

用改进的标量微分耦合模型计算核 表面性质与自旋-轨道耦合势

郭 华

(北京大学技术物理系, 重离子物理研究所 北京 100871)

摘要 使用相对论 Thomas-Fermi (RTF) 及相对论 Hartree 近似方法, 在改进的标量微分耦合模型的基础上, 计算了半无穷大核物质中张量耦合及 m_0 的变化对核表面性质与自旋-轨道耦合势的影响. 结果表明张量耦合改善了标量微分耦合模型的自旋-轨道耦合势, 但核表面张力系数及核表面厚度因张量耦合常数的增加而变小.

关键词 RTF 与 Hartree 近似 半无穷大核物质 微分耦合模型

1 引言

1974年 Walecka 提出了线性 σ - ω (Walecka-I) 模型, 并在平均场近似下描述了零温高密核物质的性质^[1]. 在 Walecka-I 模型中引入 π 和 ρ 介子自由度后, 该模型被推广为 Walecka-II 模型^[2]. Walecka 模型的优点主要为: 它是相对论的核物理模型, 在 Dirac 方程中可以自动地包含自旋-轨道相互作用; 模型参数较少; 该模型的可重整性, 允许进行高阶修正. 而该模型的主要缺陷为: (1) 在平均场近似下给出的核物质的压缩模数太大 ($\approx 550 \text{ MeV}$); (2) 在饱和密度处核子的有效质量太小 ($\frac{M^*}{M} \approx 0.54$). 为了克服 Walecka 模型的第一个缺陷, 可以引入 σ 介子的非线性相互作用^[3], 这一改进形成了非线性 Walecka 模型. 近年来的研究表明非线性 Walecka 模型可以成功地描述有限核及核物质的性质, 因而成为相对论核物理中的“标准模型”^[4]. 但非线性 Walecka 模型仍有其不足之处: 没有考虑核子的结构效应; 与线性 Walecka 模型相比较, 引入了新的模型参数; 在常用的几套参数中^[5], σ 场的四次项系数小于零, 导致在高密度时核物质真空的不稳定性; 核子的有效质量在饱和密度处仍然比较小.

为了对 Walecka 模型进行改进, 最近又提出了几种新的相对论核物理模型, 如夸克、介子耦合模型^[6], 它考虑了核子的结构效应, 但仍然存在自旋-轨道耦合势太小的缺陷; 有效场论模型^[7] 虽然考虑了手征对称性, 引入了核子的形状因子, 很自然地解释了非线性

Walecka 模型成功的原因, 但该模型比较复杂, 还没有得到广泛的应用; 标量微分耦合 (DSC) 模型^[8] 虽然不可重整, 但模型参数较少, 在核物理中有多方面的应用^[9]. 本文试图对 DSC 模型及其改进作一详细的讨论.

1990 年 Zimanyi 和 Moszkowski 提出了 DSC 模型^[8], 根据微分耦合的不同组合, 又在附录中给出了后来被称之为 ZM2 和 ZM3 的模型. 计算结果表明在平均场近似下, 仅 DSC 模型可以给出合理的核物质的压缩模数 ($\approx 225\text{MeV}$), 且在饱和和密度处核子的有效质量比较大 ($\frac{M^*}{M} \approx 0.85$)^[9]; 对于核表面性质的研究^[10] 表明该模型类似于 SkM*, 因而能给出合理的原子核的压缩性质. 通过标度变换, 微分耦合可以转化为密度相关的耦合, 并能成功地描述核物质及相对论重离子碰撞^[11]. 但进一步的研究表明该模型中的平均场比较弱, 使得有限核的自旋-轨道分裂非常小^[12]. 为了克服这一缺陷, 1997 年 Biro 和 Zimanyi 引入了张量耦合作用^[13], 并希望张量耦合能够使自旋-轨道耦合势接近经验值.

对于张量耦合, Reinhard^[14] 指出其贡献比较小, 可以忽略, 但 Furnstahl^[15] 认为张量耦合对于自旋-轨道耦合有重要的影响. 最近研究表明张量耦合对于核表面性质有较大的影响^[16], 实际上我们认为处理张量耦合的困难在于如何确定张量耦合常数的大小. 但对于 DSC 模型来说张量耦合至少可以改善其自旋-轨道耦合势太小的缺陷.

