

QCD 类规范的南部模型中费米子与动力学产生的介子的密度效应*

蒋维洲¹ 邱锡钧^{1,2}

1(中国科学院上海原子核研究所 上海 201800)

2(上海大学物理系 上海 201800)

摘要 将两味($N_f = 2$)情况下的 QCD 类规范的南部模型应用到核物质中并得到了费米子的能隙方程. 与四费米子相互作用部分相比, 胶子部分对费米子质量约有 1/4 的贡献. 手征序参量与 QCD 求和规则所预言的结果符合得很好. 基于能隙方程, 得到了标量与赝标量介子的一系列动力学性质, 理论结果很好地符合了实验.

关键词 手征对称 核物质 夸克胶子自由度 介子动力学

1 引言

大家知道, 尽管南部模型^[1]不能禁闭夸克也不可重整化, 但此模型是一个用来研究非微扰 QCD 很有用的工具^[2]. 南部模型具有象 QCD 一样的手征对称及其自发破缺的性质. 过去的一些年来, 南部模型在低能粒子物理领域如 $\pi^+ - \pi^-$ 的质量差别^[3], 衰变常数, 散射长度^[4]以及重子的孤立子图景^[5]诸方面有着相当多的研究工作.

南部模型在刚提出时, 主要是用来描述手征对称破缺的, 因为作为 Goldstone 粒子的 π 介子能从模型的动力学产生出来^[1]. 在高密度或高温情况下, 手征对称将恢复. 过去, 有许多研究小组^[6-12]用南部模型研究了在核物质和温度环境下的手征对称恢复与费米子和介子的动力学性质. 作为模型, 总不可能尽善尽美, 预言的结果也只能部分很好地符合实验.

一般认为, 南部模型与 QCD 有密切的联系, 甚至认为是 QCD 的胶子自由度被积掉了^[2]. 但南部模型不能禁闭夸克, 不可重整化. 所以人们^[13-15]把胶子自由度引进来, 使模型成为 QCD 类规范的南部模型(以下简称规范的南部模型), 而且相应地用 Schwinger-Dyson 方程来求得能隙方程. 能隙方程的解表明存在大的反常量纲^[16-18], 这使得规范的南部模型有可能重整化^[19]. 这里不准备深入讨论这一问题.

1998-04-06收稿

* 中国科学院特别理论支持费资助

在这篇文章中,我们发展规范的南部模型来研究密度效应并得到了协变的费米子能隙方程,从而研究在核物质环境中费米子和介子的动力学性质.首先,在有密度的情况下,得到强子方程;然后,利用组份夸克与 π 介子的质量条件确定四费米子耦合常数与紫外截断两个参数.

2 费米子与动力学产生的介子方程

$SU_c(2)$ 的上、下夸克,在此被理解为组份夸克.我们研究的核物质,更确切地说,是夸克物质;但随密度增加,退禁闭相变将使核物质相到夸克相.其实,禁闭效应对静态性质并无多大影响.

在规范的南部模型中,相互作用是由四费米子相互作用和单胶子交换一起提供的.模型的拉氏量为:

$$L = \bar{q}(\not{D} + m_0)q + G[(\bar{q}q)^2 + (\bar{q}i\gamma_5\tau q)^2] + \frac{1}{4}\sum G_a^{\mu\nu}G_{\mu\nu a}, \quad (1)$$

这里, \not{D} 是协变微商, G 是四费米子耦合常数, $G_a^{\mu\nu}$ 为胶子场强.

2.1 核物质中费米子的能隙方程

在核物质中,费米子的能隙方程如下:

$$B(x) = m_0 + \int_{\Lambda_f^2}^{\Lambda^2} dy \frac{yB(y)}{y+B(y)^2} + \int_{\Lambda_f^2}^{\Lambda^2} dy \frac{yB(y)}{y+B(y)^2} \left(\frac{\lambda(x)}{x} \theta(x-y) + \frac{\lambda(y)}{y} \theta(y-x) \right) + \int_0^{\Lambda_f^2} dy \frac{yB(y)}{y+B(y)^2} \left(\frac{\lambda(y)}{y} - \frac{\lambda(x)}{x} \right) \theta(y-x), \quad (2)$$

