

轴对称超形变和三轴超形变核态 性质的研究*

徐进章² 王子兴³ 陈星藻^{2,3} 邢正^{1,2,3}

1 (兰州重离子加速器国家实验室原子核理论研究中心 兰州 730000)

2 (兰州大学现代物理系 兰州 730000)

3 (中国科学院上海原子核研究所 上海 201800)

摘要 利用轴对称超形变和三轴超形变模型研究了¹⁶⁵Lu π [660 1/2]带. 两种模型计算的 γ 跃迁能量都和实验值较好地符合. 然而, 能量的 signature 颤动指数, 三轴因子, 两类动力学电四极矩之比存在明显的差别, 这些差别可以用来识别三轴超形变核态.

关键词 原子核结构 粒子-转子模型 超形变 三轴超形变

1 引言

三轴超形变核态的研究引起了广泛的关注, 继在¹⁶³Lu、¹⁶⁵Lu和¹⁶⁷Lu^[1-4]发现三轴超形变带之后, 最近在⁸⁶Zr又发现了3条三轴超形变带^[5]. 这些转动带不仅有大的四极形变, 同时也有大的三轴形变. 由寿命的测量, 可得到跃迁四极矩, 从而得到四极形变, 例如, 得到的¹⁶³Lu的 π [660 1/2]带的跃迁四极矩, 其值大抵为yrast带的2倍^[2], 这就意味着¹⁶³Lu的 π [660 1/2]带有很大的四极形变. 因此它们具有超形变是(或可以是)直接的实验结果. 另一方面, 三轴形变的确认则主要通过总位能面(TES或TRS)的计算, 寻找能量极小^[1-4], 并进一步拟合观测的能谱和动力学转动惯量 $J^{(2)}$ ^[3,5,6], 来确认存在三轴形变. 这不是直接的实验证据, 确定的 γ 形变是理论值而不是测量值, 用这样的 γ 形变可以较好地解释能谱. 动力学转动惯量 $J^{(2)}$ 是能量的二级差分, 因此本质上还是能量. 但是, 能量是哈密顿量的平均值, 可以用多种方法进行解释, 因此三轴形变的最终确认, 必须寻找直接的实验证据, 这些证据必须是同轴对称形变不相容的. 在正常形变核态, Hamamoto^[1]提出了一些判定三轴形变的证据, 然而, 超形变核态不同于正常形变核态, 例如高的激发能, 弱的对关联, 填充不同的单粒子轨道等, 因此, 人们并不清楚这些判据是否可以用于超形变核

1998-08-05收稿

* 国家自然科学基金资助项目19575025和核工业科学基金资助项目Y7197AY103

1) Hamamoto I, Lund-Mph-88/16

态. 为此, 我们用粒子-转子模型研究了 $^{165}\text{Lu } \pi [660 1/2]$ 带, 分别用轴对称超形变和三轴超形变模型计算能谱(包括其 signature 伙伴带)和电磁跃迁几率, 在重现实验能谱的条件下, 比较了两类形变的核态在其它可能观测的物理量上的差异, 这些差异可以用来识别三轴超形变核态.

2 理论模型

由于 $^{165}\text{Lu } \pi [660 1/2]$ 带奇质子填充 $i_{13/2}$ 子壳, 它与相邻子壳具有不同宇称, 因此本文采用 $j = 13/2$ 单 j 壳三轴粒子-转子模型. 假定三轴形变势场中运动的奇核子与一转动核心相耦合, 粒子-转子哈密顿量可表示为转动部分与内禀部分之和:

$$H_{\text{pr}} = H_{\text{rot}} + H_{\text{intr}}, \quad (1)$$

其中转动部分为

$$H_{\text{rot}} = \sum_{k=1}^3 \frac{\hbar^2}{2J_k} (I_k - j_k)^2, \quad (2)$$

这里 J_k 是绕内禀第 k 轴的惯量矩. 在数值计算中采用随超形变带总角动量 I 光滑变化的流体力学惯量矩^[6,7]. 内禀哈密顿量为

$$H_{\text{intr}} = \sum_{\nu} (\epsilon_{\nu} - \lambda) a_{\nu}^{\dagger} a_{\nu} + \frac{\Delta}{2} \sum_{\mu\nu} \delta(\bar{\mu}, \nu) (a_{\mu}^{\dagger} a_{\nu}^{\dagger} + a_{\nu} a_{\mu}), \quad (3)$$

