

不插入探针检测耦合腔链 各单腔频率的方法

倪屹 肖利苓 童德春 田波 靳清秀 黄远忠

(清华大学工程物理系 北京 100084)

摘要 介绍一种不需插入活塞探针进入耦合谐振腔链, 而由计算机通过微波网络分析仪, 从腔链的输入波导获取通带特性数据, 配以专门的软件, 便可分析求解各单腔频率的方法.

关键词 耦合谐振腔链 通带特性 色散频率 单腔频率

1 引言

研制行波或驻波直线加速器时, 需要对加速管进行精心的调谐. 通常要在腔链中插入天线探针或短路活塞, 逐腔进行测量, 以确定各单腔的调谐方向, 因而工作量大, 花的时间长, 对长腔链或非均匀腔链则更为麻烦. 此外, 研制全密封的加速管, 若在排气密封或运输安装过程中, 发生变形, 腔链失谐的情况是不可能通过插入探针来诊断的. 特别是超导腔链, 对场的平坦度要求严格, 对微波调谐要求也更高, 而处于运行状态的超导管, 整个腔链密封浸泡在液氮中, 也是不能引入探针或其它扰动小珠来诊断失谐状态的. 随着现代计算机科学、数值计算方法、智能仪器及信号处理技术的高度发展, 研究不用插入探针或活塞, 就能检测腔链各单腔频率的测试技术, 是很有意义的课题. 80年代初, CERN的 E. Habel 等在研制超导腔链时, 发展了一种方法^[1], 立足于耦合谐振腔链的等效电路理论, 从加速结构外耦合回路测量腔链的色散频率, 能计算出各单腔的频率, 以指导调谐. 他们研究的是由 5 个腔组成的均匀单周期结构, 工作于超导态, 腔的损耗可完全忽略, 各单腔频率的变化范围也较小, 采用了一级微扰处理, 编制了专用的软件, 模型比较简单. 我们探讨了一种新的测试技术, 研究的对象较为普适, 允许较长的腔链, 不必忽略损耗, 可以是单周期或双周期, 甚至是非均匀结构. 本文简要介绍测试系统工作原理, 软件特性及初步试验的结果.

2 测试系统工作原理

如图 1 所示的标量网络扫频分析仪系统,从加速腔链输入波导中分别对入射波(R)和

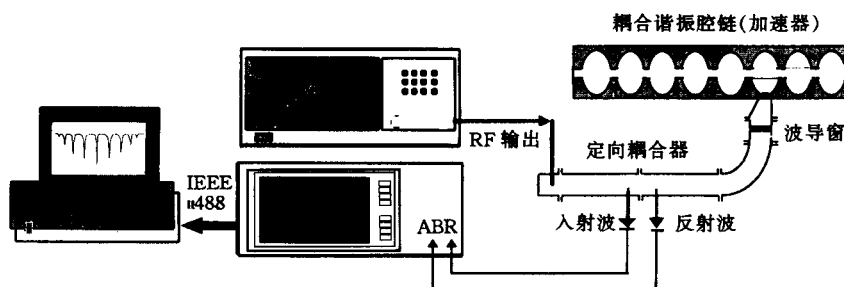


图1 谐振腔链通带特性 $\rho(F)$ 曲线数据采集系统

反射波(B)取样,可测量腔链在工作模频带区域内的通带特性。测量的频宽及步长可酌情选择,测量的结果以反射系数模 $|\Gamma|(F)$ 或驻波系数 $\rho(F)$ 显示(F 是测量时对应的工作频率)。微机通过 IEEE-488与系统联网也可获取测量数据,用于分析及处理。

