

对高能碰撞末态粒子的阶乘矩 拟合修正曲线的方法*

陈刚

刘连寿 高燕敏

(荆州师范学院物理系 湖北荆州 434104)

(华中师范大学粒子物理研究所 武汉 430079)

摘要 高能碰撞末态粒子在相空间的动力学分布存在着非均匀因素的影响,通过对这种非均匀因素影响的仔细研究,引入了修正系数,得到了拟合修正曲线的判据,给出了计算修正系数的方法.

关键词 高能碰撞 阶乘矩 相空间 修正曲线 拟合方法

1 引言

在**高能强子-强子碰撞末态粒子的相空间存在着非统计性起伏,即间歇现象^[1]**.通常用阶乘矩消除统计起伏,研究**间歇(分形)现象^[2]**,阶乘矩定义为:

$$F_q(M) = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \frac{\langle n_m(n_m-1)\cdots(n_m-q+1) \rangle}{\langle n_m \rangle^q}, \quad (1)$$

其中, M 为相空间区域的分割数, $\delta = \Delta / M$ 为相空间中相格的大小, n_m 为第 m 个相格的粒子数,其阶乘矩的分布存在标度不变性.进一步研究表明:末态粒子的相空间存在着高度的各向异性.因此,在高维情况下表现为自仿射分形^[3],这种动力学起伏的各向异性可以用特征量 **hurst 指数来描述^[4]**.

值得注意的是,以往对末态粒子的相空间进行阶乘矩分析时, M 都取整数值^[5],实际上根据标度不变性的要求, M 应能取非整数值;而且,由于相空间的各向异性,hurst 指数一般为非整数值^[5],因此,若相空间的一个分量取整数,其他分量则应取非整数值.最近,我们对非整数分割下的阶乘矩的分布已进行了研究^[6],定义了非整数分割时的阶乘矩:

$$F_q(N, M) = \frac{1}{N} \sum_{m=1}^N \frac{\langle n_m(n_m-1)\cdots(n_m-q+1) \rangle}{\langle n_m \rangle^q}, \quad (M = N + a, 0 \leq a < 1). \quad (2)$$

末态粒子的动力学分布在相空间的中心区域存在起伏,作累积变换后可以使粒子数的分布 $\langle n_m \rangle$ 变平,但由于二粒子和多粒子关联的存在,一般来说粒子数分布 $\langle n_m \rangle$ 变平后, $\langle n_m -$

1998-07-20收稿

* 湖北省自然科学基金和国家自然科学基金资助项目

$q + 1$) 仍然不平, 末态粒子相空间仍然存在着非均匀因素. 实验计算的结果也表明: M 取非整数时的阶乘矩分布出现了振荡现象^[6]. 因此, 需要引入修正系数, 对这种非均匀因素引起的振荡现象进行修正. 本文将通过对阶乘矩随相格分布情况的仔细研究, 得到拟合修正曲线的判据, 给出对阶乘矩进行修正的方法.

2 计算修正系数的方法

为讨论方便, 以二阶阶乘矩为例进行分析. 首先, 对 (y, p_t, φ) 三个一维变量各相格的阶乘矩 $f_2(m) = \langle n_m(n_m - 1) \rangle / \langle n_m \rangle^2$ 随相格的分布作直方图, 如图 1 所示. 很显然, 三个变量的阶乘矩随相格的分布都存在不同程度的起伏.

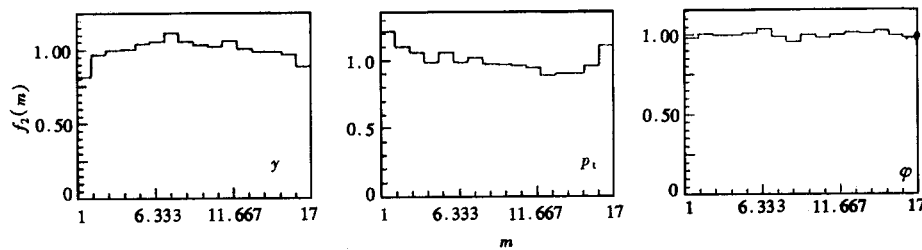


图1 三个一维变量的阶乘矩随相格分布的直方图 ($M=16$)