这里 λ 是 Fermi 能, 可由单粒子能级来估计, Δ 是能隙参数, 对超形变核态其大小并不清楚, 但它远小于正常形变核态的值^[6,7]. 单粒子能量 ϵ_{ν} 由三轴形变四极势

$$V(\gamma) = \frac{\kappa}{j(j+1)} \{ [3j_3^2 - j(j+1)] \cos \gamma + \sqrt{3} (j_2^2 - j_1^2) \sin \gamma \} \quad (4)$$

求出, 这里 κ 是单 j 壳模型的能量单位, 对四极形变 $\epsilon_2 = 0.4 - 0.5$, $\kappa \approx 3 - 4\text{MeV}$. (1)式对角化可得能量本征值和总的波函数, 利用波函数可直接计算约化跃迁几率

$$B(O\lambda; I_i \rightarrow I_f) = \frac{1}{2I_i + 1} |\langle I_f || \mu(O\lambda) || I_i \rangle|^2, \quad (5)$$

对奇 A 核, 建立在任意一单粒子组态上的转动带有两条, 分别相应于 signature $\alpha = 1/2$ 和 $-1/2$, 其优先态(f态)和非优先态(u态)的 signature 定义为:

$$\alpha_f = \frac{1}{2} (-1)^{I-\frac{1}{2}}, \quad \alpha_u = \frac{1}{2} (-1)^{I+\frac{1}{2}}. \quad (6)$$

两个 signature 系列可通过 M1 跃迁, 同时混有一小部分 E2($\Delta I = 1$) 跃迁相联. 对高 j 闯入态, 特别是在 $\Omega = 1/2$ 的核态, 能量有很大的 signature 分离, 因此会呈现 $E(\alpha_f, I) < E(\alpha_u, I-1)$, 此时 $I \rightarrow I-1$ 跃迁应为 $I-1 \rightarrow I$ 跃迁, 由(5)式有

$$B(O\lambda; I_f \rightarrow I_i) = \frac{2I_i + 1}{2I_f + 1} B(O\lambda; I_i \rightarrow I_f). \quad (7)$$

对足够大的 $I, I-1 \rightarrow I$ 的跃迁几率, 近似地等于 $I \rightarrow I-1$ 的跃迁几率, 为了同文献保持一致, 我们只给出同 $I \rightarrow I-1$ 的跃迁相联的结果. 为与实验数据进行比较, 计算的级联 γ 跃迁能量 E_γ 规格化到某一能级 γ 跃迁能量的实验值, 对 $^{165}\text{Lu } \pi [660 \ 1/2] (\alpha = \pm 1/2)$ 带, 取 $E_\gamma (\text{cal.}, I = 41/2) = E_\gamma (\text{exp.}, I = 41/2)$, 以决定能量单位 κ . 由 κ 值可估计四极形变的数值.

3 结果和讨论

为了说明仅仅较好地解释能谱还不足以给出三轴形变, 图 1 给出了用轴对称超形变和三轴超形变模型计算的 $^{165}\text{Lu } \pi [660 \ 1/2] (\alpha = + 1/2)$ 带的能谱, 并和实验值进行了比较. A 列对应于三轴超形变模型, 使用参数为 $\gamma = 15^\circ, \lambda = -0.79\kappa, \Delta = 0.001\kappa, J_{00} = 150/\kappa, b = 2.5 \times 10^{-4}$, 由规格化条件, 则 $\kappa = 3.567 \text{ MeV}$, 大抵对应于 $\epsilon_2 = 0.42$. B 列对应于轴对称超形变模型, 使用参数为 $\gamma = 0^\circ, \lambda = -0.90\kappa, \Delta = 0.001\kappa, J_{00} = 180/\kappa, b = 8.5 \times 10^{-4}$, 由规格化条件, 则 $\kappa = 3.908 \text{ MeV}$, 则 $\epsilon_2 = 0.46$. 由图可见, 在参数合理的范围内, 利用轴对称超形变和三轴超形变都能很好地解释 $^{165}\text{Lu } \pi [660 \ 1/2] (\alpha = + 1/2)$ 带的能谱. 因此, 仅有能谱数据还不足以确定原子核的三轴形变.