另一方面,对确定工作模式的耦合谐振腔链,可用图 2 所示的等效电路进行理论分析^[2,3]。

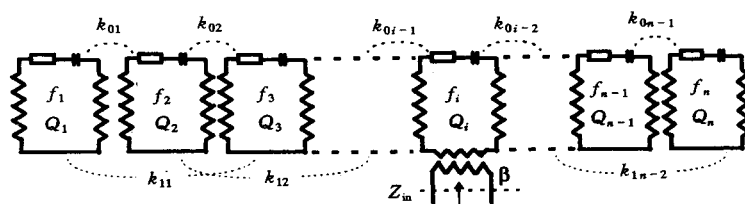


图2 耦合谐振腔链等效电路

其中 f_n 、 Q_n 为各单腔的固有频率及品质因数($n = 1, 2, \dots, N$), k_{0n} 为腔间邻近耦合系数($n = 1, 2, \dots, N-1$), k_{1n} 为次邻近耦合系数($n = 1, 2, \dots, N-2$)。若各腔参数相同,则为单周期结构;若隔腔参数相同,则相应于双周期结构;一般情况则属非均匀腔链。

若已知 f_n 、 Q_n 、 k_{0n} 、 k_{1n} 和耦合器在腔链中的位置(序号 i)及其与输入波导的耦合度 β 等参量,则通过解耦合回路方程组,可求得耦合谐振腔链在工作模频带内的输入阻抗 $Z_{in}(F)$,并可推算出反射系数 $\Gamma(F)$ 或相应的驻波系数 $\rho(F)$ 等特性曲线。

通常,由 N 个单腔耦合形成的谐振腔链在工作模频带内存在 N 个色散谐振模

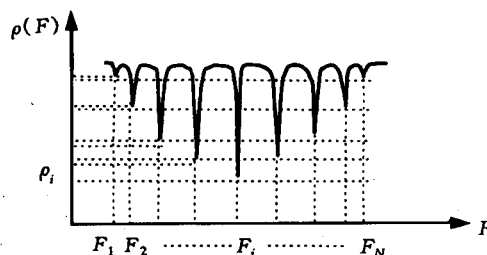


图3 耦合腔链输入波导通带特性 $\rho(F)$ 曲线

式(在无损无激条件下,则相应于本征模式).在图 3 所示的由实验测量或按已知腔链固有参量计算所得的 $\rho(F)$ 曲线中,存在 N 个相应值为 $(\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_N)$ 的极值点 (F_1, F_2, \dots, F_N) , 分别对应 N 个色散模谐振频率.

为论述方便起见,采用以下符号来表示各列数组:

$$\begin{aligned} \text{腔链固有参量: } \vec{f} &= (f_1, f_2, \dots, f_N); & \vec{Q} &= (Q_1, Q_2, \dots, Q_N); \\ & \vec{k}_0 &= (k_{01}, k_{02}, \dots, k_{0N-1}); & \vec{k}_1 &= (k_{11}, k_{12}, \dots, k_{1N-2}). \\ \text{腔链特性参量: } \vec{F} &= (F_1, F_2, \dots, F_N); & \vec{\rho} &= (\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_N). \end{aligned}$$

已知 $\vec{f}, \vec{Q}, \vec{k}_0$ 及 \vec{k}_1 等参量,通过耦合回路方程组可求解 \vec{F} 和 $\vec{\rho}$;反之,若实测得到腔链的特征信息 $\rho(F)_m, \vec{F}_m$ 和 $\vec{\rho}_m$, 也应可能推算 $\vec{f}, \vec{Q}, \vec{k}_0$ 及 \vec{k}_1 等腔链固有的参量,这在数学上则属代数特征值的反问题.这也正是探索不插入探针到耦合腔链中,而测量各单腔频率 \vec{f} 的基本原理.

由于代数特征值求逆的问题要涉及到求解非线性方程组,在数学上是相当困难的,通常只能采用数值迭代法求解.对于均匀的单周期或双周期结构,腔的参数变为各腔相等或隔腔相等,因此单周期仅具有 f_0, Q_0, k_0, k_1 , 双周期仅具有 $f_1, f_2, Q_1, Q_2, k_0, k_{11}, k_{12}$ 等数个固有参量.尤其是对于 Q 值较高的近于无损的系统,当组成腔链的腔数 N 多于固有参量数时,可通过实测 N 个色散频率 \vec{F}_m 后,直接利用最小二乘法拟合色散方程,求解腔链的单腔频率及耦合系数¹⁾.现探讨的模型更为一般,希望利用图(1)所示的系统,获取腔链的 $\rho(F)_m$ 曲线及 \vec{F}_m 和 $\vec{\rho}_m$ 等实测数据后,能求解各单腔频率 \vec{f} , 为此探讨了数值分析的理论和方法,编制了专门的软件.