由于非均匀因素的存在, 必须对 M 取非整数时阶乘矩实验值进行修正, 为此定义:

$$F_2(M) = \frac{1}{R(N/M)} F_2(N, M), \quad (3)$$

其中 $R(r) = R(N/M)$ 为修正系数. 显然, 从定义式中, 将无法得到修正系数, 为了寻求计算修正系数的方法, 取整数 N' 和 M' ($M' > M$), 并使

$$\frac{N'}{M'} \approx \frac{N}{M} = r. \quad (4)$$

定义 $F_2(N', M')$ 与 $F_2(M')$ 的比值函数 $C(N', M') =$

$$\frac{\frac{1}{N'} \sum_{m=1}^{N'} \langle n_m(n_m - 1) \rangle / \langle n_m \rangle^2}{\frac{1}{M'} \sum_{m=1}^{M'} \langle n_m(n_m - 1) \rangle / \langle n_m \rangle^2}, \quad (5)$$

$(N' = 1, 2, \dots, M').$

虽然 $F_2(N, M)$ 和 $F_2(M)$ 与 $F_2(N', M')$ 和 $F_2(M')$ 都各不相同, 但当满足 (4) 式时, $R(N/M)$ 与 $C(N', M')$ 在相空间必然存在一定的对应关系. 如果找出了这种关系, 就可以利用比值函数 $C(N', M')$ 来

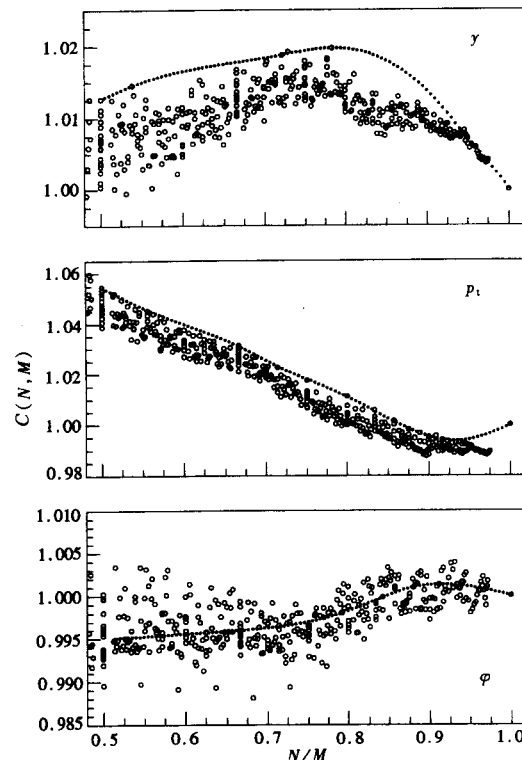


图2 比值函数的分布图

计算修正系数 $R(r)$. 为此, 取 $M' = 3-40$ 计算全部的 $C(N', M')$ 值, 如图 2 所示, 从图中可以看出, $C(N', M')$ 的分布主要随 (N' / M') 变化, 呈窄幅的带状分布. 但我们发现修正系数的值对在分布带中的插值位置十分敏感, 为了找出 $C(N', M')$ 与 $R(r)$ 的定量关系, 以便能从比值函数的分布带中拟合出正确的修正曲线, 以下对阶乘矩随相格的分布进行仔细研究.