DSC 模型有两个耦合常数 g_σ 和 g_ω , 而核物质的性质则由比率 $C_\sigma^2 = \frac{g_\sigma^2 M^2}{m_\sigma^2}$ 和 $C_\omega^2 = \frac{g_\omega^2 M^2}{m_\omega^2}$ 来决定, 因此在 C_σ^2 取定后, m_σ 可以看作可调的参数, 通常由 ^{40}Ca 的电荷密度来确定. 但值得说明的是 m_σ 要受到核介质的影响, 核物质密度的增加, 将导致 m_σ 的减小, 因此有必要研究 m_σ 的变化对核表面及自旋-轨道耦合势的影响.

对于 DSC 模型来说, 其主要缺陷在于自旋-轨道耦合势太弱. 自旋-轨道耦合势通常定义为标量势与矢量势微分的差^[14], 其主要贡献在核的表面区域. 为了系统地讨论张量耦合及 m_σ 的变化对自旋-轨道耦合势的影响, 我们不妨选用半无穷大核物质作为研究对象, 如果忽略有限核的壳效应及库仑作用, 大的原子核如 ^{208}Pb 可以很好地用半无穷大核物质来近似地描述. 半无穷大核物质也是研究核表面及自旋-轨道耦合势的理想模型之一, 特别是从中可以自然地提取自旋-轨道耦合势^[16,17]. 因此本文从 DSC 模型出发, 在考虑到 ω 介子与核子作张量耦合的基础上, 用相对论 Thomas-Fermi (RTF) 及 Hartree 近似方法, 来研究对称半无穷大核物质的张量耦合与 m_σ 的变化对核表面性质及对自旋-轨道耦合势的影响.

2 改进的标量微分耦合模型

与文献[13]不同, 我们使用 Furnstahl 的方案^[18], 在 DSC 模型中引入 ω 介子与核子的张量耦合, 得到改进的标量微分耦合 (MDSC) 模型的拉氏密度为

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & -\bar{\psi}M\psi + \left(1 + \frac{g_\sigma\phi}{M}\right)\bar{\psi}(i\gamma_\mu\partial^\mu - g_\omega\gamma_\mu\omega^\mu)\psi - \frac{f_\nu g_\omega}{4M}\bar{\psi}\sigma^{\mu\nu}F_{\mu\nu}\psi + \\ & \frac{1}{2}(\partial_\mu\phi\partial^\mu\phi - m_\sigma^2\phi^2) + \frac{1}{2}m_\omega^2\omega_\mu\omega^\mu - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} \end{aligned} \quad (1)$$

式中 f_v 为张量耦合常数, $F_{\mu\nu} = \partial_\mu \omega_\nu - \partial_\nu \omega_\mu$, $\sigma^{\mu\nu} = \frac{i}{2}[\gamma^\mu, \gamma^\nu]$.

对核子场作标度变换^[8]

$$\psi \rightarrow \left(1 + \frac{g_\sigma \phi}{M}\right)^{-\frac{1}{2}} \psi, \quad (2)$$

则相应的拉氏密度可以重写为

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & -\bar{\psi} M^* \psi + \bar{\psi} \left(i\gamma_\mu \partial^\mu - g_\omega \gamma_\mu \omega^\mu - \frac{f_v g_\omega}{4M^*} \sigma^{\mu\nu} F_{\mu\nu} \right) \psi + \\ & \frac{1}{2} (\partial_\mu \phi \partial^\mu \phi - m_\sigma^2 \phi^2) + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_\mu \omega^\mu - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}, \end{aligned} \quad (3)$$

式中核子的有效质量 M^* 及标度参数 m^* 分别定义为

$$M^* \equiv m^* M, \quad m^* = \frac{1}{1 + \frac{g_\sigma \phi}{M}}. \quad (4)$$

在下面的计算中,我们以方程(3)作为出发点来讨论张量耦合及 m_σ 的变化对于核表面性质与自旋-轨道势的影响.

