $\hat{e}_1, \hat{e}_2$ 是粒子的横向极化矢量，并与粒子的动量 $\boldsymbol{k}$ 构成右手系，见图(2)，以(17)和(18)式为标准判断，文献[12]的(20)式显然有误.

本文引入的极化矢量(3)和(4)式是协变的，与坐标系选择无关. 在特殊参考系下，它又可以化为通常教科书中定义的形式. 比如，我们取第一、第二光子质心系，即令 $\boldsymbol{k}^{(1)} = -\boldsymbol{k}^{(2)}$. 那么(3)式和(4)式便可化为教科书中园极化形式，

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\epsilon}(\lambda_1) &= C_2(\boldsymbol{e}_1 - \mathrm{i}\lambda_1\boldsymbol{e}_2), \boldsymbol{\epsilon}(\lambda_2) = C_2(\boldsymbol{e}_1 + \mathrm{i}\lambda_2\boldsymbol{e}_2), \\ \boldsymbol{\epsilon}(\lambda_3) &= C_2(\boldsymbol{e}_1 + \mathrm{i}\lambda_3\boldsymbol{e}_2), \boldsymbol{\epsilon}(\lambda_4) = C_2(\boldsymbol{e}_1 - \mathrm{i}\lambda_4\boldsymbol{e}_2), \end{aligned} \tag{19}$$

式中

$$\boldsymbol{e}_1 = \hat{\boldsymbol{k}}^{(1)} \times \hat{\boldsymbol{k}}^{(3)}, \qquad \hat{\boldsymbol{k}}^{(i)} = \frac{\boldsymbol{k}^{(i)}}{|\boldsymbol{k}^{(i)}|}$$

$$\boldsymbol{e}_2 = \hat{\boldsymbol{k}}_{\perp}^{(3)}, \qquad C_2 = \frac{-|\boldsymbol{k}^{(1)}|^2|\boldsymbol{k}^{(2)}|}{2M^3\sqrt{2stu}},$$
$$\boldsymbol{e}_2' = \hat{\boldsymbol{k}}_{\perp}^{(1)},$$

从图 3 可以看到，(19)式显然符合(17)，(18)式之标准.

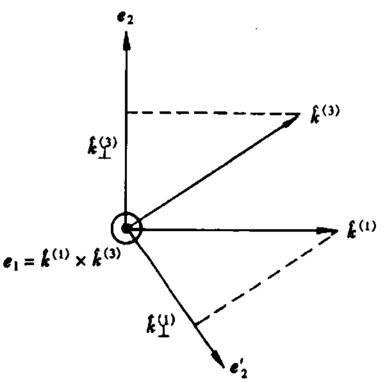

图 3　极化矢量图

⊙代表 $\boldsymbol{e}_1 = \hat{\boldsymbol{k}}^{(1)} \times \hat{\boldsymbol{k}}^{(3)}$ 垂直于 $\hat{\boldsymbol{k}}^{(1)}$—$\hat{\boldsymbol{k}}^{(3)}$ 平面，即垂直于纸面，箭头向外. $\boldsymbol{e}_2 = \hat{\boldsymbol{k}}_{\perp}^{(3)}$ 和 $\boldsymbol{e}_2' = \hat{\boldsymbol{k}}_{\perp}^{(1)}$ 都在 $\hat{\boldsymbol{k}}^{(1)}$—$\hat{\boldsymbol{k}}^{(3)}$ 平面内. 这样，$\boldsymbol{e}_1$、$\boldsymbol{e}_2$ 和 $-\hat{\boldsymbol{k}}^{(1)}$ 构成右手系，$\boldsymbol{e}_1$、$\boldsymbol{e}_2'$ 和 $\hat{\boldsymbol{k}}^{(3)}$ 也构成右手系.

