

# 内线粒子有限宽度对快速部分子穿过 QGP 时能量损失的影响\*

刘小飞 李家荣

(华中师范大学粒子物理研究所 武汉 430079)

**摘要** 应用反映了内线粒子有限宽度的有效传播子,在线性响应理论的框架下对快速部分子穿过 QGP 时因受到感应场的作用而导致的能量损失率进行了研究,得到数值结果并给予了合理的物理解释.

**关键词** 夸克胶子等离子体 线性响应 有限宽度效应

在文献 [1] 中, M. Ggulassy 等首先提出可以通过考察部分子喷注在核-核碰撞时生成的致密物质中的传播行为,来研究强子物质可能发生的相变<sup>[1]</sup>. 在这以后,一些作者对快速部分子穿过夸克胶子等离子体时的能量损失机制做了较深入的探讨<sup>[2-5]</sup>. 结果表明,快速部分子穿过夸克胶子等离子体时的能量损失是通过两个途径:快速部分子入射到 QGP 时,在 QGP 中感应出色电磁场的激发波,部分子受感应场的作用损失能量. 这一过程与等离子体的极化效应有关. 另外,入射部分子与等离子体成分粒子之间存在着次级碰撞,它会使人射粒子的能量由于韧致辐射而减小.

另一方面,温度场论的近期研究表明,胶子在 QGP 中传播时,QGP 中的集体效应除了会使得胶子具有质量外,也会使胶子因受到阻尼而导致其寿命是有限的. 在此基础上,文献 [6] 提出了能反映内线粒子有限宽度的胶子有效传播子. 而且具体研究表明,内线粒子的有限宽度对 QGP 的一系列性质都会带来影响<sup>[6-8]</sup>.

在这篇文章中,从 QGP 对外流的线性响应理论出发,用计及内线粒子有限宽度的有效微扰论对快速部分子通过 QGP 时因极化效应导致的能量损失作了进一步讨论.

为了研究快速部分子的能量损失,首先必须考察外流在 QGP 中引起的感应色场. 需要说明的是,虽然在 QGP 中激发的场包括色电场和色磁场,但在能量损失的计算中只需考察色电场的作用. 这是由于能量损失是用等离子体的阻止本领来描述,而色磁场对快速粒子的作用与其运动方向垂直,因此它对阻止本领无贡献<sup>[9]</sup>. 象通常所做的那样,将色电场处理为各种不同频率的单色傅立叶分量场的组合.

1997-11-20收稿, 1998-01-08收修改稿

\* 国家自然科学基金资助

由 QGP 中的场方程出发, 容易得到 QGP 对外源的线性响应关系为<sup>[5]</sup>

$$\left[ \epsilon_{ij} - \frac{k^2}{\omega^2} \left( \delta_{ij} - \frac{k_i k_j}{k^2} \right) \right] E_{j\text{总}}^a = \frac{1}{i\omega} j_{i\text{外}}^a(\omega, \mathbf{k}). \quad (1)$$

上式中的  $\epsilon_{ij}(\omega, \mathbf{k})$  是色介电张量, 它决定了等离子体的色介电性质. 对于均匀等离子体, 介电张量可分解为两个分量

$$\epsilon_{ij} = \epsilon_L(\omega, \mathbf{k}) \frac{k^i k^j}{k^2} + \epsilon_T(\omega, \mathbf{k}) \left( \delta^{ij} - \frac{k^i k^j}{k^2} \right), \quad (2)$$

其中  $k = |\mathbf{k}|$ , 标量函数  $\epsilon_T(\omega, \mathbf{k})$ ,  $\epsilon_L(\omega, \mathbf{k})$  分别为横向与纵向介电函数.

在这里, 外流是快速分子在 QGP 中运动形成的, 其形式为

$$q^a \mathbf{v} \delta(\omega - \mathbf{v} \cdot \mathbf{k}), \quad (3)$$

式中  $q^a$  为色荷,  $\mathbf{v}$  为部分子速度. 根据等离子体理论, 只有粒子的速度接近波场的相速度  $\omega/k$  时, 粒子和波才能交换能量, 因而外流中出现了相应的  $\delta$  函数.