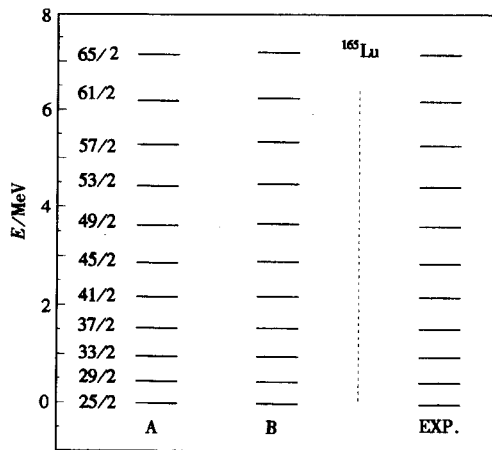


图 1 $^{165}\text{Lu } \pi [660 \ 1/2] (\alpha = + 1/2)$ 带的 γ 跃迁能量理论值和实验值的比较

A 列: 三轴超形变模型, $\gamma = 15^\circ$;
B 列: 轴对称超形变模型, $\gamma = 0^\circ$.

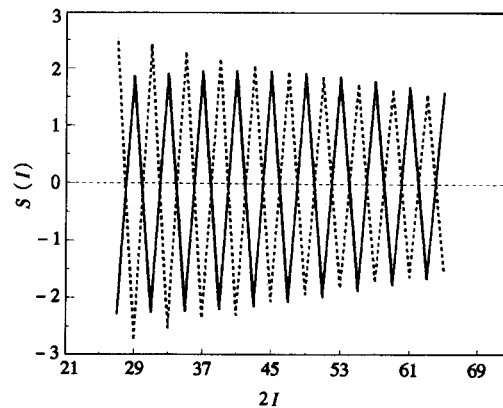


图 2 $^{165}\text{Lu } \pi [660 \ 1/2] (\alpha = \pm 1/2)$ 带的能量颤动指数的特征

实线: 三轴超形变模型, $\gamma = 15^\circ$;
虚线: 轴对称超形变模型, $\gamma = 0^\circ$;
使用参数同图 1.

图 2 给出了用轴对称超形变和三轴超形变模型计算的 $^{165}\text{Lu } \pi [660 \ 1/2] (\alpha = \pm 1/2)$ 带的能量颤动 (staggering) 指数 $S(I)$, 这里 $S(I)$ 定义为^[8]

$$S(I) = \frac{R(E_I)}{R(E_I)_{\text{rotor}}} - 1, \quad (8)$$

$$R(E_I) = \frac{2(E_I - E_{I-1})}{(E_I - E_{I-2})}, \quad (9)$$

其中 $R(E_I)_{\text{rotor}}$ 是刚性转子 $R(E_I)$ 值, 易见 $R(E_I)_{\text{rotor}} = I/(I - 1/2)$, 因此, 对高自旋态基本不变. 对理想轴对称的刚性转子, $S(I) = 0$, 能量的颤动方式决定了 $S(I)$ 的振荡行为. 由图可见在轴对称超形变和三轴超形变模型下, 能量颤动指数 $S(I)$ 振荡位相相反.

在正常形变核态, 磁偶极跃迁 $B(M1)$ 值和 Routhian 量有着密切的联系, 由推转模型, 对轴对称形变有^[9]

$$\frac{\Delta B(M1)}{B(M1)_{\text{av}}} = \frac{4(\Delta e')(\hbar\omega)}{(\Delta e')^2 + (\hbar\omega)^2}, \quad (10)$$