3 RTF 方法

在 RTF 方法中,核子自由度的贡献用核子数密度及标量密度来代替. 由于非极化核物质中, $\langle \bar{\psi} \sigma^{\mu\nu} F_{\mu\nu} \psi \rangle = 0$, 因此张量耦合无贡献. 在平均场近似下,从方程(3)中可以给出对称半无穷大核物质 RTF 近似下的能量密度为

$$\begin{aligned} \epsilon(z) = & \frac{1}{2} m_\sigma^2 \phi(z)^2 - \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_0^2(z) + g_\omega \omega_0(z) \rho(z) + 3K_t(z) \rho(z) g(a(z)) + \\ & \frac{1}{2} \left[\left(\frac{d}{dz} \phi(z) \right)^2 - \left(\frac{d}{dz} \omega_0(z) \right)^2 \right], \end{aligned} \quad (5)$$

式中

$$a(z) \equiv \frac{M^*(z)}{K_t(z)}, \quad (6)$$

$$g(a) = \frac{1}{8} \left[(1+a^2)^{3/2} + \sqrt{1+a^2} - \frac{a^4}{2} \ln \frac{\sqrt{1+a^2}+1}{\sqrt{1+a^2}-1} \right]. \quad (7)$$

吉布斯表面能定义为^[19]

$$\tilde{\sigma} = \int_{-\infty}^{+\infty} dz [\epsilon(z) - \mu(z) \rho(z)], \quad (8)$$

式中核子数密度为 $\rho(z) = \frac{2}{3\pi^2} K_t^3(z)$, $\mu(z)$ 为化学势

对方程(5)变分可得到如下的自洽方程组

$$\left(\frac{d^2}{dz^2} - m_\sigma^2 \right) \phi(z) = -m^{*2}(z) g_\sigma \rho_s(z), \quad (9)$$

$$\left(\frac{d^2}{dz^2} - m_\omega^2\right)\omega_0(z) = -g_\omega\rho(z), \quad (10)$$

$$\mu(z) = g_\omega\omega_0(z) + \sqrt{K_f^2(z) + M^{*2}(z)}, \quad (11)$$

式中

$$\begin{aligned} \rho_s(z) &= \rho(z)f(a(z)), \\ f(a) &= \frac{3}{2}a\left(\sqrt{1+a^2} - a^2 \ln \frac{\sqrt{1+a^2} + 1}{a}\right). \end{aligned} \quad (12)$$

对方程(8)–(11)的自洽求解, 可以得出核表面张力系数, 其定义为

$$\sigma = \int_{-\infty}^{+\infty} dz [\epsilon(z) - e_0\rho(z)], \quad (13)$$

其中 e_0 为各向同性核物质在饱和密度处的每核子能量. 核的表面厚度(t)通常定义为 90%–10% 核表面密度的降落距离.

4 Hartree 近似

在 Hartree 近似方法中, 需要自洽地求解核子场的 Dirac 方程与介子场的 Klein-Gordon 方程. 按照文献[17]的方法, 可以把半无穷大核物质中的定态 Dirac 方程表示为

$$\left(\boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{p} + g_\omega\omega_0 + \beta M^* - i \frac{f_v g_\omega d\omega_0}{2M^* dz} \gamma^3\right)\psi_\alpha(\mathbf{x}) = \epsilon_\alpha\psi_\alpha(\mathbf{x}), \quad (14)$$

式中核子波函数的完备量子数集合用 α 来表示, γ^3 的洛伦兹指标为 3 的 γ 矩阵的逆变分量, 核子的有效质量 M^* 由方程(4)给出.