这里 $x = p^2$ 是四动量平方, θ 是阶跃函数, $g = \frac{N_c N_f G \Lambda^2}{4\pi^2}$, 其中 N_c , N_f 分别是色和味的数目. $\lambda_\mu(x)$ 是跑动耦合常数, 定义如下:

$$\lambda(p^2) = \lambda_\mu(p^2)\theta(p^2 - \mu^2) + \lambda_\mu\theta(\mu^2 - p^2), \quad (3)$$

$$\lambda_\mu(p^2) = \frac{\lambda_\mu}{1 + (\lambda_\mu/a)\ln(p^2/\mu^2)} = \frac{a}{a/\lambda_\mu + \ln(p^2/\Lambda^2)} = \frac{a}{\ln(p^2/\Lambda_{\text{QCD}}^2)}, \quad (4)$$

这里 $a = \frac{9(N_c^2 - 1)}{2N_c(11N_c - 2N_f)}$, $\lambda_\Lambda = \lambda(\Lambda^2)$, λ_μ 是跑动耦合常数的红外截断, Λ_{QCD} 是禁闭尺度. Λ_f 通过下式联系核物质密度:

$$2 \int_0^{\Lambda_f^2} dp^2 \frac{pB(p^2)}{\sqrt{p^2 + B(p^2)}} = \int_0^{\Lambda_f^2} dy \frac{yB(y)}{y+B(y)^2}. \quad (5)$$

现在将 (2) 式化为微分方程:

$$B''(x) \left(\frac{\lambda(x)}{x} \right)' = \left(\frac{\lambda(x)}{x} \right)'' B'(x) + \left(\frac{\lambda(x)}{x} \right)'^2 \frac{x B(x)}{x + B^2(x)}, \quad (6)$$

引入新参量 $z = \ln(p^2 / \Lambda_{\text{QCD}}^2)$, 给出边界条件:

$$B(z_A) + \frac{z_A}{1 + z_A} \left(1 + \frac{g}{a} z_A \right) B'(z_A) = m_0, \quad \text{紫外} \quad (7)$$

$$B'(z_F) = 0, \quad \text{红外} \quad (8)$$

其中 $z_A = \ln(\Lambda^2 / \Lambda_{\text{QCD}}^2)$, $z_F = \ln(\Lambda_F^2 / \Lambda_{\text{QCD}}^2)$. 对零密度, $\Lambda_F^2 = 0$, 费米子质量由 $B(p^2 = M^2) = M$ 决定. 从能隙方程, 可以给出 M 与参数 g, Λ 的关系. 在此, 顺便给出手征序参量的计算式子:

$$\langle \bar{q}q \rangle_0 = -iN_c \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \text{Tr}[S(p)] = -\frac{N_c}{4\pi^2} \int dy \frac{y B(y)}{y + B^2(y)}, \quad (9)$$

为了方便, 再定义 $\chi = -(\langle \bar{q}q \rangle_0)^{\frac{1}{3}}$.

2.2 动力学产生的标量、赝标介子方程

在得到协变的费米子能隙方程之后, 未得到介子方程之前时, 作两假设. (1) 介子由图 1 所示的泡泡图, 即 Bethe-Salpeter (B-S) 方程的解决定, 胶子贡献由费米子传播子间接折合进来.

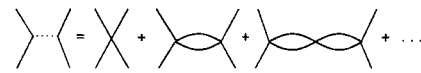


图1 单玻色子交换与四费米子相互作用的 Bethe-Salpeter 方程的等价图解

(2) 介子方程在三维空间处理, 即沿袭前人作法给

出零动量假设 $k = 0$.

介子的 B-S 方程由下列式子表述^[7-9]:

$$\text{out} \langle p_1' p_2' | p_1 p_2 \rangle_{\text{in}} = \bar{u}(p_1') u(p_1) \Gamma_i \bar{u}(p_2') u(p_2), \quad (10)$$

$$\Gamma_i = -2G \frac{1}{1 - \Pi_i^0(k)}, \quad (11)$$

这里 i 代表不同的介子模式.

$$\Pi_i^0(k) = 2iGN_f N_c \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \text{Tr} \left[\xi_i S \left(p + \frac{k}{2} \right) \xi_i S \left(p - \frac{k}{2} \right) \right], \quad (12)$$