进一步由方程 (1) 和 (3) 式得总场表达式为

$$i\omega E_{j\text{总}}^a(\omega, \mathbf{k}) = 4\pi \left[ \epsilon_{ij}^{-1} - \frac{\omega^2}{k^2} \left( \delta_{ij} - \frac{k_i k_j}{k^2} \right) \right] (2\pi q^a \mathbf{v} \delta(\omega - \mathbf{v} \cdot \mathbf{k}))_i. \quad (4)$$

运用傅立叶变换

$$E(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{(2\pi)^4} \int d^3\mathbf{k} d\omega E(\omega, \mathbf{k}) e^{-i\omega t + i\mathbf{v} \cdot \mathbf{k}t}, \quad (5)$$

解出总场:

$$\begin{aligned} E_{\text{总}}^a(\mathbf{x}, t) = & -\frac{i q^a}{2\pi^2} \int d\omega \int d^3\mathbf{k} \frac{1}{k^2 \omega} \left\{ \epsilon_L^{-1}(\mathbf{v} \cdot \mathbf{k}) \mathbf{k} + [k^2 \mathbf{v} - \right. \\ & \left. (\mathbf{v} \cdot \mathbf{k}) \mathbf{k}] \left[ \left( \epsilon_T - \frac{k^2}{\omega^2} \right)^{-1} \right] \right\} \delta(\omega - \mathbf{v} \cdot \mathbf{k}) \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} - i\omega t). \end{aligned} \quad (6)$$

从总场中除去外源自身产生的场, 求得感应场为,

$$\begin{aligned} E_{\text{感}}^a(\mathbf{x}, t) = & \frac{i q^a}{2\pi^2} \int d\omega \int d^3\mathbf{k} \frac{1}{k^2 \omega} \left\{ [\epsilon_L^{-1} - 1] (\mathbf{v} \cdot \mathbf{k}) \mathbf{k} + [k^2 \mathbf{v} - (\mathbf{v} \cdot \mathbf{k}) \mathbf{k}] \right. \\ & \left. \left[ \left( \epsilon_T - \frac{k^2}{\omega^2} \right)^{-1} - \left( 1 - \frac{k^2}{\omega^2} \right)^{-1} \right] \right\} \delta(\omega - \mathbf{v} \cdot \mathbf{k}) \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} - i\omega t). \end{aligned} \quad (7)$$

另外, 由等离子体理论给出的能量损失率与感应场的关系为<sup>[5]</sup>

$$\frac{dE}{dx} = q^a \frac{v}{v} \cdot \text{Re} E^a(x = vt, t), \quad (8)$$

其中  $q^a$  满足  $q^a q^a = C_f \alpha_s$ ,  $C_f$  是  $SU(3)$  基础表示的卡斯米尔不变量 (对高能胶子要用伴随表示的卡斯米尔不变量  $C = 3$ ).  $\alpha_s = g^2 / 4\pi$  为耦合常数.

将 (7) 式代入 (8) 式, 完成对  $\omega$  积分后得到:

$$\frac{dE}{dx} = -\frac{C_f g^2}{8\pi^3 v} \int d^3k \left\{ \frac{\omega}{k^2} [\text{Im} \epsilon_L^{-1} + (v^2 k^2 - \omega^2) \text{Im}(\omega^2 \epsilon_T - k^2)^{-1}] \right\}_{\omega = v \cdot k}. \quad (9)$$

其中色介电张量与极化张量  $\Pi$  两分量之间有如下关系:

$$\epsilon_L(\omega, k) = 1 - \frac{\Pi_L(\omega, k)}{k^2}, \quad (10)$$

$$\epsilon_T(\omega, k) = 1 + \frac{\Pi_T(\omega, k)}{\omega^2}. \quad (11)$$

式中  $\Pi_L$  和  $\Pi_T$  分别为极化张量  $\Pi$  的纵向与横向分量.