如果把 Dirac 方程的解分解为

$$\psi_\alpha(\mathbf{x}) = A e^{i\mathbf{k}_\perp \cdot \mathbf{x}} \begin{Bmatrix} iG_\alpha(z)\chi^\lambda \\ F_\alpha(z)\chi^{-\lambda} \end{Bmatrix} \xi_{\tau_\alpha}, \quad (15)$$

式中 A 为归一化常数, ξ_{τ_α} 为同位旋波函数, 其中 $\tau_\alpha = 1$ 表示质子, $\tau_\alpha = -1$ 表示中子.

$$\chi^{\pm\lambda} = \frac{1}{\sqrt{2k_\pm}} \begin{Bmatrix} \sqrt{k_y + ik_x} \\ \mp \lambda \sqrt{k_y - ik_x} \end{Bmatrix}, \quad k_\pm = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}, \quad (16)$$

为自旋取向分别为 $\lambda = \pm 1$ 的核子的自旋波函数. 把方程(15)代入方程(14), 可以得到一阶微分方程组

$$\left(\frac{d}{dz} - \lambda k_\pm - \frac{f_v g_\omega}{2M^*(z)} \frac{d\omega_0(z)}{dz}\right)G_\alpha(z) = (\epsilon_\alpha - g_\omega\omega_0(z) + M^*(z))F_\alpha(z), \quad (17)$$

$$\left(\frac{d}{dz} + \lambda k_\pm + \frac{f_v g_\omega}{2M^*(z)} \frac{d\omega_0(z)}{dz}\right)F_\alpha(z) = -(\epsilon_\alpha - g_\omega\omega_0(z) - M^*(z))G_\alpha(z), \quad (18)$$

式中当 $z \rightarrow -\infty$ 时, $\phi(z)$, $\omega_0(z)$, $M^*(z)$ 和 $K_f(z)$ 分别趋向各向同性的核物质中的值, ϕ_0 , ω_0 , M^* 和 K_f . 当 $z \rightarrow +\infty$ 时, $\phi(z)$ 和 $\omega_0(z)$ 趋向零, 而 $M^*(z) \rightarrow M$. 各向同性核物质中的单粒子能量为

$$= g_\omega\omega_0 + \sqrt{k^2 + M^{*2}} \quad (19)$$

σ 介子所满足的方程为

$$\left(\frac{d^2}{dz^2} - m_\sigma^2\right)\phi(z) = -m^*{}^2(z)g_\sigma\rho_s(z) - \frac{f_\nu g_\sigma g_\omega}{2M^2} \frac{d\omega_0(z)}{dz} \rho_i(z), \quad (20)$$

ω 介子所满足的方程为

$$\left(\frac{d^2}{dz^2} - m_\omega^2\right)\omega_0(z) = -g_\omega\rho(z) - \frac{f_\nu g_\sigma g_\omega}{2M^2} \frac{d\phi(z)}{dz} \rho_i(z) - \frac{f_\nu g_\omega}{2M^*{}^2(z)} \frac{d\rho_i(z)}{dz}, \quad (21)$$

局域密度 $\rho(z)$, $\rho_s(z)$ 和 $\rho_i(z)$ 分别为

$$\rho(z) = \sum_{\lambda, \tau_\sigma} \rho^{\lambda, \tau_\sigma}(z), \quad \rho_s(z) = \sum_{\lambda, \tau_\sigma} \rho_s^{\lambda, \tau_\sigma}(z), \quad \rho_i(z) = \sum_{\lambda, \tau_\sigma} \rho_i^{\lambda, \tau_\sigma}(z), \quad (22)$$

其中自旋-同位旋相关的局域密度分别为

$$\rho^{\lambda, \tau_\sigma}(z) = \frac{1}{\pi^2} \int_0^{K_f} dk_z \int_0^{\sqrt{K_f^2 - k_z^2}} dk_\perp k_\perp (|G_\sigma(z)|^2 + |F_\sigma(z)|^2), \quad (23)$$

$$\rho_s^{\lambda, \tau_\sigma}(z) = \frac{1}{\pi^2} \int_0^{K_f} dk_z \int_0^{\sqrt{K_f^2 - k_z^2}} dk_\perp k_\perp (|G_\sigma(z)|^2 - |F_\sigma(z)|^2), \quad (24)$$

$$\rho_i^{\lambda, \tau_\sigma}(z) = \frac{2}{\pi^2} \int_0^{K_f} dk_z \int_0^{\sqrt{K_f^2 - k_z^2}} dk_\perp k_\perp G_\sigma(z) F_\sigma(z), \quad (25)$$