对于标量 (σ)、赝标 (π), ξ_i 分别为 $1, i\gamma_5 \tau$. S 是费米子传播子:

$$S(k) = (\gamma_\mu k^\mu + iM^*) \left[\frac{-1}{k_\nu^2 + M^{*2} + i\epsilon} + \frac{i\pi}{E^*} \delta(k_0 - E^*) \theta(k_F - |k|) \right], \quad (13)$$

这里 $E^* = \sqrt{k^2 + M^{*2}}$. 对于标量 σ 介子, 有

$$\Pi_\sigma^0(k) = I_\chi + (k^2 - 4M^{*2}) I(k), \quad (14)$$

其中

$$I_x = \frac{2GN_c N_f}{\pi^2} \int_{k_F}^{\Lambda_3} \frac{p^2 dp}{E^*}, \quad (15)$$

$$I(k) = \frac{2GN_c N_f}{\pi^2} \int_{k_F}^{\Lambda_3} \frac{p^2 dp}{E^* (4E^{*2} - k^2)}; \quad (16)$$

对于赝标 π 介子,有

$$\Pi_\pi^0(k) = I_x + k^2 I(k), \quad (17)$$

其中 Λ_3 是三维动量空间的截断. 介子质量由 $1 - \Pi_i^0(m_i) = 0$ 决定.

在通常的南部模型中, I_x 可以与自洽的费米子质量联系起来, 即

$$1 - \frac{m_0}{M^*} = I_x, \quad (18)$$

而在规范的南部模型中, 这一式子并不成立. 为了使得在手征极限 $m_0 = 0$ 时, $m_\pi = 0$ 成立, 假设 (18) 式照样成立. 这样, 没有明显的手征破缺项时, 可以看出, $m_\pi = 0$, $m_0 = 2M^*$. 介子的质量确定以后, 下面给出夸克-介子的耦合常数与 π 介子的衰变常数. 相应的式子列于下面:

$$g_{\pi qq}^2 = \frac{4\pi^2}{N_c N_f} \left[\int_{k_F}^{\Lambda_3} \frac{p^2 dp E^*}{\left(E^{*2} - \frac{m_\pi^{*2}}{4}\right)^2} \right]^{-1}, \quad (19)$$

$$g_{\sigma qq}^2 = \frac{4\pi^2}{N_c N_f} \left[\int_{k_F}^{\Lambda_3} \frac{p^4 dp}{E^* \left(E^{*2} - \frac{m_\sigma^{*2}}{4}\right)} \right]^{-1}, \quad (20)$$

$$f_\pi = \frac{g_{\pi qq} M^* N_c N_f}{4\pi^2} \int_{k_F}^{\Lambda_3} \frac{p^2 dp}{E^* \left(E^{*2} - \frac{m_\pi^{*2}}{4}\right)}. \quad (21)$$

从 $g_{\pi qq}$, f_π 的表达式, 在手征极限 ($m_0 = 0$) 情况下容易看出 Goldberger-Treiman 关系的成立, 即

$$g_{\pi qq} = \frac{M^*}{f_\pi}. \quad (22)$$

介子-夸克的耦合参数由下式联系于介子-核子的耦合常数^[7]:

$$g_{\sigma qq} = \frac{1}{N_c} g_{\sigma NN}, \quad g_{\pi qq} = \frac{3M^*}{5M_N^*} g_{\pi NN}. \quad (23)$$

至此, 我们已给出了所有数值计算的公式.