3 算法说明

图 1 所示扫频系统测量的 $\rho(F)_m$ 的数据至少有 401 个点,若采用数值迭代法,寻求一组 $\vec{f}, \vec{Q}, \vec{k}_0, \vec{k}_1, \beta$ 参量,使解得的通带特性 $\rho(F, \vec{f}, \vec{Q}, \vec{k}_0, \vec{k}_1, \beta)$ 与之拟合,这将是一种运算量很大的数据处理过程.

为了简化数据处理过程,提高软件运行速度,根据实际研制加速管可行的条件,作如下假定:各单腔的次邻近耦合系数已知(通常近似为 0);品质因数可按腔形设计和模型测量确定,在调谐过程中变化不大, \vec{k}_1, \vec{Q} 在数据处理中可取为设定值,仅有 $\vec{f}, \vec{k}_0, \beta$ 等共包括 $2N$ 个参量待定.因此首先将问题转化为仅需迭代 $\vec{f}, \vec{k}_0, \beta$, 用求解本征值的方法计算 $\vec{F}_c = (F_{c1}, F_{c2}, \dots, F_{cN})$, 再求与其相应的 $\vec{\rho}_c = (\rho_{c1}, \rho_{c2}, \dots, \rho_{cN})$ 与实测的 \vec{F}_m 及 $\vec{\rho}_m$ 拟合.即转化为求误差函数 ε 极小化的问题. ε 定义如下(为便于与 \vec{F} 同时作数值处理,对 $\vec{\rho}$ 乘以了加权因子 w).

$$\varepsilon = \sum_{i=1}^N (F_{ci} - F_{mi})^2 + w \sum_{i=1}^N (\rho_{ci} - \rho_{mi})^2$$

1) S. O. Schriber, "Fitting of an Ordered Set of Model Frequencies" Master Thesis, Chalk River Nuclear Laboratories, 1970

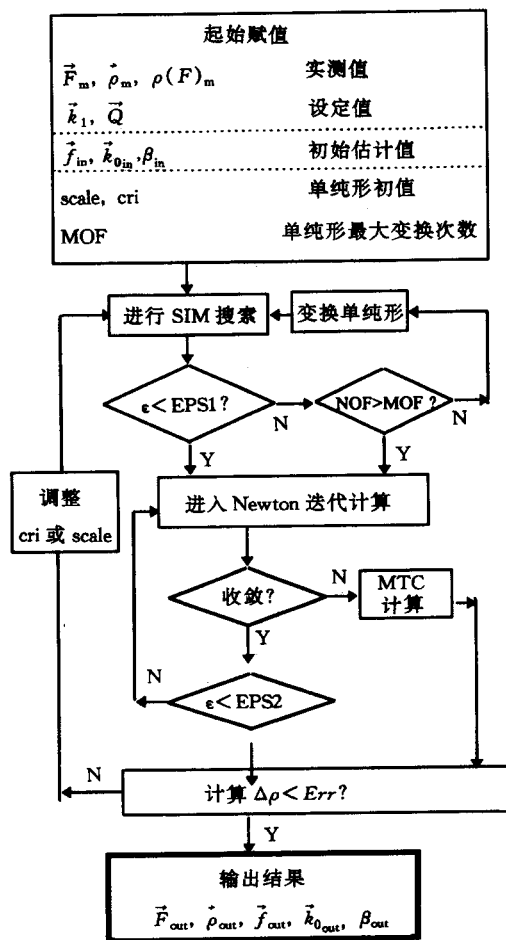


图4 数据处理框图

数值分析有很多方法可处理函数极小化的问题,本文选择了单纯形法 (Simplex)^[4]及牛顿法 (Newton method)^[5].