3 从比值函数分布带中拟合修正曲线的判据

3.1 快度 (y) 与横动量 (p_t)

分别取 $M = 8, 16, 32, 64$, 对快度 (y) 在相空间各相格中的阶乘矩的分布作 $f_2(m_y) / F_2(M) \sim m_y$ 分布的直方图 (见如图 3). 然后, 对其分布用抛物线方程

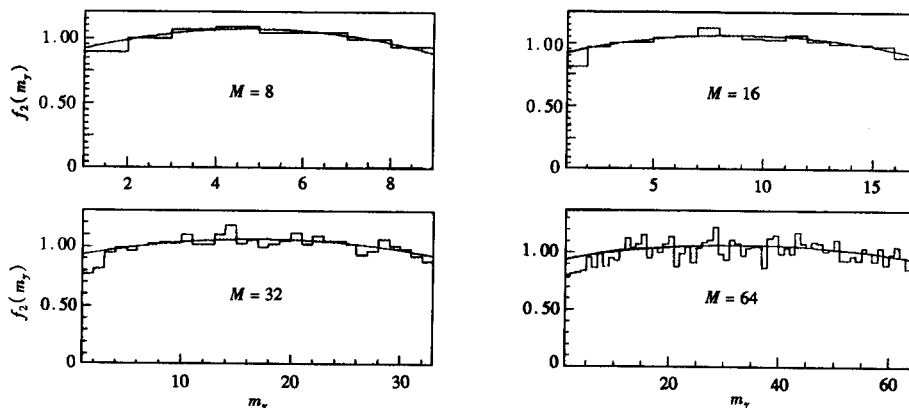


图3 快度 (y) 在各相格中阶乘矩分布的直方图

$$y = b - k_0(m - a_0)^2. \quad (6)$$

进行拟合, 其中 $y = f_2(m_y) / F_2(M)$, 得拟合参数填入表 1 中. 为了便于比较, 作 $x = m / M$ 的坐标变换, 则 (6) 式变为

$$y = b - k(x - a)^2, \quad (7)$$

其中 $k = k_0 M^2, a = a_0 / M$. 将变换后的参数填入表 1 中:

表1 根据 (6) 式和 (7) 式拟合得到的参数值

M	参数	b	k_0	a_0	k	a
8		1.064 ± 0.050	0.0104 ± 0.0010	4.1 ± 1.2	0.67 ± 0.07	0.51 ± 0.15
16		1.060 ± 0.040	0.00230 ± 0.00050	8.1 ± 1.5	0.60 ± 0.12	0.51 ± 0.09
32		1.057 ± 0.024	0.00053 ± 0.00016	16.0 ± 2.1	0.54 ± 0.17	0.50 ± 0.07
64		1.049 ± 0.028	0.00012 ± 0.00005	32.0 ± 7.5	0.49 ± 0.22	0.50 ± 0.12

从表 1 中的参数变化情况可以看出: a 值随 M 基本不变, 而 b 和 k 值随着 M 的增大呈逐步变小的趋势. 为了便于比较, 以变换后的参数值 b, k, a 作曲线如图 3 所示. 很显然, 用不同 M 值拟合得到的一簇曲线, 随着 M 值的增大分布逐渐变平. 这说明: 在未态粒子的相空

间随着 M 值的逐渐增大, 非均匀因素的影响逐渐减弱. 因此, 如果用 M', N' 计算出的比值函数值 $C(N'/M')$ 来代替 $M, N (M < M', M'/N' = M/N)$ 处的修正系数 $R(N/M)$, 则必然出现修正量不足. 以下作定量分析, 找出 $C(M', N')$ 与 $R(N/M)$ 之间的关系.

将方程 (7) 式代入修正系数的定义式 (3) 和比值函数的定义式 (5), 可以得到:

$$R(N/M) = \frac{M}{N} \int_0^{N/M} y(x) dx, \quad (8)$$

$$C(N', M') = \frac{M'}{N'} \int_0^{N'/M'} y(x) dx. \quad (9)$$

将 (7) 代入 (8) 式积分, 并取 $a \approx 0.5$,

$$R(N/M) = \frac{M}{N} \int_0^{N/M} [b - k(x-a)^2] dx =$$

$$\frac{M}{N} \left[b \frac{N}{M} - \frac{1}{3} k \left(\frac{N}{M} - \frac{1}{2} \right)^3 - \frac{1}{24} k \right]. \quad (10)$$

