

# 奇 $A$ Tm 同位素链及 [411 1/2] 带 退耦参数性质的研究\*

董保国 沈彩万 陈永寿

(中国原子能科学研究院 北京 102413)

1996-09-17 收稿

## 摘要

用准粒子组态相关的宏观-微观推转模型计算了奇  $A$  核  $^{157-173}\text{Tm}$  同位素链的基态、低激发态形变以及这些核的 [411 1/2] 奇质子带的退耦参数，并与实验结果进行了比较。着重分析了  $\gamma$  形变对奇  $A$  Tm 同位素链的退耦参数的影响，进而指出  $^{157}\text{Tm}$  的退耦参数异常可能是由于带相互作用引起的。讨论了退耦参数对 Nilsson 参数和形变参数的敏感程度。

**关键词** 退耦参数，惯性参数，核形变。

## 1 引言

$^{157}\text{Tm}$  处于相应同位素链中核形状变化的过渡区，其退耦参数  $a$  与相应同位素链中的邻近奇  $A$  核的  $a$  值相差很大，因而成为感兴趣的问题<sup>[1]</sup>。C. Ekstrom 等人<sup>[2]</sup>用在线原子束磁共振方法首先测定出  $^{157}\text{Tm}$  基态自旋是  $1/2$ 。之后 G. D. Alkrazov 等人<sup>[3]</sup>用共振电离谱学方法对 Tm 同位素链从  $A = 157-172$  核的基态性质进行了系统地实验研究，由测出的核电磁矩及平均电荷半径，给出了核形变在  $N > 94$  时的强形变区到  $N = 88$  附近的过渡区时呈平滑减小趋势，以及  $^{157}\text{Tm}$  四极形变参数均方根  $\langle \beta^2 \rangle^{1/2} = 0.21$  的结论。徐树威等人<sup>[4]</sup>用衰变  $\gamma$  谱学方法首次测定了  $^{157}\text{Tm}$  的低激发态能级，并认为其基态形变是轴对称的。最近钟纪泉等人<sup>[1]</sup>对  $A = 150$  核区中奇质子核的低激发转动带特性进行了系统地分析。他们用绝热近似的二参数公式，由实验上测得的奇  $A$  核低激发态能级的前 3 条能级提取了退耦参数  $a$  及惯性参数  $\hbar^2/2J$ ，得到一致结果，即  $^{157}\text{Tm}$  的退耦参数  $a$  对其同位素链的系统值偏离很大，并认为这是由于核的三轴形变导致的。本文将从微观的角度进行研究，先计算 Tm 同位素核的质子 [411 1/2] 态形变（包括三轴形变），再进而计算这些核的转动带的退耦参数，并同实验进行系统的比较，对  $^{157}\text{Tm}$  异常及其可能的机

\* 国家自然科学基金和核工业科学基金资助。

制进行讨论。

## 2 Tm 核的低激发态形变

组态相关宏观-微观推转模型是在核结构计算中被广泛采用并且已经证明是非常成功的一个模型<sup>[5-7]</sup>。假定非球形核以角速度  $\omega$  绕垂直于对称轴的轴(如  $x$  轴)旋转, 那么, 在转动系中的对应于组态  $\mu$  的总能量可以计算为

$$E^{\mu}(\epsilon_2, \gamma, \epsilon_4; \omega) = E_{\text{rid}}(\epsilon_2, \gamma, \epsilon_4; \omega) + E_{\text{corr}}(\epsilon_2, \gamma, \epsilon_4; \omega = 0) + \sum_{i \in \mu} e_i(\epsilon_2, \gamma, \epsilon_4; \omega), \quad (1)$$

式中,  $E_{\text{rid}}$  是液滴能和转动能的和,  $E_{\text{corr}}$  是对能量的量子效应修正, 即包括壳修正<sup>[8]</sup>和对修正<sup>[9]</sup>。(1)式右边最后一项是属于组态  $\mu$  的准粒子激发能量的和, 它可以产生形变驱动。根据推转模型计算, 对力能穴  $\Delta = 0.9\Delta_{\text{o.e.}}$ ,  $\Delta_{\text{o.e.}}$  由奇-偶质量差得到。同时研究表明, 适当改变  $\epsilon_4$  和  $\Delta$  取值对本问题的计算结果影响不大。对给定的  $\epsilon_4$ , 由(1)式给出的是转动系中的总能量作为  $\epsilon_2$  和  $\gamma$  的函数, 通常称为 TRS(Total routhian surface)。本文计算采用 Nilsson 势, 势参数取自文献[10]。