由 (10)、(11) 式, 进一步容易得到:

$$\text{Im} \epsilon_L^{-1} = k^2 \text{Im} \frac{1}{k^2 - \Pi_L}, \quad (12)$$

$$\text{Im}(\omega^2 \epsilon_T - k^2)^{-1} = \text{Im} \frac{1}{\omega^2 - k^2 + \Pi_T}. \quad (13)$$

九十年代以来有限温度场论在研究 QGP 方面的重要发展, 就是 Pisarski 提出了基于硬热圈重求和的有效微扰论. 根据有效微扰论, 胶子在 QGP 中的有效传播子为 (取  $\xi = 1$  规范)<sup>[5, 10]</sup>

$$G_{\mu\nu}(k) = A_{\mu\nu} \Delta_T(k) + B_{\mu\nu} \Delta_L(k), \quad (14)$$

上式中

$$\Delta_L = 1 / (k^2 - \Pi_L), \quad (15)$$

$$\Delta_T = 1 / (k^2 - \omega^2 - \Pi_T), \quad (16)$$

其中  $\Pi_{L(T)}$  应包括硬热圈重求和的贡献<sup>[9]</sup>,  $A_{\mu\nu}$  和  $B_{\mu\nu}$  为相应的投影张量. 这样 (12)、(13) 式可写成

$$\text{Im} \epsilon_L^{-1} = k^2 \text{Im} \Delta_L, \quad (17)$$

$$\text{Im}(\omega^2 \epsilon_T - k^2)^{-1} = -\text{Im} \Delta_T. \quad (18)$$

在文献 [6—8] 中指出, 胶子在 QGP 中传播时, 由于集体效应, 不仅会获得质量<sup>[11]</sup>, 而且会受到阻尼, 从而使其有一定的寿命. 换言之, 其内线粒子的宽度是有限的, 存在着衰减, 并且粒子的衰减率应由自治型方程  $\gamma = f(\gamma)$  来决定<sup>[7]</sup>. 综合考虑这两种因素, 传播子应写成

$$\Delta_L = \frac{1}{-(-i\gamma_L)^2 + k^2 - \text{Re}\Pi_L}, \quad (19)$$

$$\Delta_T = \frac{1}{-(\omega - i\gamma_T)^2 + k^2 - \text{Re}\Pi_T + \gamma_T^2}, \quad (20)$$

其中  $\gamma_L$ ,  $\gamma_T$  分别为纵向胶子和横胶子的衰减率, 由对胶子自能虚部重求和给出<sup>[7]</sup>. 在通常的计算中,  $\gamma_L$  取为  $0.73\alpha_s T$ ,  $\gamma_T$  取为  $g^2 N_c T(1 - \ln\alpha_s) / 8\pi$ .

将 (19)、(20) 分别代入 (17)、(18) 式得到

$$\text{Im}\epsilon_L^{-1} = k^2 \text{Im} \frac{1}{-(i\gamma_L)^2 + k^2 - \text{Re}\Pi_L}, \quad (21)$$

$$\text{Im}(\omega^2 \epsilon_T - k^2)^{-1} = \text{Im} \frac{1}{(\omega - i\gamma_T)^2 - k^2 + \text{Re}\Pi_T}. \quad (22)$$

上面两式即计及了内线粒子有限宽度后的介电张量与极化张量两分量之间的关系式.

将 (21)、(22) 式代入 (9) 即可得能量损失率的表达式,

$$\begin{aligned} \frac{dE}{dx} = & -\frac{C_f g^2}{8\pi^3 v} \int d^3\mathbf{k} \left\{ \frac{\omega}{k^2} \left[ k^2 \text{Im} \frac{1}{-(i\gamma_L)^2 + k^2 - \text{Re}\Pi_L} + \right. \right. \\ & \left. \left. (v^2 k^2 - \omega^2) \text{Im} \frac{1}{(\omega - i\gamma_T)^2 - k^2 + \text{Re}\Pi_T} \right] \right\}_{\omega = \mathbf{v} \cdot \mathbf{k}} = \\ & \frac{C_f g^2}{8\pi^3 v} \int d^3\mathbf{k} \left\{ \frac{\omega}{k^2} \left[ k^2 \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \text{Im} \frac{1}{-(i\gamma_L)^2 + k^2 - \text{Re}\Pi_L + i\epsilon} + \right. \right. \\ & \left. \left. (v^2 k^2 - \omega^2) \text{Im} \frac{1}{(\omega - i\gamma_T)^2 - k^2 + \text{Re}\Pi_T} \right] \right\}_{\omega = \mathbf{v} \cdot \mathbf{k}} = \\ & -\frac{C_f g^2}{8\pi^3 v} \int d^3\mathbf{k} \left\{ \frac{\omega}{k^2} \left[ k^2 \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{\epsilon}{[\gamma_L^2 + k^2 - \text{Re}\Pi_L]^2 + \epsilon^2} + \right. \right. \\ & \left. \left. (v^2 k^2 - \omega^2) \text{Im} \frac{1}{(\omega - i\gamma_T)^2 - k^2 + \text{Re}\Pi_T} \right] \right\}_{\omega = \mathbf{v} \cdot \mathbf{k}}. \quad (23) \end{aligned}$$