现在讨论 $\gamma\gamma \to \gamma Z$ 散射过程. 我们知道，$\gamma\gamma \to \gamma Z$ 散射过程与 $Z \to 3\gamma$ 衰变是密切相关的. 它仍可用图 1 中的费曼图来描述. 如果用 $k^{(1)}$ 和 $k^{(2)}$ 代表两个入射光子动量，而 $k^{(3)}$ 和 $k^{(4)}$ 分别代表出射光子及 Z 介子动量. 同样理由，为了使过程有最大对称性，费曼图上的 4 个外动量仍假定都是入射的. 那么过程的四阶极化张量仍可用(8)式来定义. 只是过程的极化矢量相对(3)式要作如下变化：

$$\begin{aligned} \epsilon_\mu(\lambda_1) &= U_{1\mu}(-\lambda_1), \epsilon_\nu(\lambda_2) = U_{1\nu}(\lambda_2), \\ \epsilon_\rho(\lambda_3) &= U_{2\rho}(-\lambda_3), \epsilon_\alpha(\lambda_4) = U_{2\alpha}(\lambda_4), \\ \epsilon_\alpha(\lambda_4 = 0) &= 1/M_Z\left\{\left[1 + \frac{2(k^{(1)} \cdot k^{(2)})}{k^{(1)} \cdot k^{(3)} + k^{(2)} \cdot k^{(3)}}\right] \times \right. \\ &\qquad \left. k_\alpha^{(3)} - k_\alpha^{(1)} - k_\alpha^{(2)}\right\}. \end{aligned} \tag{20}$$

利用(8)和(20)式，$\gamma\gamma \to \gamma Z$ 散射过程的手征振幅为，

$$\begin{aligned} M_{\lambda_1\lambda_2\lambda_3\lambda_4}^{\gamma\gamma\to\gamma Z} &= U_{1\mu}(-\lambda_1)U_{1\nu}(\lambda_2)U_{2\rho}(-\lambda_3) \\ &\quad U_{2\alpha}(\lambda_4)G^{\mu\nu\rho\alpha}(k^{(1)}, k^{(2)}, k^{(3)}), \end{aligned} \tag{21}$$

把(21)式与(6)式比较，发现 $\gamma\gamma \to \gamma Z$ 散射过程的手征振幅与 $Z \to 3\gamma$ 衰变过程的手征振幅有如下关系：

$$M^{\gamma\gamma\to\gamma Z}_{\lambda_1\lambda_2\lambda_3\lambda_4} = M_{-\lambda_1-\lambda_2\lambda_3\lambda_4}, \quad \begin{array}{l}\lambda_i = \pm 1, i = 1,2,3, \\ \lambda_4 = \pm 1, 0.\end{array} \tag{22}$$

现在讨论 $\gamma Z\to\gamma\gamma$ 过程. 如果用 $k^{(1)}$ 和 $k^{(2)}$ 分别代表两个出射光子的动量,用 $k^{(3)}$ 和 $k^{(4)}$ 分别代表入射光子和 Z 介子的动量. 该过程的费曼图仍为图 1 所示,并假定 4 个外动量都是入射的. 很明显,$\gamma Z\to\gamma\gamma$ 是 $\gamma\gamma\to\gamma Z$ 的逆过程,因此,它们的手征振幅有如下关系

$$M^{\gamma\gamma\to\gamma Z}_{\lambda_1\lambda_2\lambda_3\lambda_4} = M^{\gamma Z\to\gamma\gamma}_{-\lambda_1-\lambda_2-\lambda_3-\lambda_4} \qquad \lambda_4 = \pm 1, 0. \tag{23}$$

那么,从(22)式可知,$\gamma Z\to\gamma\gamma$ 散射过程的手征振幅与 $Z\to 3\gamma$ 衰变过程的手征幅的关系是

$$M^{\gamma Z\to\gamma\gamma}_{\lambda_1\lambda_2\lambda_3\lambda_4} = M_{\lambda_1\lambda_2-\lambda_3-\lambda_4} \qquad \lambda_4 = \pm 1, 0. \tag{24}$$