表1  $^{157}\text{Tm}$  核 [411 1/2] 带态形变随  $\omega(\hbar\omega_0=7.6\text{MeV})$  的变化

$\omega$	0.000	0.005	0.010	0.015	0.020	0.025	0.030	0.035
$\epsilon_2$	0.167	0.166	0.166	0.167	0.169	0.169	0.170	0.176
$\gamma(^{\circ})$	-0.98	-1.11	-0.81	-1.44	-1.77	-3.28	-3.43	-0.09

对  $^{157}\text{Tm}$  核做了三维自治计算, 即平衡形变由总势能对  $\epsilon_2$ 、 $\gamma$  和  $\epsilon_4$  取极小值来确定。计算结果表明,  $^{157}\text{Tm}$  核 [411 1 / 2] 带态的十六极形变  $\epsilon_4 = -0.006$ , 四极形变  $\epsilon_2$  和  $\gamma$  随转动频率  $\omega$  的变化见表 1。由表 1 可见, 该核基本上是轴对称的, 即  $\gamma$  值在  $0^{\circ}$  附近。应该提及的是, 文献[1] 认为  $^{157}\text{Tm}$  基态带退耦参数异常是由于三轴形变导致的, 这是一个合理的推测, 但并没有进行三轴形变的计算。本文计算表明, 该核基态并不是三轴形变的,

表2 奇  $A$  Tm 同位素核 [411 1/2] 带态在  $\omega=0.02\hbar\omega_0$  时的计算形变和退耦参数

Tm	157	159	161	163	165	167	169	171	173
$\epsilon_2$	0.169	0.194	0.224	0.247	0.264	0.275	0.283	0.300	0.281
$\gamma(^{\circ})$	-1.77	0.92	-0.57	-1.58	-2.19	1.73	1.92	-0.20	0.84
$A$	43.	22.1	17.0	15.3	13.7	12.4	12.4	12.0	12.0
$A_0$	58.53	36.25	24.30	18.79	16.15	14.02	13.67	13.17	12.74
$a_{\text{cal}}$	-1.042	-0.973	-0.938	-0.930	-0.933	-0.944	-0.961	-0.967	-1.005
$a_{\text{cal}}'$	-0.77	-0.59	-0.66	-0.76	-0.79	-0.84	-0.87	-0.88	-0.95
$a_{\text{exp}}$	0.00	-0.59	-0.69	-0.71	-0.72	-0.72	-0.77	-0.86	-0.93

$\epsilon_2$ 、 $\gamma$ 、 $A_0$ 、 $a_{\text{cal}}$ 、 $a_{\text{cal}}'$  分别是形变参数, 核实惯性参数, 考虑附加因子前后退耦参数的计算值。 $A$  和  $a_{\text{exp}}$  分别是相应的实验值。

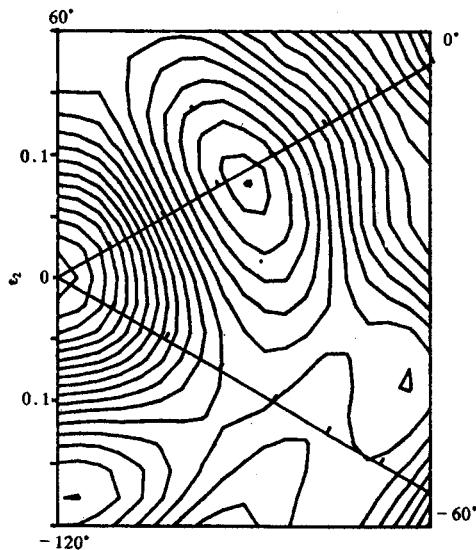


图 1  $^{157}\text{Tm}$  核  $[411\ 1/2]$  带态在  $\omega = 0.03\hbar\omega_0$  的 TRS

\* 为极小点, 与其相邻的等高线高为  $-0.6\text{MeV}$ ,  
等高线间隔为  $0.2\text{MeV}$ .