当 $N/M = 1$ 时, $R(N/M) = 1$. 代入上式, 则有:

$$b - \frac{1}{3} k \left(1 - \frac{1}{2} \right)^3 - \frac{1}{24} k = 1.$$

解得, $b = k/12 + 1$, 代入 (10) 式, 并化简可得:

$$R(N/M) = 1 + \frac{k}{6} \left(2 \frac{N}{M} - 1 \right) \left(1 - \frac{N}{M} \right). \quad (11)$$

同样可以推得:

$$C(N', M') = 1 + \frac{k'}{6} \left(2 \frac{N'}{M'} - 1 \right) \left(1 - \frac{N'}{M'} \right). \quad (12)$$

取 $r = N/M = N'/M' (M' > M, M'$ 为整数, M 为非整数), 作 $R(N/M)$ 与 $C(N', M')$ 的差函数:

$$R(N/M) - C(N', M') = \frac{1}{6} (k - k') \left(2 \frac{N}{M} - 1 \right) \left(1 - \frac{N}{M} \right). \quad (13)$$

由于实际中可能丢掉的最大小相格 a 应小于 $M/2$, 即:

$$\frac{1}{2} < \frac{N}{M} \leq 1,$$

因此

$$2N/M > 1, \quad N/M \leq 1.$$

如前所述, 当 $M' > M$ 时, $K' < K$, 所以, 有

$$R(N/M) - C(N', M') \geq 0, \quad (14)$$

即修正系数 $R(N/M)$ 的值应大于等于比值函数对应点的值. 因此, 应从比值函数分布带的上沿拟合速度 (y) 的阶乘矩的修正曲线. (14) 式即为从比值函数分布带中拟合速度 (y) 的阶乘矩的修正曲线的判据.

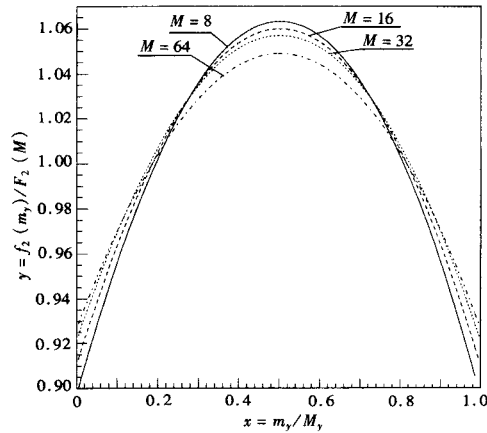


图4 速度 (y) 拟合曲线的比较图

用上述同样的方法可以证明得到横动量(p_t)的判据:即应从比值函数分布带的上沿拟合横动量(p_t)阶乘矩的修正曲线.

3.2 方位角(φ)

分别取 $M = 8, 16, 32, 64$, 对方位角(φ)在相空间各相格中的阶乘矩作 $f_2(m_\varphi) / F_2(M) \sim m_\varphi$ 分布的直方图, 如图 5 所示. 然后用正弦曲线方程

$$y = 1 + A \sin(k_0 m + c) \quad (15)$$

进行拟合, 其中 $y = f_2(m_\varphi) / F_2(M)$. 为便于比较, 作 $x = m / M$ 的坐标变换, 则(15)式变为

$$y = 1 + A \sin(kx + c), \quad (16)$$

其中 $k = k_0 / M$. 将拟合得到的参数值填入表 2 中.

表2 根据(15)和(16)式拟合得到的参数值

M	参数	A	k	C	k_0
8		0.008±0.002	11.4±2.1	4.1±1.5	1.42±0.26
16		0.018±0.004	12.3±3.1	4.2±1.6	0.77±0.10
32		0.028±0.003	22.8±3.5	0.48±0.08	0.71±0.11
64		0.034±0.003	24.7±4.5	0.36±0.01	0.39±0.07