其中

$$\Delta B(M1) = B(M1; \alpha_f \rightarrow \alpha_u) - B(M1; \alpha_u \rightarrow \alpha_f), \quad (11)$$

$$B(M1)_{\text{av}} = \frac{1}{2} \{B(M1; \alpha_f \rightarrow \alpha_u) + B(M1; \alpha_u \rightarrow \alpha_f)\}, \quad (12)$$

$$\Delta e' = E'(\alpha_u, \omega) - E'(\alpha_f, \omega), \quad (13)$$

这里 E' 是转动坐标系中准粒子能量, ω 是转动频率, 定义为

$$\hbar\omega = \frac{dE}{dI} \approx \frac{1}{2} [E_{I+1} - E_{I-1}]. \quad (14)$$

原则上说, (10) 式两边的数值可以在 -2 和 $+2$ 之间. 为了得出三轴形变的信息, 定义三轴因子 $F(I)$:

$$F(I) = \frac{\Delta B(M1)}{B(M1)_{\text{av}}} - \frac{4(\Delta e')(\hbar\omega)}{(\Delta e')^2 + (\hbar\omega)^2}. \quad (15)$$

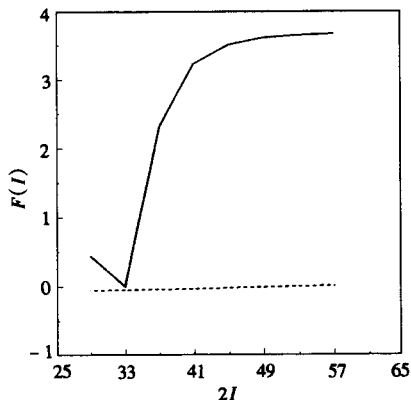


图 3 $^{165}\text{Lu } \pi[660 \ 1/2](\alpha = \pm 1/2)$ 带三轴因子的特征

实线: 三轴超形变模型, $\gamma = 15^\circ$;

虚线: 轴对称超形变模型, $\gamma = 0^\circ$;

使用参数: $g_1 = 1.0$, $g_s = 3.39$, $g_R = 0.42$, 其它同图 1.

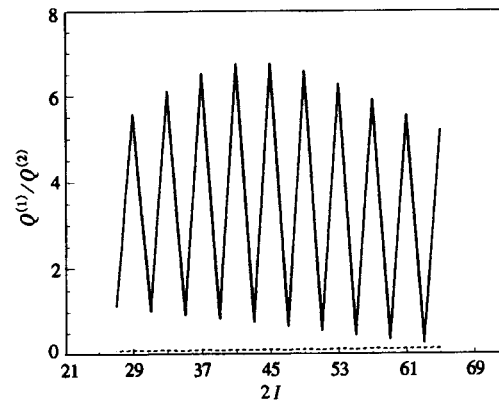


图 4 $^{165}\text{Lu } \pi[660 \ 1/2](\alpha = \pm 1/2)$ 带动力学四极矩 $Q^{(1)}/Q^{(2)}$

实线: 三轴超形变模型, $\gamma = 15^\circ$;

虚线: 轴对称超形变模型, $\gamma = 0^\circ$;

使用参数: $e_{\text{eff}} \langle j | r^2 | j \rangle / Q_0 = 0.05$, 其它同图 1.

图 3 给出了用轴对称超形变和三轴超形变模型计算的 $^{165}\text{Lu } \pi[660 \ 1/2](\alpha = \pm 1/2)$ 带的三轴因子. 在轴对称时, 在研究的自旋范围内, $F(I)$ 接近于零. 而对三轴超形变 $F(I)$ 远大于 1, 且呈现复杂的变化, 注意到在 $I = 33/2$ 时, $B(M1)$ 的位相发生改变, 使 $\Delta B(M1)/B(M1)_{av}$ 在 $I \leq 33/2$ 时下降, 而 $I \geq 33/2$ 时, 则上升, 因此在 $I = 33/2$ 时形成一个折点.

