

# 一种改进的对力形式\*

吴崇试<sup>1)</sup>

(北京大学物理系 北京 100871)

1995-12-26 收稿

## 摘 要

通过引进一个关联因子提出了一种改进的对力形式, 更合理地反映出短程关联的特点. 解释了<sup>157</sup>Tm的基态自旋为[411]1/2<sup>+</sup>这一实验事实.

**关键词** 对关联, 径向关联, 粒子数守恒方法, 基态自旋.

原子核中对关联的存在早已被人们所认识. 在原子核质量的 Weizsäcker 公式中就有所谓的对能项<sup>[1]</sup>. 根据壳模型解释奇 A 核的基态自旋时, 也需要考虑对关联<sup>[2]</sup>. 自从 A. Bohr, B. R. Mottelson 和 D. Pines 把金属中 BCS 超导理论移植到核物理中以来, 对关联已成为解释原子核低激发态性质的不可缺少的重要因素之一. 原子核能谱中普遍存在的能隙<sup>[3]</sup>, 形变核转动惯量远低于刚体值<sup>[4]</sup>, 这些事实无一不与对关联密切相关. 事实上, 对关联是造成原子核性质的各种奇偶差异的主要原因.

关于对力的处理方法可分为两类. 一类是以 BCS 理论为代表的平均场近似, 包括 HFB 方法和 CHF 方法<sup>[5]</sup>. 在此基础上建立的准粒子和准粒子激发的图象, 已被广泛应用于分析原子核的低激发态性质, 例如, 稀土区大形变核的系统性质. 在理论上, 这类方法存在人所共知的缺陷, 在此不再赘述. 另一类方法是在多粒子空间中将体系的哈密顿量严格对角化<sup>[6-8]</sup> (在实际计算中当然总必须作适当的截断). 应该说, 这种方法在理论上是完全正确的. 它得到的结果会和平均场近似有所不同, 这也是意料中的事. 但是, 其计算结果和实验事实存在较大的差距, 例如, 在粒子数守恒方法中得到的晕带一次晕带相互作用强度总要比实验估计值大得多<sup>[9]</sup>. 这样就不得不认真考虑目前流行的对力形式的局限性.

毫无疑问, 对力是一种短程力, 它使得核子均处于两两配对的状态. 目前流行的对力形式是<sup>[10]</sup>

$$\langle vv' | H_{\text{pair}} | \mu\mu' \rangle = -\bar{G} \delta_{\mu\mu'} \delta_{vv'} \text{sgn}(\mu) \text{sgn}(v). \quad (1)$$

在这种简化的对力形式中, 假定了初末态的核子对之间, 不论它们处于何种轨道, 相互作用矩阵元均为常数 $\bar{G}$ . 显然, 这种简化假设在相当程度上违背了短程力的要求, 因为

\* 国家自然科学基金资助.

1) 中国科学院理论物理研究所客座.

所谓力程, 应当是初末态粒子(对)之间的有效作用距离, 而在(1)式中, 初末态粒子对的波函数完全可以具有截然不同的径向分布. 采用这种形式的对力, 在一定程度上夸大了对关联的作用. 这正是在粒子数守恒方法中, 不能正确地再现回弯频率和晕带一次晕带相互作用强度的根本原因所在.

为了克服流行的对力形式的这一缺陷, 可以采用  $\delta$  力, 包括表面  $\delta$  力<sup>[11]</sup> 和密度相关  $\delta$  力(DDDI)<sup>[12]</sup>. 这些形式的相互作用的确可以得到比较合理的结果, 例如, 铜系核能谱中表现出的某些现象, 用常数对力矩阵元难以理解, 用 DDDI 就可以很好解释. 这类相互作用, 固然比有限力程的相互作用简便, 但终究不像(1)式那样简单, 而且, 还增加了数目不等的参数. 为了尽量吸取常数对力矩阵元的合理成分, 同时要求相互作用形式的简单易算, 我们不妨保持(1)式中粒子两两配对的假定, 而补充引进一个径向关联因子  $g_{\mu\nu}$

$$\langle \nu\nu' | H_{\text{pair}} | \mu\mu' \rangle = -G' g_{\mu\nu} \delta_{\mu\nu} \delta_{\nu\nu'} \text{sgn}(\mu) \text{sgn}(\nu). \quad (2)$$