牛顿法是一种运算快,求解非线性方程组精度较高的数值迭代法,但对初值的估计要求较严;初值选择不当,则可能收敛到假峰,或迭代发散,导致计算失败. 对于此问题可建立如下的方程组:

$$\begin{cases} \bar{F}_c(\bar{f}, \bar{k}_0, \beta) - \bar{F}_m = 0 \\ \bar{\rho}_c(\bar{f}, \bar{k}_0, \beta) - \bar{\rho}_m = 0 \end{cases}$$

单纯形法 (SIM) 是属于一种直接寻查的数值求解法;在 n 维误差函数空间里,从开始设立的 $(n + 1)$ 个顶点构成的初始单纯形的范围中 ($scale$),进行优化搜索,选出并剔除误差函数最大点,并按设置的扩张及收缩系数 (cri),不断修正单纯形,向误差函数的极小点逼近. 单纯形法的优点是允许初值范围较宽,但其算法收敛较慢,且收敛程度受初始单纯形取值的影响也较大. 因此,先用单纯形法将初值收缩到较小的范围 ($e < EPS1$) 或达

到设定的最大变换次数 (MOF) 后, 再进入牛顿迭代运算. 这种结合使算法具有对初值要求宽、收敛快和精度高的优点. 此外, 对于运行中可能出现的牛顿迭代运算不收敛, 在软件中又辅加了蒙特卡洛法 (MTC), 配合进行数据处理.

根据实验数据的随机误差及 \vec{k}_1, \vec{Q} 的设置与实测的系统可能有的偏差大小, 可选取 ϵ 极小化的误差限 $EPS2$.

考虑到仅拟合实测的 \vec{F}_m 及 $\vec{\rho}_m$ 得到的解不是唯一的, 因此将满足 $\epsilon < EPS2$ 的解选出再进行拟合通带特性 $\rho(F)_m$. 经过修改单纯形的 $Scale$ 及系数 cri 的循环计算, 直到

$$\Delta\rho = \sum_{i=1}^{401} \left(\frac{\rho_i - \rho_{0i}}{\rho_{0i}} \right)^2 \text{ 小于设置的误差限 } Err \text{ 后, 输出最终结果. 计算全过程如图 4 所示.}$$

4 数值实验结果及讨论

首先用理论值检验了算法的自洽性, 先选定一组 $\vec{f}_T, \vec{k}_{OT}, \beta_T$, 利用正问题程序 ROU401 计算出一组 $\rho(F)_T, \vec{F}_T$ 和 $\vec{\rho}_T$, 来模拟 $\rho(F)_m, \vec{F}_m$ 和 $\vec{\rho}_m$, 通过逆问题程序 KFM401 迭代求出一组 $\vec{f}_c, \vec{k}_{oc}, \beta_c$, 来与 $\vec{f}_T, \vec{k}_{OT}, \beta_T$ 比较, 以检验算法的自洽性.

以 S -波段的 11 个腔组成的双周期驻波加速结构为例, 首先研究初始赋值对计算结果的影响, 这时考虑一个均匀腔链, 其固有参数为:

$f_i = 2998, k_{oi} = 0.0215, \beta = 15, Q_{2n-1} = 15000, Q_{2n} = 2000$ (若非特别说明本文中的频率单位均为 MHz); 若 f_{in} 在 2996—3002, k_{oin} 在 0.0195—0.0245, β_{in} 在 7—20 范围内随机变化, 求解的 $\vec{f}_c, \vec{k}_{oc}, \beta_c$ 与 $\vec{f}_T, \vec{k}_{OT}, \beta_T$ 比较, \vec{F}_c 的最大偏差为 2kHz; $\vec{\rho}_c$ 的最大相对误差为 1.0×10^{-4} ; \vec{f}_c 的最大误差为 100kHz; \vec{k}_{oc} 的最大相对误差为 4.0×10^{-4} .

再考虑一个非均匀腔链, 对此腔链在用 KFM401 迭代求解 $\vec{f}_c, \vec{k}_{oc}, \beta_c$ 时, 其初值按标准情况赋值, 即 $f_{in} = 2998, k_{oin} = 0.0215$. 计算的精度达到: \vec{F}_c 的最大偏差为 7kHz; $\vec{\rho}_c$ 的最大相对误差为 7.9×10^{-3} ; \vec{f}_c 的最大误差为 123kHz; \vec{k}_{oc} 的最大相对误差为 4.7×10^{-3} . 同时还做了其它一些数值实验, 计算结果与本例的精度大致相当, 这里不一一列出. 从这些数值实验的结果可以看出本算法是自洽的.