因此其退耦参数异常的机制可能更复杂一些。

由图 1 可见, 在  $\epsilon_2 = 0.170$ ,  $\gamma = -3.4^\circ$  处存在一个极小点, 它给出了核的平衡形变。从图中极小点附近等势面曲线所呈现出的向  $\gamma$  形变方向拉长的图象可见,  $^{157}\text{Tm}$  核基态对  $\gamma$  形变相当软, 在势能变化  $\Delta E = 0.5\text{MeV}$  情况下, 三轴形变变化范围有  $\Delta\gamma = \pm 30^\circ$  之多。我们将在后面讨论这个特点对退耦参数的可能影响。

在通常的 TRS 计算中, 十六极形变  $\epsilon_4$  取常数值。本文对  $^{159-173}\text{Tm}$  奇  $A$  同位素核的计算,  $\epsilon_4$  取自文献 [11]。由表 2 计算结果可见, Tm 同位素核的  $\epsilon_2$  形变随中子数增加而增加, 而  $\gamma$  形变在  $0^\circ$  附近, 即这些核的形状基本上是轴对称的。检验性计算结果还表明, 当  $\epsilon_4$  取其它合理的值时,  $\epsilon_2$  和  $\gamma$  的值变化不大。

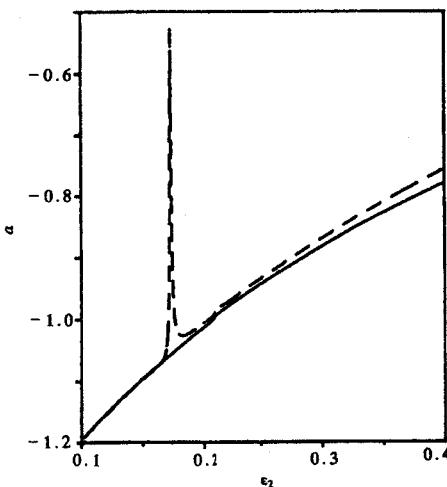


图 2  $[411\ 1/2]$  质子带的退耦参数  $a$  与四极形变参数  $\epsilon_2$  的关系曲线

实线为  $\gamma = 0^\circ$ , 虚线为  $\gamma = 3^\circ$ 。

### 3 $[411\ 1/2]$ 质子带的退耦参数

根据粒子-转子模型<sup>[12]</sup>, 在只考虑核的轴对称形变及绝热近似的情况下, 核的转动能  $E_{\text{rot}}$  可以表示为

$$E_{\text{rot}} = \frac{\hbar^2}{2J_0} [I(I+1) + a(-1)^{I+1/2} \left( I + \frac{1}{2} \right) \delta \left( K, \frac{1}{2} \right) + \langle K | j_1^2 + j_2^2 - j_3^2 | K \rangle], \quad (2)$$

式中  $J_0$  为偶-偶核的转动惯量,  $I$  为总角动量,  $a$  是退耦参数。最后一项是反冲能, 它只依赖于内部变量, 故而对同一转动带它是个常量。借助于式(2), 可以通过拟合一个  $K = 1/2$  的转动带的能级来确定该转动带的退耦参数  $a$  和奇  $A$  核偶-偶核的惯性参数

$A_0 \equiv \hbar^2 / 2J_0$ . 忽略  $A_0$  与奇  $A$  核惯性参数  $A$  之间的差别, 退耦参数  $a$  可以用  $K = 1/2$  内禀波函数  $|v\rangle$  由下式<sup>[12]</sup>计算:

$$a = -\langle v | j_+ | \bar{v} \rangle = \sum_{Nlj} (-1)^{j-1/2} \left( j + \frac{1}{2} \right) \langle Nlj, \Omega = \frac{1}{2} | v \rangle^2, \quad (3)$$

这里  $|\bar{v}\rangle$  是  $|v\rangle$  的时间反演态. 单粒子角动量算符  $j_+ = j_x + i j_y$ , 而  $|Nlj\Omega\rangle$  为球形基矢.

$a$  的表达式(3)假定了  $K = 1/2$  带的惯性参数  $A$  与偶-偶核实惯性参数  $A_0$  相同. 当  $A$  与  $A_0$  不同时,  $a$  的理论值将包含一个附加修正因子  $A_0 / A$ <sup>[12]</sup>. 核实的惯性参数  $A_0$  是与奇  $A$  核相邻偶-偶核基态带惯性参数的平均值. 由表 2 中的数值可见, 对于<sup>159-173</sup>Tm 同位素核, 退耦参数理论计算值  $a_{cal}$  很好地与实验值相符合, 而对<sup>157</sup>Tm 核, 理论与实验相差很大. 这意味着, <sup>157</sup>Tm 退耦参数异常是很大的, 它远远地偏离了系统理论计算值. 本文将在随后对这一异常进行讨论.