作为它的极端情况, 可以考虑  $\delta$  力形式的径向关联, 即

$$g_{\mu\nu} = \sum_{j'j} |c_j^{(\omega)}|^2 |c_{j'}^{(\nu)}|^2 w(nl, n'l'), \quad (3)$$

$$w(nl, n'l') = \iint R_{n'l'}^{(\nu)}(r_1) R_{n'l'}^{(\nu)}(r_2) \frac{\delta(r_1 - r_2)}{r_1 r_2} R_{nl}^{(\omega)}(r_1) R_{nl}^{(\omega)}(r_2) r_1^2 dr_1 r_2^2 dr_2, \quad (4)$$

其中单粒子态取为

$$|\mu\rangle = \sum_j c_j^{(\omega)} |Nljm\rangle, \quad (5)$$

$$\langle r | Nl \rangle = R_{nl}(r) \propto r^l e^{-r^2/2} F(-n, l+3/2; r^2), \quad 2n+l=N, \quad (6)$$

$F(\alpha, \beta; z)$  为合流超几何函数. 在(2)式中仍然只有耦合常数  $G'$  一个参数.

径向关联因子  $g_{\mu\nu}$  的引入, 使得对力矩阵元与核子对所处的状态有关. 容易预料:

(1) 在单  $j$  模型下,  $g_{\mu\nu} =$  常数, 即回到对力矩阵元为常数的情形.

(2) 在一般情形下, 初末态粒子对波函数的径向分布改变越大,  $g_{\mu\nu}$  越小. 因此, 使得对力的耦合作用明显减弱. 这样, 在推转壳模型的计算中, 有利于得到弱的晕带一次晕带相互作用.

(3) 即使就对角元  $g_{\mu\mu}$  而言, 它也不再是常数. 事实上, 不同能级的  $g_{\mu\mu}$  可以有明显的差异(这种差异, 甚至可以高达一倍以上. 例如, 质子[400]1/2<sup>+</sup> 态的  $g_{\mu\mu}$  值是[660]1/2<sup>+</sup> 的3倍左右). 这在效果上, 相当于对单粒子能量产生一个修正(当然, 只有该能级被一对粒子占据时才出现).

由于关联因子  $g_{\mu\nu} (\ll 1)$  的引入, 使得耦合常数  $G'$  要比  $\bar{G}$  大好几倍, 才能得到相似的结果(例如, 同样大小的能隙). 为了避免不必要的误解, 不妨将  $g_{\mu\nu}$  适当放大(使之在1上下浮动), 而将  $G'$  相应地缩小(使接近于  $\bar{G}$ ). 具体做法是: 在计算中所涉及的单粒子能级范围内, 求出  $g_{\mu\mu}$  的几何平均值  $\bar{g}$ , 而后令  $f_{\mu\nu} = g_{\mu\nu} / \bar{g}$ ,  $G = \bar{g} G'$ . 于是, (2)式可以改写成

$$\langle vv' | H_{\text{pair}} | \mu\mu' \rangle = -G f_{\mu\nu} \delta_{\mu\bar{\mu}}, \delta_{\nu\bar{\nu}} \text{sgn}(\mu)\text{sgn}(\nu). \quad (7)$$

实际计算表明,  $f_{\mu\nu}$  值明显地表现出对于主壳及子壳的依赖性.  $f_{\mu\nu}$  值按各子壳集结. 不同主壳之间的  $f_{\mu\nu}$  值也表现出同样的特点. 就总体而言, 随着主壳层的升高,  $f_{\mu\nu}$  值逐渐减小. 其后果之一就是高  $j$  闯入态的“对能”明显低于正常态, 因而使得高  $j$  闯入态上的粒子对更容易拆散.