从方程(17)和(18)中消去小分量 $F(z)$, 可以得到关于大分量 $G(z)$ 的二阶微分方程, 从中可以提取自旋-轨道耦合势为^[16,17]

$$W(z) = \frac{g_\omega \frac{d\omega_0(z)}{dz} - \frac{dM^*(z)}{dz}}{2M(\epsilon_\sigma - g_\sigma\omega_0(z) + M^*(z))} + \frac{f_\nu g_\omega}{2MM^*(z)} \frac{d\omega_0(z)}{dz}, \quad (26)$$

式中第二项来源于张量耦合, 用于改进 MDSC 模型中的自旋-轨道耦合势.

半无穷大核物质的能量密度为

$$\begin{aligned} \epsilon(z) = & \sum_{\lambda, \tau_\sigma} \frac{1}{\pi^2} \int_0^{K_f} dk_z \int_0^{\sqrt{K_f^2 - k_z^2}} dk_\perp k_\perp \epsilon_\sigma (|G_\sigma(z)|^2 + |F_\sigma(z)|^2) + \\ & \frac{1}{2} \{(\nabla\phi(z))^2 + m_\sigma^2\phi^2(z)\} - \frac{1}{2} \{(\nabla\omega_0(z))^2 + m_\omega^2\omega^2(z)\}, \end{aligned} \quad (27)$$

式中张量耦合的贡献是通过核子与介子场函数来实现的. 在 Hartree 近似下, 核表面张力系数与核表面厚度和 RTF 有相同的定义(见第三节). 对方程(17)–(27)的自洽求解, 可以得到在 Hartree 近似下的核表面张力系数和核表面厚度.

5 结果与讨论

为了讨论张量耦合及 m_σ 变化对核表面性质与自旋-轨道耦合势的影响, 我们用各向同性的核物质的性质来确定模型参数, 其中: $C_\sigma^2 = 180.823$, $C_\omega^2 = 63.478$. 质量参数分别为 $M = 938.27\text{MeV}$, $m_\omega = 520\text{MeV}$ 和 $m_\sigma = 783\text{MeV}$. 与之相应的各向同性核物质在饱和密度处的结果由表 1 给出.

表 1 核物质的结果

ϵ_0	ρ	ρ_s	M^*	K_v
16.8	0.153	0.148	795.44	231.2

ρ 和 ρ_s 的单位为 fm^{-3} , 其它物理量的单位为 MeV.

图 1 给出了核表面张力系数(a)与核表面厚度(b)随 m_σ 的变化. 从中可以看出 RTF 的结果小于 Hartree 的结果, 这一点恰好与非线性 Walecka 模型的结果相反^[20]. 随着 m_σ 的增大, RTF 与 Hartree 的结果的差别逐渐增大.

图 2 计算了在 Hartree 近似下核表面张力系数(a)与核表面厚度(b)随 m_σ 与 f_v 的变化. 从中可以看出 m_σ 或 f_v 的增大将导致核表面张力系数与核表面厚度的减小. 核表面张力系数的经验值为 $\sigma = 1.06-1.14\text{MeV}/\text{fm}^2$, 核表面厚度的经验值为 $t = 2.2-2.4\text{fm}$. 比较图 2(a)和(b)可以得出不存在共同的 m_σ 与 f_v 使得 σ 与 t 都分别处于经验值的范围之内.

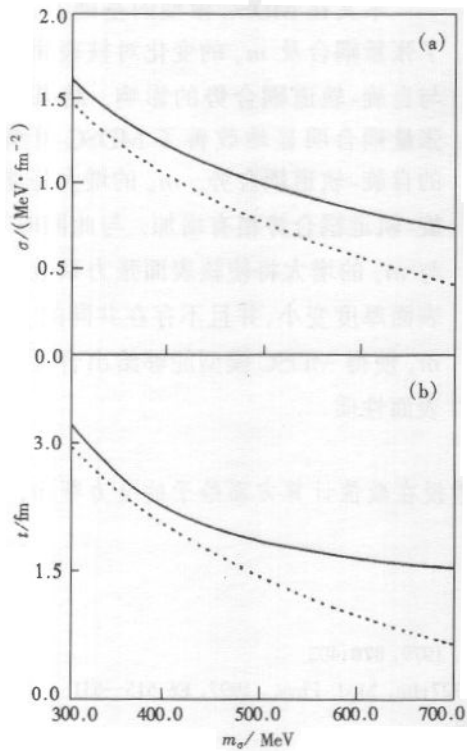


图 1 张量耦合常数 $f_v = 0$ 时核表面张力系数(a)和核表面厚度(b)与 m_σ 的关系
—— Hartree, ---- RTF.