3 数值结果

首先,要确定参数. 禁闭尺度 Λ_{QCD} 取为 180MeV, 下面的计算表明, 这一取值能非常好地算得手征序参量. 跑动耦合常数的红外截断 λ_μ 取为 2.5, 计算表明, 结果对 λ_μ 的选择并不敏感. 夸克的流质量 m_0 取为 5MeV, 这与经验值 7 ± 2 MeV 接近. 组份夸克质量取为 313MeV, 使得 $3M = M_N$. 接下来, 要确定的参数是 g 和 $\Lambda(\Lambda_3)$. 在此之前, 我们来估算胶子对夸克质量的贡献. 对能隙方程来说, 有无穷多组参数对 (g, Λ) 可以得到组份夸克质量. 我们选了几组参数列于表 1. 对通常的南部模型, 计算的参数 Λ_3 , $G\Lambda_3^2$ 分别为 800MeV, 2.0 左右. 而在目前的模型中, 即使 Λ_3 选择了 800MeV 左右, $G\Lambda_3^2$ 只有 1.5 左右. 这说明, 胶子部分相对于四费米子作用部分给出近 1/4 的贡献. 当然, 由于 Λ_3 减小, 从能隙方程可以看出, 胶子部分的贡献有一较小的减小, 从而给出的贡献会略小于 1/4. 在具体的计算中, Λ_3 , $G\Lambda_3^2$ 需要被确定下来. 夸克质量条件加上 π 介子的质量条件($m_\pi = 149.9\text{MeV}^{[9]}$), 确定了 $G\Lambda_3^2 = 1.615$, $\Lambda_3 = 619\text{MeV}$. 这里需要指出的是, π 介子的质量对 m_0 的选择很敏感, 只有当 $m_0 < 5\text{MeV}$ 时, 才能使 m_π 达到实验值 139MeV. 至此, 参数全确定好了.

表1 四费米子耦合常数与紫外截断¹⁾(三维空间的截断 $\Lambda_3 \cong \Lambda/\sqrt{2}$)

λ_Λ	0.10	0.11	0.12	0.1308	0.15
g	0.8572	0.8896	0.9301	0.9818	1.0906
$G\Lambda^2$	5.64	5.85	6.12	6.46	7.18
$G\Lambda_3^2$	1.41	1.46	1.53	1.62	1.80
Λ_3	1007	835	713	619	506

我们先用确定好的参数计算手征序参量. 算得 $\chi = 222.9\text{MeV}$, 这一结果与 QCD 求和规则所预言的结果^[20] $225 \pm 35\text{MeV}$ 非常吻合. 这说明规范的南部模型是模拟低能 QCD 物理的一个很好的工具. 表 2 列出了零密度时的数值结果, 这些结果与实验比较, 是相当

表2 零密度时的数值结果

	理论	实验		理论	实验
Λ_3/MeV	619		m_π/MeV	149.9	139
$G\Lambda_3^2$	1.615		m_0/MeV	633.0	
m_0/MeV	5	7 ± 2	$g_{\pi qq}$	3.40	2.7
M/MeV	313		$g_{\sigma qq}$	2.11	3.4
χ/MeV	222.9	225 ± 35	f_π	89.8	93

$\lambda_\mu = 2.5$, $\Lambda_{\text{QCD}} = 180\text{MeV}$. Λ_3 , $G\Lambda_3^2$, m_0 是输入参数. 介子-夸克耦合常数的实验值由介子-核子耦合常数算得.

1) $G\Lambda^2$ 与 $G\Lambda_3^2$ 相差一个因子4, 其中一个2是因为截断从四维空间化到三维空间的原因; 另外一个2是因为推导能隙方程求积时与人家的对待不一样, 便于对比而引进的

好的;与文献 [7, 8] 相比,也有较好的改进.

下面,研究核环境中费米子及动力学产生的介子的性质. 核物质的密度 ρ 就平均而言是夸克密度的 1/3, 夸克密度为:

$$\rho_q = \frac{1}{3\pi^2} N_c N_f k_F^3. \quad (24)$$

在核物质中,夸克的有效质量仍定义为 $B(p^2 = M^2)$.

在核物质中,费米子的有效质量,如图 2 所示,随密度增加而减小,当密度增到临界密度 ρ_c 时,手征对称恢复,即 $M^* \rightarrow m_0$, $m_\pi^* \rightarrow m_0^*$. 这种情况给出 $\rho_c \cong 6\rho_0$ ($\rho_0 = 0.17\text{fm}^{-3}$). 另一方面,人们通常说的 ρ_c 是在手征极限 $m_0 = 0$ 的情况. 在 $m_0 = 0$ 时,得到 $\rho_c \cong 2.9\rho_0$. 此时的相变为二级相变,当 $\rho = \rho_c$ 时, $M^* = 0$, $\chi = 0$, 如图 3 所示. 目前的计算表明,临界密度对 λ_μ 几乎不具有依赖性. 而对 Λ_{QCD} , 不同的选择就会给出不同的临界密度;然而,目前选择的 Λ_{QCD} 非常好地给出了手征序参量.