这里要强调的是,上面讨论的手征振幅中,在费曼图上,动量 $k^{(i)}(i=1,2,3,4)$ 都是入射的. 当要计算衰变宽度或散射截面时,这些动量必须根据具体过程做相应的改变:如果一个粒子在实际物理过程中是入射的,那么它相应的动量 $k^{(i)}$ 将保持不变;比如 $Z\to 3\gamma$ 衰变中的 Z 介子动量 $k^{(4)}$ 将保持不变. 如果一个粒子在实际物理过程中是出射的,那么它相应的动量 $k^{(i)}$ 将整体改变一个负号;这里"整体"的意思是能量、动量都要改变,即 $k^{(i)}=(k^{(i)0},\boldsymbol{k}^{(i)})\to -k^{(i)}=(-k^{(i)0},-\boldsymbol{k}^{(i)})$,比如 $Z\to 3\gamma$ 衰变中 3 个光子的动量 $k^{(i)}$ 将整体变号.

根据文献[14],$\gamma\gamma\to\gamma Z$ 散射过程的微分截面为

$$d\sigma = \frac{1}{128\pi^2}\ \frac{2w_1 - w_2}{w_1^2 w_2}|m|^2 d\Omega,$$

$$m = \frac{1}{4}\sum_{\lambda_1\lambda_2\lambda_3\lambda_4} M^{\gamma\gamma\to\gamma Z}_{\lambda_1\lambda_2\lambda_3\lambda_4},$$

其中 w_1 和 w_2 分别为入射光子和出射光子的能量,经初步估算,W 玻色子圈图对该过程的贡献,在 $\sqrt{s}=750$ GeV 处大约为 200fb,比光子光子散射过程的截面还要大四倍. 费米子圈图的贡献还在计算中.

参考文献(References)

1 Baier V N, Kurayev E A, Fadin V S. Sov. J. Nucl. Phys., 1980, **31**: 364; Laursen M L, Mikaelian K O, Samuel M A. Phys. Rev., 1981, **D13**: 2795

2 Glover E W N, Vander Bji J J. Nucl. Phys., 1989, **B313**: 237

3 DONG F X, JIANG X D, ZHOU X J. Phys. Rev., 1992, **D46**: 5074

4 JIANG X D, ZHOU X J. Phys. Rev., 1993, **D47**: 214

5 DONG F X, JIANG X D, ZHOU X J. Phys. Rev., 1993, **D47**: 5169

6 DONG F X, JIANG X D, ZHOU X J, Journal of Physics Nucl. Part. Phys., 1993, **G19**: 969

7 YANG M Z, ZHOU X J. Phys. Rev., 1995, **D52**: 5018

8 Jikia G, Tkabladze A. Phys. Lett., 1994, **B323**: 453

9 YANG M Z, ZHOU X J. Commun. Theor. Phys., 1997, **27**: 125

10 Boudjema F. Phys. Lett., 1987, **B187**: 362

11 Costantini V, Detollis B, Pistoni G. Nuovo Cimento, 1971, **A2**: 733

12 Glover E W N, Morgan A G. Z. Phys., 1993, **C60**: 175.

13 Lee T D. Particle Physics and Introduction to Field Theory. Beijing: Science Press, 1981. 108

14 Bjorken D, Drell D. Relativistic Quantum Fields, Published by McGraw-Hill Book Company, 1965

Analytical Helicity Amplitudes for Z→3γ and It's Related Processes and Discussion of Polarization Vectors*

GOU Liang　DONG FangXiao　ZHOU XianJian
(*Institute of High Energy Physics, CAS, Beijing* 100039, *China*)

Abstract　The analytical helicity amplitudes for Z→3γ and it's related processes via w-loop and charged scalar loop are presented. There are some differences between our results and those in Glover paper for Z→3γ via w-loop and fermion loop. Although these differences do not contradict the result of total decay width for Z→3γ, but the different helicity amplitudes have measurable physical meanings. We discuss the definition of polarization vector and point out the error of Glover paper .

Key words　helicity amplitude, polarization vector, standard model

Received 31 May 1999, Revised 28 April 2000
* Supported by National Natural Science Foundation of China (19875057)