图 4 给出了轴对称超形变和三轴超形变模型 $^{165}\text{Lu } \pi[660 \ 1/2](\alpha = \pm 1/2)$ 带两类动力学电四极矩之比. 这里 $Q^{(1)}$ 和 $Q^{(2)}$ 由下式定义,

$$\begin{aligned} B(E2; I \rightarrow I-1) &= \frac{5}{16\pi} \langle IK20 | I-1K \rangle^2 Q^{(1)}, \\ B(E2; I \rightarrow I-2) &= \frac{5}{16\pi} \langle IK20 | I-2K \rangle^2 Q^{(2)}. \end{aligned} \quad (16)$$

由于在研究的自旋范围内, $Q^{(2)}$ 基本不变, 因此动力学电四极矩 $Q^{(1)}/Q^{(2)}$ 曲线的特征, 实际上就是 $B(E2; \Delta I = 1)$ 的特征, 由图可见, 在三轴超形变时 $Q^{(1)}/Q^{(2)}$ 出现明显的振荡, 而在轴对称超形变时, $Q^{(1)}/Q^{(2)}$ 不出现振荡, 且数值较小.

4 小结

由于能谱对波函数的依赖性并不灵敏, 因此在合理范围内选择粒子-转子模型参数, 可以给出同样好的结果. 利用轴对称超形变 ($\gamma = 0^\circ$, $\varepsilon_2 \approx 0.46$) 和三轴超形变 ($\gamma = 15^\circ$, $\varepsilon_2 \approx 0.42$) 模型研究了 $^{165}\text{Lu } \pi[660 \ 1/2]$ 带, 两种模型计算的 γ 跃迁能量 ($\alpha = +1/2$ 带) 都和实验值较好地符合. 然而, 能量的 signature 颤动指数 $S(I)$ 、三轴因子 $F(I)$ 、两类动力学电四极矩之比存在明显的不同, 这些差别可以用来识别三轴超形变核态, 它们可能作为三轴超形变的直接实验证据. 为了获得这些证据, 测量其 signature 伙伴带的能谱以及它们的电磁跃迁几率是迫切需要的.

参 考 文 献

- 1 Schmitz W, Yang C X, Hubel H et al. Nucl. Phys., 1992, **A539**(1):112—136
- 2 Schmitz W, Hubel H, Yang C X et al. Phys. Lett., 1993, **B303**(3,4):230—235
- 3 Schnack-Petersen H, Bengtsson R, Bark R A et al. Nucl. Phys., 1995, **A594**(2):175—202
- 4 Yang C X, Wu X G, Zheng H et al. Eur. Phys. J., 1998, **A1**:237—239
- 5 Sarantites D G, LaFosse D R, Devlin M et al. Phys. Rev., 1998, **C57**(1):R1—R5
- 6 Xing Z, Wang Z X, Chen X Q. Chin. Phys. Lett., 1998, **15**(3):170—172
- 7 Chen X Q, Xing Z. J. Phys., 1993, **G19**(11):1869—1877
- 8 Casten R F, Zamfir, Brentano P Yon et al. Phys. Lett., 1991, **B265**(1):9~13
- 9 Hagemann G B, Hamamoto I. Phys. Rev., 1989, **C40**(6):2862—2869

Study of Nuclear Behavior in Axially-Symmetric Superdeformation and Triaxial Superdeformation*

Xu Jinzhang² Wang Zixing³ Chen Xingqu^{2,3} Xing Zheng^{1,2,3}

1(*Center of Theoretical Nuclear Physics, National Laboratory of Heavy Ion Accelerator, Lanzhou 730000*)

2(*Department of Modern Physics, Lanzhou University, Lanzhou 730000*)

3(*Institute of Nuclear Research, The Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800*)

Abstract Using axially-symmetric and triaxial superdeformed models $\pi[660 \ 1/2]$ band in ^{165}Lu is investigated. The observed γ -transition energies can be reproduced quite well in both models. However, the signature staggering index, triaxiality factor and the ratio of dynamical quadrupole moment $Q^{(1)}$ to $Q^{(2)}$ in axially-symmetric superdeformed model are obviously different from those in triaxial superdeformed model, which may be used to identify the deviation of nuclear shape from axial symmetry. Thus, the energy spectra are not decisive to draw the nuclear shape. Emphasis must be placed on the properties of electromagnetic transitions.

Key words nuclear structure, particle-rotor model, superdeformation, triaxial superdeformation

Received 5 August 1998

* Project 19575025 Supported by the National Natural Science Foundation of China and the Science Foundation of Nuclear Industry of China Y7197AY103