利用

$$\pi\delta(x) = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{\epsilon}{x^2 + \epsilon^2}, \quad (24)$$

且令  $x = \cos(\theta)$ , 则 (23) 式进一步化为:

$$\begin{aligned} \frac{dE}{dx} = \frac{C_f g^2}{8\pi^2 v} & \left[ \int_0^1 dx \frac{\pi x (\text{Re}\Pi_L - \gamma_L^2)}{2} + \right. \\ & \left. \int_0^1 dx \int_0^p dk \frac{\frac{4\gamma_T^2 x^2}{1-x^2}}{[k^2(x^2-1) - \gamma_T^2 + \text{Re}\Pi_T]^2 + 4\gamma_T^2 x^2 k^2} \right], \quad (25) \end{aligned}$$

对  $k$  积分, 可得

$$\begin{aligned} \frac{dE}{dx} = \frac{C_f g^2}{8\pi^2 v} & \left[ \int_0^1 dx \frac{\pi x (\text{Re}\Pi_L - \gamma_L^2)}{2} + \right. \\ & \left. \int_0^1 dx \frac{2\gamma_T^2 x^2}{(1-x^2)^3(c-d)} \left[ \frac{1}{\sqrt{c}} \ln \left| \frac{P-\sqrt{c}}{P+\sqrt{c}} \right| - \frac{1}{\sqrt{d}} \ln \left| \frac{P-\sqrt{d}}{P+\sqrt{d}} \right| \right] \right], \quad (26) \end{aligned}$$

其中  $c, d$  由下式决定,

$$c + d = -\frac{2(-\gamma_T^2 + \text{Re}\Pi_T)}{x^2 - 1} + \frac{4\gamma_T^2 x^2}{(x^2 - 1)^2}, \quad (27)$$

$$c \cdot d = \frac{(-\gamma_T^2 + \text{Re}\Pi_T)^2}{(x^2 - 1)^2} \quad (28)$$

硬热圈实部可近似取高温极限下的值, 它们均为  $x$  的函数,

$$\begin{aligned} \text{Re}\Pi_L = -3m_g^2 & \left[ 1 - \frac{\omega}{2k} \ln \left| \frac{\omega+k}{\omega-k} \right| \right] = \\ & -3m_g^2 \left[ 1 - \frac{x}{2} \ln \left| \frac{1+x}{1-x} \right| \right], \quad (29) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Re}\Pi_T = -\frac{3}{2} m_g^2 \frac{\omega^2}{k^2} & \left[ 1 - \left( 1 - \frac{k^2}{\omega^2} \frac{\omega}{2k} \ln \left| \frac{\omega+k}{\omega-k} \right| \right) \right] = \\ & -\frac{3}{2} m_g^2 x^2 \left[ 1 - \left( 1 - \frac{1}{x^2} \frac{x}{2} \ln \left| \frac{1+x}{1-x} \right| \right) \right], \quad (30) \end{aligned}$$

温度取为  $0.25\text{GeV}^{[5]}$ , 耦合常数  $\alpha_s = g^2/4\pi$  取为 0.2.  $m_g$  为胶子有效质量,  $m_g^2 = g^2 T^2(1 + N_f/6)/3$ .

至于方程 (26) 中的角度积分, 可以运用数值方法求解. 最后得到快速轻夸克 ( $v \rightarrow 1$ )

的能量损失率如图(1)所示.

计算结果表明,在传播子中考虑内线粒子有限宽度效应后的能量损失率比未考虑时小,以快速部分子(夸克)的入射动量为 20GeV 时的情况为例,不考虑时的能量损失率为 0.22GeV/fm,考虑后的能量损失率为 0.18GeV/fm. 这样,由于这一效应,快速部分子(夸克)经过 1fm 距离的能量损失减少了相当可观的值 40MeV. 由此看来,在快速部分子穿过 QGP 的能量损失率的计算中考虑其影响是必要的.