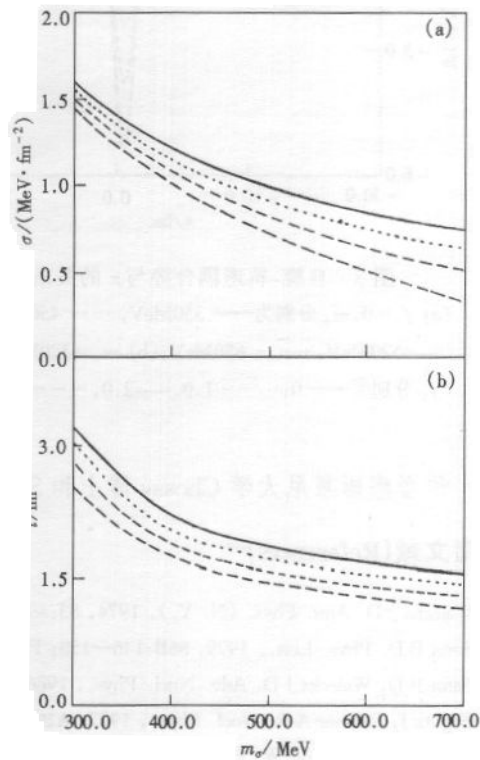


图 2 张量耦合常数 $f_v = 0-3.0$ 时核表面张力系数(a)和核表面厚度(b)与 m_σ 的关系
—— $f_v = 0$, ---- $f_v = 1.0$, --- $f_v = 2.0$, -.- $f_v = 3.0$.

图 3 给出了自旋-轨道耦合势在费密面($k = K_f$)处的值随 m_σ (a)及 f_v (b)的变化与坐标 z 的关系. 从图 3(a)中可知, m_σ 的增大将增大自旋-轨道耦合势, 但增加的幅度仍

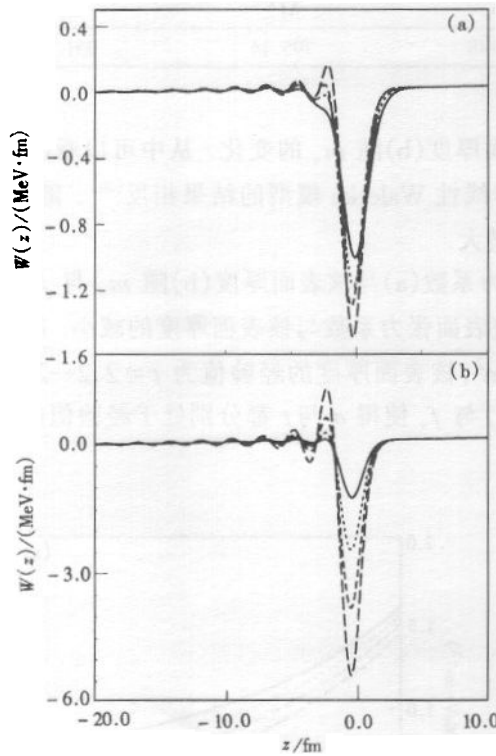


图3 自旋-轨道耦合势与 z 的关系

(a) $f_s = 0$, m_s 分别为——350MeV,450MeV, ----520MeV, - - - 650MeV; (b) $m_s = 520$ MeV, f_s 分别为——0,1.0, ----2.0, - - - 3.0.