#### 4 $\gamma$ 形变对 Tm 退耦参数的影响

如果奇  $A$  核具有三轴形变, 即  $\gamma \neq 0^\circ$ , 那么相当于退耦参数的量是一个矩阵(关于退耦矩阵, 可参看文献[12]). 为了研究  $\gamma$  形变的影响并便于与由(2)式提取的退耦参数实验值进行比较, 本文假定: 对于较小  $\gamma$  形变的情况, 退耦参数仍用(3)式计算. 若把波函数的非  $\Omega = 1/2$  基的分量的平方和除以所有分量的平方和作为相对误差, 实际计算表明, 该假定引入的相对误差很小. 如  $\gamma = 5^\circ$  时, 相对误差在  $\epsilon_2 = 0.2$  时为 2%, 0.4 时为 7%. 另外, 这时的内禀单粒子态  $|v\rangle$  不再是轴对称时的  $K = 1/2$  纯态, 而是不同  $K$  的混合态, 这是因为核实的  $\gamma$  形变使  $K$  不再是好量子数.

由图 2 可以看出, 当  $\gamma = 0^\circ$  时,  $a$  随  $\epsilon_2$  的增加而光滑地增加. 当有很小的三轴形变如  $\gamma = 3^\circ$  时, 在绝大部分  $\epsilon_2$  范围内,  $a$  值与  $\gamma = 0^\circ$  时的  $a$  值几乎相同, 但是在  $\epsilon_2 \sim 0.170$  处有一个奇点, 即  $a$  值向零的方向突然增加. 对 [411 1/2] 态波函数的分析表明,  $a$  值的这个奇点主要是由于 [411 1/2] 与 [402 5/2] 轨道的相互作用引起的. 这两条 Nilsson 能级在  $\epsilon_2 \sim 0.170$  附近很靠近, 当  $\gamma = 0^\circ$  时, 它们完全相互交叉, 即没有相互作用, 各自的内部波函数没有改变. 当核有一个小的  $\gamma$  形变时, 由于在  $\epsilon_2 \sim 0.170$  处能量上的靠近, 这两个单粒子态可以发生相当强的作用, 能级不再完全交叉, 而是相互排斥; 它们的波函数发生了较强的  $K$  混合. 在  $\epsilon_2 \sim 0.170$  附近, [411 1/2] 态波函数中的  $\Omega = 1/2$  分量很小, 而  $\Omega = 5/2$  分量很大, 可以说此时用 [411 1/2] 来标记此态已不合适. 波函数的  $\Omega = 1/2$  分量变得很小, 由(3)式计算的退耦参数  $a$  就向零值接近.

在小  $\gamma$  形变情况下, [411 1/2] 和 [402 5/2] 轨道间的相互作用只发生在  $\epsilon_2 \sim 0.170$  处的一个很小的  $\Delta \epsilon_2$  变化范围内. 从表 2 中 Tm 同位素核的形变  $\epsilon_2$  和  $\gamma$  值可见, 对<sup>159-173</sup>Tm 奇  $A$  核 [411 1/2] 带态, 这种  $K$  混合相互作用是不可能发生的. 这是因为, 首先这些核的  $\epsilon_2$  值比较大, 远离了相互作用区; 其次它们的  $\gamma$  形变接近于零, 而且从势能面 TRS 可知其  $\gamma$  形变硬. 因此, <sup>159-173</sup>Tm 奇  $A$  同位素核 [411 1/2] 带是相当纯的  $K = 1/2$  带, 其退耦参数  $a$  值为  $-0.6$ — $-0.9$ .

对 $^{157}\text{Tm}$ 核形变虽然也基本上是轴对称的, 即 $\gamma \sim 0^\circ$ , 但是 $\epsilon_2$ 形变正好在上述 $\epsilon_2 \sim 0.170$ 临界值附近, 有可能发生[411 1 / 2]带与[402 5 / 2]带间的相互作用而导致K混合。从图1势能面可见, 该核是 $\gamma$ 较软核, 此种 $\gamma$ 导致的K混合更有可能发生。从表1还可见, 当转动频率 $\omega = 0.03\hbar\omega_0$ 时,  $^{157}\text{Tm}$ 核的形变有 $\gamma = -3.4^\circ$ (对 $a$ 值计算,  $\gamma$ 的正、负号无关), 而 $\epsilon_2 = 0.170$ , 正好在临界值处。所以,  $^{157}\text{Tm}$ 核[411 1 / 2]带(这里暂不管称它为[411 1 / 2]带是否合适)的退耦参数异常有可能是由小 $\gamma$ 形变导致[411 1 / 2]带与[402 5 / 2]带的相互作用引起的。计算表明, 对 $^{159-173}\text{Tm}$ 奇A核, 基态带是[411 1 / 2], 而 $^{157}\text{Tm}$ 核的基态带是[402 5 / 2], 即它的能量实际上比[411 1 / 2]态的能量要稍低一点。从上述这些理论计算结果和分析可见, 对 $^{157}\text{Tm}$ 核的进一步实验工作, 例如有关形变的测量, [411 1 / 2]带性质的测量和[402 5 / 2]带的寻找等都是必要的。