对内线粒子有限宽度效应使部分子的能量损失率变小这一结果的物理解释

是: QGP 中的集体效应导致其中的激发波衰减,减小了快速部分子在穿过 QGP 时所受到的激发波色场的作用,进而降低了快速部分子穿过热密介质 QGP 的能量损失率. 另外,如果不考虑内线粒子的有限宽度效应,从(26)式可以发现,横向部分贡献相对于纵向部分可以忽略不计,此结论与文献 [12] 一致.

顺便需要说明的是, QGP 介电函数与胶子自能紧密联系,而在由重求和传播子给出的胶子自能中计入了不可忽略的高阶图,包含了非线性的胶子-胶子耦合的贡献. 这样,决定介质对外源线性响应性质的介电函数中存在非线性项. 因此,虽然 QGP 线性响应方程形式是类阿贝尔的,但一部分非阿贝尔效应仍考虑在其中了.

最后需要指出的是,本文仅对部分子(以夸克为例)因受感应场的阻尼而导致的能量损失进行了讨论. 至于如何用 Pisarski 重求和方法处理快速部分子的辐射能量损失,现在仍然是一个尚待解决的问题<sup>[4]</sup>. 由于内线粒子的有限宽度效应会影响粒子相互作用率<sup>[8]</sup>,可以预料,在辐射能量的计算中考虑内线粒子有限宽度效应也是必要的.

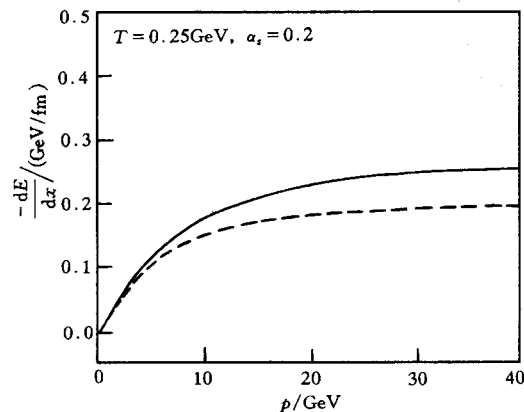


图1

实线表示未计及有限宽度效应时的情况;  
虚线为考虑了有限宽度效应后的曲线.

## 参 考 文 献

- [1] Gyulassy M, Plümer M. Phys. Lett., 1990, **B243**:432
- [2] Braaten E, Thoma M H. Phys. Rev., 1991, **D44**:2625
- [3] Müller B. Rep. Prog. Phys., 1995, **58**:611
- [4] Vija H, Thoma M H. Phys. Lett., 1995, **B342**:212
- [5] Thoma M H, Gyulassy M. Nucl. Phys., 1991, **B351**:491
- [6] Hou Defu, Li Jiarong, Z. Phys., 1996, **C71**:503
- [7] Hou Defu, Li jiarong, Science in China, 1996, **A26**:630
- [8] Hou Defu, Li jiarong, Phys. Rev., 1996, **D54**: 7634; Nucl. Phys., 1997, **A618**:371
- [9] Setsuo Ichimaru, Statistical Plasma Physics, Addison-Wesley Pub, 1992
- [10] Pisarski R D. Physica., 1989, **A158**:146
- [11] Hou Defu, Li Jiarong. High Energy Phys. and Nucl. Phys. (in chinese), 1996, **20**:533  
(侯德富, 李家荣. 高能物理与核物理, 1996, **20**:533)

---

[12] Stanislaw Mrowczynski, Phys. Lett., 1991, **B269**:383

## **Effect of the Internal Line Particle's Finite Width on the Energy Loss of a Fast Moving Parton Penetrating Through QGP\***

Liu Xiaofei    Li Jiarong

*(Institute of Particle Physics, Huazhong Normal University, Wuhan 430079)*

**Abstract** Within the framework of linear response theory, we use the effective propagator including the internal line particle's finite width to study the energy loss rate of a fast moving parton's caused by the inducive field when it penetrates throught QGP, A reasonable interpretation to the numerical result is provided.

**Key words** quark-gluon plasma, linear response, finite width effect

---

Received 20 November 1997, Revised 8 January 1998

\* Supported by the Natinal Natural Science Foundation of China