在检验了算法的自洽性以后, 又将其与实验测量值进行了比较, 以本实验室一根真实的 11 个腔的双周期 6MeV 加速管为例.

通过如图 (1) 所示的系统获得腔链的 $\rho(F)_m, \vec{F}_m$ 和 $\vec{\rho}_m$ 等实验数据, 将其输入到 KFM401 的输入文件中, 通过迭代求出一组 $\vec{f}_c, \vec{k}_{oc}, \beta_c$. 同时对于这根真实腔链, 还可以用在腔链中插入天线探针或短路活塞的方法测出腔链的 $\vec{f}_m, \vec{k}_{om}, \beta_m$, 来和 $\vec{f}_c, \vec{k}_{oc}, \beta_c$ 比较. 初始赋值情况是按标准腔链来赋值的. 计算结果表明 \vec{F}_m 与 \vec{F}_c 的最大偏差为 30kHz, \vec{f}_m 与 \vec{f}_c 最大误差 900kHz, \vec{k}_{om} 与 \vec{k}_{oc} 的最大相对误差为 0.022.

计算值与实验值的偏差部分原因是由于测量误差所致, 目前我们所测得的 \vec{F}_m 的精度为 10kHz, 这使得 \vec{f}_c 的误差约为几百 kHz. 若能提高测得的色散频率的精度 (如达到 1kHz), 则求得的 \vec{f}_c 的精度也能相应提高. 且在实际测量过程中, 测量探针的微扰和读数的误差等因素, 会造成测量数据有一定的误差. 这些因素造成的 \vec{f}_m 的误差大约有几百 kHz, \vec{k}_{om} 的相对误差大约为百分之几.

与实验值比较表明计算结果能达到实验测量的精度。

另外,在目前的程序中认为 \bar{Q} 及 k_1 是已知的,这会带计算带来误差,以后的工作计划把 \bar{Q} 及 k_1 都作为未知量,通过迭代来求出。目前在迭代中利用的约束条件有 \bar{F}_m 和 $\bar{\rho}_m$,而计算机采得的 401 个点上的 $\rho(F)_m$ 只是作为最后区别是否是最佳解的判据,如将 $\rho(F)_m$ 也作为迭代计算的约束条件,再加上 ROU401 程序计算出的每个色散频率的品质因数这个条件,应该可以求出 \bar{Q} 及 k_1 。若有矢量网络分析仪,还可以得到腔链的相位信息,这样就可以更全面地反映腔链的情况,从而比较全面的求解腔链各参量。

参 考 文 献

- [1] Habel E et al. Tuning of a Superconducting Accelerating Cavity under Operating Conditions. CERN/ FF/ RF81-5, 1981
- [2] Nagle D E et al. The Review of Scientific Instruments, 1967, 38(11):1583—1588
- [3] Yao Chongguo. Atomic Energy Science and Technology (in Chinese), 1986, 20(2):173—179
(姚充国. 原子能科学技术, 1986, 20(2):173—179)
- [4] Xu Shiliang. Numerical Collection in C (in Chinese). Beijing: Tsinghua University Press, 1994. 235—239
(徐士良. C 常用算法程序集. 北京: 清华大学出版社, 1994. 235—239)
- [5] Press W H et al. Numerical Recipes in C (Second Edition) (in Chinese). Beijing: Electronics Industry Press, 1995. 324—334
(Press W H 等, C 语言数值算法程序大全(第二版). 北京: 电子工业出版社 1995. 324—334)

Diagnosis of Individual Cell Frequencies in a Coupled Cavity Chain Without Introducing Objects Into the Cavity

Ni Yi Xiao Liling Tong Dechun Tian Bo
Jin Qingxiu Huang Yuanzhong

(Department of Engineering Physics, Tsinghua University, Beijing 100084)

Abstract In this paper, a new method that can diagnose the cell frequencies in a cavity without a perturbing probe is presented. The cell frequencies and couplings between cells are estimated in terms of the measured passband performance. This method will simplify the tuning processes and make the tuning of a sealed cavity possible. It has been well checked with some numerical examples.

Key words coupled cavity chain, resonant frequency, coupling factor