## 5 结 论

用组态相关宏观-微观推转模型对 $^{157}\text{Tm}$ 核做了三维自治计算, 对 $^{159-173}\text{Tm}$ 同位素核, 在取定 $\epsilon_4$ 值时进行了二维自治计算, 计算结果表明, Tm同位素核的 $\epsilon_2$ 形变随中子数增加而增加, 而 $\gamma$ 形变在 $0^\circ$ 附近, 即这些核的形状基本上是轴对称的。 $^{157}\text{Tm}$ 核基态对 $\gamma$ 形变相当软, 而其余则较硬。检验性计算结果还表明, 当 $\epsilon_4$ 取其它合理的值时,  $\epsilon_2$ 和 $\gamma$ 的值变化不大。在小 $\gamma$ 形变情况下, [411 1 / 2]和[402 5 / 2]轨道间的相互作用只发生在 $\epsilon_2 \sim 0.170$ 处的一个很小的 $\Delta\epsilon_2$ 变化范围内。对 $^{159-173}\text{Tm}$ 奇A核[411 1 / 2]带态, 因为这些核的 $\epsilon_2$ 值比较大, 远离了相互作用区, 所以其退耦参数计算值 $a_{\text{cal}}$ 很好地与实验值相符合; 对 $^{157}\text{Tm}$ 核, 其 $\epsilon_2$ 形变正好处在上述 $\epsilon_2 \sim 0.170$ 临界值附近, 有可能发生[411 1 / 2]带与[402 5 / 2]带间的相互作用而导致K混合。所以, 我们认为 $^{157}\text{Tm}$ 核[411 1 / 2]带的退耦参数异常有可能是由小 $\gamma$ 形变导致[411 1 / 2]带与[402 5 / 2]带的相互作用引起的。另外, 本文计算表明, 对 $^{159-173}\text{Tm}$ 奇A核, 基态带是[411 1 / 2], 而 $^{157}\text{Tm}$ 核的基态带是[402 5 / 2], 进一步的实验工作, 例如有关形变的测量, [411 1 / 2]带性质的测量和[402 5 / 2]带的寻找等都是必要的。

## 参 考 文 献

- [1] 钟纪泉、张学谦, 高能物理与核物理, **21**(1996)1087.
- [2] C. Ekstrom *et al.*, *Z. Phys.*, **A316**(1984)239.
- [3] G. D. Alkrazov *et al.*, *Nucl. Phys.*, **A477**(1988)37.
- [4] Xu Shuwei *et al.*, *Phys. Rev.*, **C50**(1994)3147.
- [5] S. G. Nilsson *et al.*, *Nucl. Phys.*, **A131** (1969)1.
- [6] G. Adersson *et al.*, *Nucl. Phys.*, **A268**(1976)205.
- [7] W. D. Luo *et al.*, *Nucl. Phys.*, **A564**(1993)413.
- [8] V. M. Strutinsky, *Nucl. Phys.*, **A95**(1967)420.
- [9] R. Wyss *et al.*, *Phys. Lett.*, **B215**(1988)211.
- [10] T. Bengtsson *et al.*, *Nucl. Phys.*, **A436**(1985)14.
- [11] C. Ekstrom *et al.*, *Nucl. Phys.*, **A170** (1971)649.
- [12] A. 玻尔、B.R. 莫特逊, 原子核结构第二卷第二分册, 科学出版社, 1982, p714.

## Study of Odd-*A* Tm Isotopic Chain and Properties of Decoupling Parameter of [411 1/2] Band

Dong Baoguo    Shen Caiwan    Chen Yongshou

(China Institute of Atomic Energy Beijing 102413)

Received 17 September 1996

### Abstract

The deformations of the ground and low-lying excited states of the odd-*A*  
 $^{157-173}\text{Tm}$  isotopic chain are calculated using the Macro-Micro Cranking Model with  
quasiparticle configuration. Then the decoupling parameters (DPs) of  $^{157-173}\text{Tm}$  of [411  
1/2] odd proton band are calculated and compared with the experimental results. It is  
emphasized that the effect of DPs of the odd-*A* Tm isotopic chain is caused by the  
 $\gamma$  deformation. It is pointed out that the anomalous DP of  $^{157}\text{Tm}$  might be caused by  
the band-interacting. The sensitivity of the DPs to the Nilsson parameter and  
deformation parameters is also discussed.

**Key words** decoupling parameter, inertial parameter, nuclear deformation.