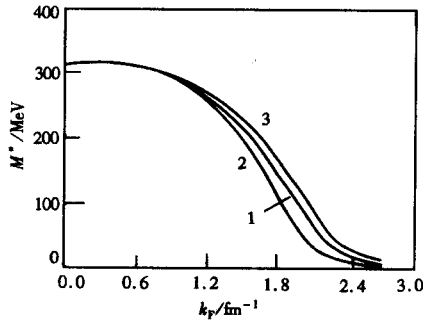


图 2 随核物质密度变化的费米子质量 $\rho_0 = 0.17\text{fm}^{-3}$. 曲线 1, 2, 3 分别对应于禁闭尺度为 180, 200, 160 MeV 的情况, 参数说明如表 3.

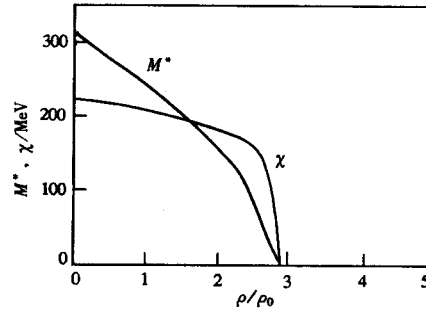


图 3 在手征极限下手征对称的恢复 临界密度 $\rho_c \cong 2.9\rho_0$.

介子-夸克的耦合常数随密度变化的情况显示在图 4 中. 在 4 倍正常密度以前, $g_{\pi qq}$ 几乎是常量, $g_{\sigma qq}$ 随密度增加而增加; 当密度再增加时, 无论是 $g_{\pi qq}$ 还是 $g_{\sigma qq}$ 都随密度增加而减小, 有很强的密度依赖性. 这是与 [7, 9] 等文献中不同的结果. π 介子衰变常数随密度增加而减小, 直趋于零, 如图 5 所示.

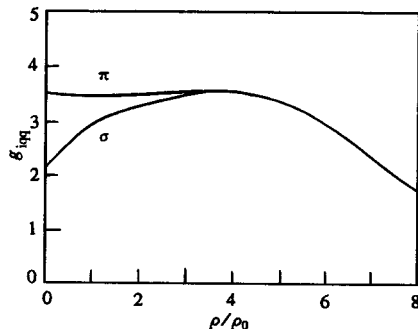


图 4 介子-夸克耦合常数随核物质密度的变化

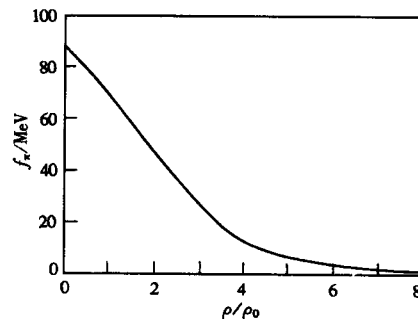


图 5 π 介子衰变常数随核物质密度的变化

现在, 讨论数值结果对 Λ_{QCD} 的依赖性. 由实验知道, Λ_{QCD} 有一个较大的范围, 通常可从 100 变到 300 MeV. 计算表明, 较小的 Λ_{QCD} 相应地有较大的临界密度, 这可从图 2 看出来. 图 2 标以 1, 2, 3 的三根曲线分别对应于 $\Lambda_{\text{QCD}} = 180, 200, 160 \text{ MeV}$ 的情况. 相应于不同的 Λ_{QCD} 的手征序参量列于表 3. 表 3 的结果表明手征序参量为我们选择 Λ_{QCD} 提供了一个判据.

表 3 对应不同的禁闭尺度的手征序参量

$\Lambda_{\text{QCD}}/\text{MeV}$	160	180	200
χ/MeV	211.9	222.9	232.3

相应的参数由相同的组份夸克质量和 π 介子质量条件确定.

最后, 我们指出与通常的南部模型的两个不同之处. 其一, 能隙方程是协变的; 其二, 参数 (GA_3^2, Λ_3) 小于通常的南部模型所择的参数. 至于后者, 是因为胶子部分有重要贡献的原因.