然太小. 与此同时太大的 m_s 将导致核表面张力系数与核表面厚度变的太小(见图2). 从图3(b)中可以看出自旋-轨道耦合势对于 f_s 的增加相当敏感, 并在 $f_s = 2.0-3.0$ 时, 自旋-轨道耦合势的极小值接近经验值(-4.5 MeV fm). 由此可以得出张量耦合可以改善 DSC 模型中自旋-轨道耦合势太小的缺陷, 但对此付出的代价是描述核表面性质的结果严重偏离经验值(见图2).

6 结论

本文在 MDSC 模型的基础上, 计算了张量耦合及 m_s 的变化对核表面性质与自旋-轨道耦合势的影响. 结果表明张量耦合明显地改善了 MDSC 模型中的自旋-轨道耦合势. m_s 的增大将使自旋-轨道耦合势稍有增加. 与此同时, f_s 与 m_s 的增大将使核表面张力系数与核表面厚度变小, 并且不存在共同的 f_s 与 m_s 使得 MDSC 模型能够给出合理的核表面性质.

作者感谢慕尼黑大学 Chossy 博士和 Stocker 教授在数值计算方面给予的全力帮助.

参考文献(References)

- 1 Walecka J D. Ann. Phys. (N. Y.), 1974, **83**:491—321
- 2 Serot B D. Phys. Lett., 1979, **86B**:146—150; Phys. Lett., 1979, **87B**:403
- 3 Serot B D, Walecka J D. Adv. Nucl. Phys., 1986, **16**: 1—327; Int. Mod. Phys., 1997, **E6**:515—631
- 4 Boguta J, Bodmer A R. Nucl. Phys., 1977, **A292**:413—429
- 5 Chossy T V, Stocker W. Phys. Rev., 1997, **C56**:2518—2522
- 6 Guichon P A M. Phys. Lett., 1988, **B200**:235—239
- 7 Furnstahl R J, TANG H B, Serot B D. Phys. Rev., 1995, **C52**:1368—1379
- 8 Zimanyi J, Moszkowski S A. Phys. Rev., 1990, **C42**:1416—1420
- 9 Malheiro M, Delfino A, Coelho C T. Phys. Rev., 1998, **C58**:426—433
- 10 Sharma M M, Moszkowski S A, Ring P. Phys. Rev., 1991, **C44**: 2493—2498
- 11 Nemeth J, Papp G, Feldmeier H. Nucl. Phys., 1999, **A647**: 107—137
- 12 Chiapparini M, Delfino A, Malheiro M et al. Z. Phys., 1997, **A357**:47—52

- 13 Biro T S, Zimanyi J. Phys. Lett. , 1997, **B391**:1—4
- 14 Reinhard P G. Rep. Prog. Phys. , 1989, **52**:439—514
- 15 Furnstahl R J, Tang H B, Serot B D. Nucl. Phys. , 1996, **A598**: 539—582
- 16 Del Estal M, Centelles M, Vinas X. Nucl. Phys. , 1998, **A650**:443—553
- 17 Hofer D, Stocker W. Nucl. Phys. , 1989, **A492**:637—647
- 18 Furnstahl R J, Tang H B, Serot B D. Nucl. Phys. , 1997, **A615**:441—482
- 19 Von-Eiff D, Pearson J M, Stocker W et al. Phys. Lett. , 1994, **B324**:279—286
- 20 Von-Eiff D, Stocker W, Weigel M K. Phys. Rev. , 1994, **C50**:1436—1444; GUO Hua, Chossy T, Stocker W. Phys. Rev. , 2000, **C61**:014307 - 1—014307 - 8.

Nuclear Surface Properties and Spin-Orbit Potential in Modified Derivative Scalar Couplings

GUO Hua

(Department of Technical Physics, Institute of Heavy-ion Physics, Peking University, Beijing 100871, China)

Abstract With the use of modified derivative scalar coupling (MDSC) model, the nuclear surface properties and the spin-orbit potential in semi-infinite nuclear matter have been investigated in the framework of relativistic Thomas-Fermi and Hartree approaches. Our results show that the spin-orbit potential has been improved by the tensor coupling. However, the surface tension and the surface thickness are still too small. The effects of σ -meson mass on the surface properties and the spin-orbit potential have also been discussed.

Key words RTF and Hartree approaches, semi-infinite nuclear matter, derivative scalar coupling