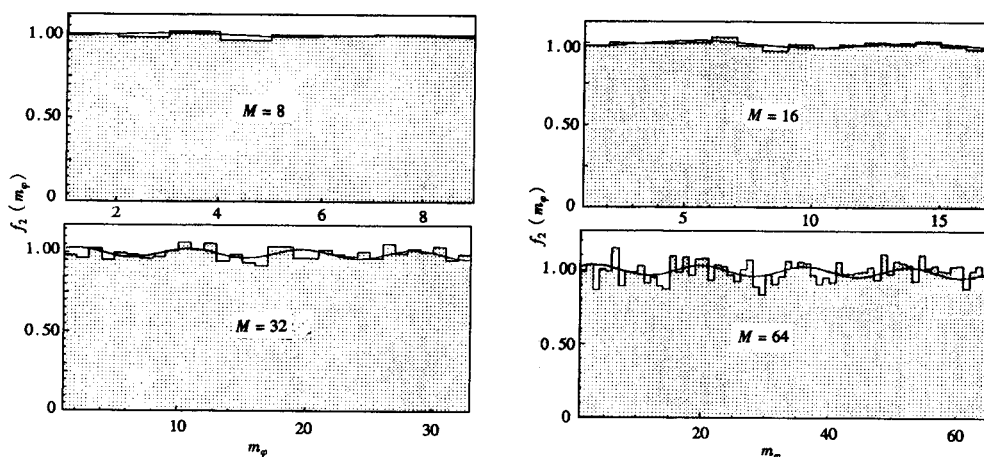


图5 方位角(φ)在各相格中阶乘矩分布的直方图

根据方程(16)以变换后的参数值 A, k, C 作曲线如图 6 所示. 从表 2 中的数据及图 6 中各种不同分割数下阶乘矩的分布情况可知:随着 M 的增大, 其振幅和频率都逐渐增大, 即阶乘矩在平衡位置附近的振荡随分割数 M 的增大而呈逐步加剧的趋势, 非均匀因素逐步增强. 因此, 当我们用较大的分割数 M' (整数) 计算出的比值分布函数 $c(N', M')$ 来代替较小的分割数 M (非整数, 且 $M < M', M' / N' = M / N$) 处的修正系数 $R(N / M)$ 时, 则必然修正量过大. 所以应取其振荡的中心位置拟合修正曲线. 由此, 我们可以得到如

下判据:应沿比值函数分布带的中间位置拟合方位角(φ)的阶乘矩的修正曲线.

4 非整数分割下阶乘矩的修正

用上述判据及方法分别对 y , p_t , φ 三个变量在比值函数分布带上拟合修正曲线,如图 2 中点线所示.取 M 为非整数值,用插值法从拟合曲线上得到修正系数 R_y , R_{p_t} 和 R_φ , 然后根据定义式(3)进行修正. M 取非整数值时修正前后的阶乘矩的 $\ln F_2(M) \sim \ln M$ 分布如图 7 所示.