4 结论

在本文中, 我们首次在核物质中发展了规范的南部模型并得到了费米子的能隙方程. 在此基础上, 用规范的南部模型来研究核物质中的介子动力学性质, 得到了很好的结果. 在规范的南部模型中, 胶子部分相对于四费米子部分对费米子质量贡献了大约 1/4. 手征序参量与 QCD 求和规则预言的结果很好地一致. 介子-夸克的耦合常数与实验相近; π 介子的衰变常数与实验很好地符合. 另外, 我们讨论了手征对称恢复的情况. 在手征极限下, ρ_c 约为 $2.9\rho_0$. 我们的计算结果比之以前南部模型的计算, 有着较好的改进.

作为一个模型, 能给出费米子与动力学产生的介子的统一描述, 是很有吸引力的. 我们希望对这一模型有更大的应用. 对于介子动力学, 此模型可用来包含矢量、轴矢介子. 另外, 我们也可以试图将此模型用来研究重子的孤立子解等方面. 这些问题还有待进一步研究.

感谢朱志远研究员对此项工作有益的讨论与支持帮助.

参 考 文 献

- 1 Nambu Y, Jona-Lasinio G. Phys. Rev., 1961, 122:345
- 2 Bijnens J. Phys. Rep., 1996, 265:369
- 3 Bijnens J, de Rafael E. Phys. Lett., 1991, B273:483
- 4 Hatsuda T, Kunihiro T. Phys. Rep., 1994, 247:221
- 5 Alkofer R, Reinhardt H, Weigel H. Phys. Rep., 1996, 265:139
- 6 Bernard V, Meissner Ulf.-G Zahed I. Phys. Rev., 1987, D36:818
- 7 Bernard V, Meissner Ulf-G. Nucl. Phys., 1988, A489:647
- 8 Asakawa M, Yazaki K. Nucl. Phys., 1989, A504:668
- 9 Henley E M, Muther H. Nucl. Phys., 1990, A513:667

- 10 Christov Chr V, Arriola E Ruiz, Goeke K. Nucl. Phys., 1990, **A510**:689
- 11 Zhuang P, Hufner J, Klevansky S P. Nucl. Phys., 1994, **A576**:525
- 12 Cugnon J, Jaminon M, Van den Bossche B. Nucl. Phys., 1996, **A598**:515
- 13 Leung C N, Love S T, Bardeen W A. Nucl. Phys., 1986, **B273**:649; Bardeen W A, Leung C N, Love S T. Nucl. Phys., 1989, **B323**:493
- 14 Appelquist T, Soldate M, Takeuchi T et al. Proc. 12th Johns Hopkins Workshop on Current Problems in Particle Theory. In: Domokos G, Kovesi-Domokos S ed. World Scientific. 1988. 197
- 15 Kondo K-I, Mino H, Yamawaki K. Phys. Rev., 1989, **D39**:2430
- 16 Kondo K-I, Shuto S, Yamawaki K. Mod. Phys. Lett., 1991, **A6**:3385
- 17 Miransky V A, Yamawaki K. Mod. Phys. Lett., 1989, **A4**:129
- 18 Miransky V A, Nonoyama T, Yamawaki K. Mod. Phys. Lett., 1989, **A4**:1409
- 19 Kondo K-I, Tanabashi M, Yamawaki K. Mod. Phys. Lett., 1993, **A8**:2859
- 20 Reinders L J, Rubinstein H, Yazaki S. Phys. Rep., 1985, **127**:1

Density Effects on the Fermion and the Scalar and Pseudoscalar Mesons in the QCD-Like Gauged NJL Model *

Jiang Weizhou¹ Qiu Xijun^{1,2}

¹(Shanghai Institute of Nuclear Research, The Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800)

²(Department of Physics, Shanghai University, Shanghai 201800)

Abstract The QCD-like gauged NJL model with flavors $N_f = 2$ is developed to derive the gap equation for the fermion in nuclear medium. In the free space, the gluon part in the gauged NJL model may contribute nearly 1/4 to the fermion mass. The chiral order parameter is consistent closely with the prediction of the QCD sum rules. Based on the gap equation, the fermion mass in nuclear medium is obtained and the dynamical properties of the scalar and pseudoscalar mesons are studied. The numerical results in the free space are in fair agreement with the experimental data.

Key words chiral symmetry. nuclear matter, quark and gluon degrees of freedom. meson dynamics

Received 6 April 1998

*Supported in Part by the Grant LWTZ of the Chinese Academy of Sciences