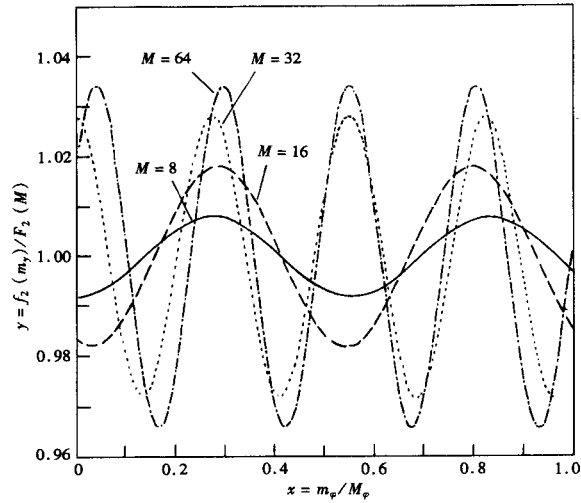


图6 方位角(φ)拟合曲线的比较图

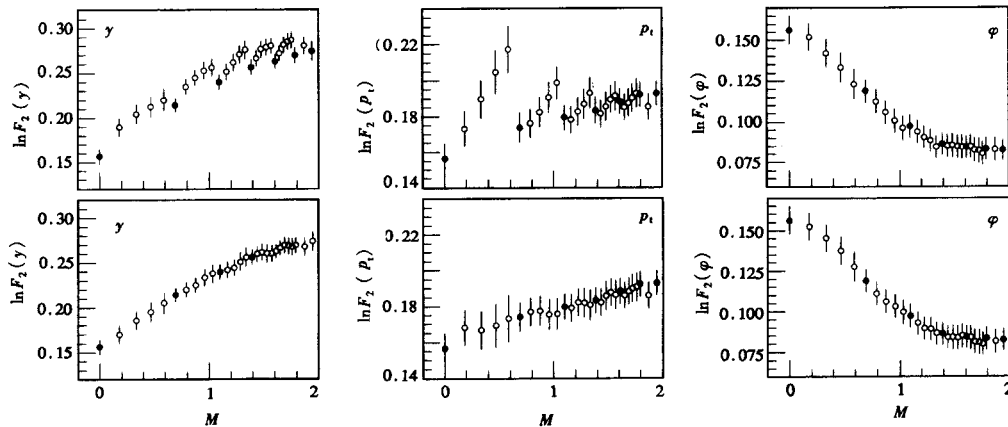


图7 三个一维变量的二阶阶乘矩修正前后的对数分布图

显然,当 M 取非整数值时,阶乘矩的分布出现了振荡现象,用上述方法进行修正后,振荡现象基本消除.

5 结论

高能碰撞末态粒子的动力学分布在相空间的中心区域存在起伏,在作累积变换后粒子数的分布变平,由于二粒子关联和多粒子关联因素的影响,非均匀因素仍然存在,相空间中阶乘矩随相格的分布仍然有起伏.因此,当我们对相空间进行非整数分割时,阶乘矩的分布将出现振荡现象.为了消除这种由非均匀因素引起的振荡现象,我们引进了修正系数,定义了比值函数,通过对阶乘矩随相格的分布进行拟合,得到了一组拟合曲线簇,从而证明了修正系数 $R(N/M)$ 与比值函数 $C(M', N')$ 之间的定量关系,得到了从比值函数

分布带中拟合修正曲线的判据,给出了对非整数分割时的阶乘矩进行修正的方法,并用实验数据进行检验,结果修正后的阶乘矩的 $\ln F_2(M) \sim \ln M$ 曲线振荡现象基本消除.

参 考 文 献

- 1 Burnet T H et al, (JACEE). Phys. Lett., 1983, **50**:2062—2068
- 2 Bialas A, Peschanski R. Nucl. Phys., 1986, **B237**:703~710;1988,**B308**:857—864
- 3 Mandebrot B. The Fractal Geometry of Nature, Freeman, NY, 1982; T. Vicst, Fractal Growth Phenomena, World Scientific, Singapore, 1989
- 4 Wu yuanfang, Liu Lianshou. Science in China (in Chinese), 1993, **A38**:435—442
(吴元方、刘连寿. 中国科学. 1993, **A38**:435—442)
- 5 Agababyan N M et al. (NA22), Phys. Lett., 1996, **B382**:305—311
- 6 Agababyan N M et al. (NA22), Phys. Lett., 1998, **B431**:451—458
- 7 Ochs. W Z. Phys., 1991, **C50**:339—446; Bialas A, Gazdzichi M. Phys. Lett., 1990, **B252**:483—489
- 8 Chen Gang, Gao Yanming, Liu Lianshou. High Energy Phys. and Nucl. Phys. (in Chinese), 1999,**23**:552
(陈刚、高燕敏、刘连寿. 高能物理与核物理, 1999. **23**:552)

Method of Fitting Correction Curve for the Factorial-Moment of Multiparticle Production on the High Energy Collisions*

Chen Gang

(Jingzhou Teacher's College, Hubei Jingzhou 434104)

Liu Lianshou Gao Yanmin

(Institute of Particle Physics, Huazhong Normal University, Wuhan 430079)

Abstract On the high energy collisions dynamics distribution of multiparticle production in phase space exist influence unflat distribution. In this paper it is studied carefully for this influence. We have introduce the correction factors, obtained criterion of fitting correction curve and given the method of calculating correction factors.

Key words high energy collision, factorial moment, phase space, correction curve, fitting method

Received July 20,1998

* Project supported by National Natural Science Foundation of Hubei and National Natural Science Foundation of China