由于径向关联因子  $f_{\mu\nu}$  的引入, 对力大小与粒子对所处的状态密切相关. 这样就可能出现这样的情况: 如果相邻能级的“对能”有明显的差异, 较高的粒子填充有可能反而更有利(如果是常数对力矩阵元, 显然是绝不可能的). 在壳模型中, 的确正是这样来解释某些奇  $A$  核的基态自旋“反常”的. 作为一个实例, 可以讨论一下  $^{157}\text{Tm}$  的基态自旋问题.

$^{157}\text{Tm}$  是我国徐树威等人<sup>[13]</sup> 率先测出它的衰变纲图的. 其基态转动带为  $[411]1/2^+$ . Alkhozov 等人根据共振电离谱学方法, 估计出它的基态形态  $\beta$  约为 0.2<sup>[14]</sup>. 在这样的形变值下, 按照 Nilsson 图填充, 基态自旋应为  $[404]7/2^+$ , 而  $[411]1/2^+$  是第一激发带. 两者的单粒子能量相差 215keV. 除非要把原子核的形变不合理地增大到  $\beta=0.23$  以上, 否则无法理解这一实验事实. 但按照改进后的对力形式, 这一实验事实却很容易解释. 在粒子数守恒方法的计算中, 取  $\varepsilon_2=0.2$ ,  $\varepsilon_4=0$ . 其它 Nilsson 参数  $\kappa$ ,  $\mu$  均按文献[15]选取. 由于我们的着眼点只在于如何利用改进的对力形式(7)解释  $^{157}\text{Tm}$  的基态自旋, 因此对参数未作调整.

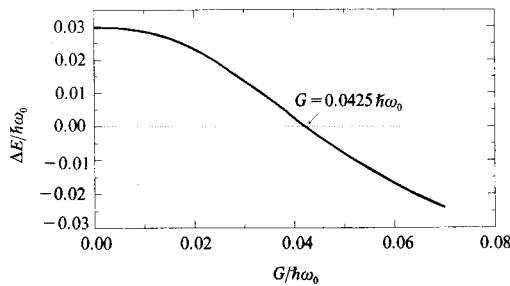


图1  $[411]1/2^+$  和  $[404]7/2^+$  带相对位置随对力强度  $G$  的变化

$\Delta E = [411]1/2^+$  带的带首能量 -  $[404]7/2^+$  带的带首能量.  $\hbar\omega_0 \approx 7.22\text{MeV}$ .

图1 给出了  $[411]1/2^+$  和  $[404]7/2^+$  带相对位置随对力强度  $G$  的变化. 当  $G=0$  时, 两带的相对位置完全由单粒子能级的能量差决定. 随着  $G$  的增大,  $[411]1/2^+$  带逐渐下降. 当  $G > 0.0425$ ,  $\hbar\omega_0 \approx 300\text{keV}$  时,  $[411]1/2^+$  带即降到  $[404]7/2^+$  带之下. 这样大的对力强度  $G$  是合理的, 因为它给出的偶偶核质子能隙(最低的质子对拆散态位置)约为 1.5MeV.

关于  $[411]1/2^+$  带的相对位置随  $G$  下降的原因, 可以从径向关联因子  $f_{\mu\nu}$  的大小得到说明. 由表1可见, 从总体上说,

$[411]1/2^+$  态和费米面下各单粒子态之间的关联因子  $f_{\mu\nu}$  较小, 而  $[404]7/2^+$  态和费米面下各单粒子态之间的关联因子  $f_{\mu\nu}$  要明显地大. 这样, 当  $[411]1/2^+$  能级被奇质子占据时, 由对关联引起的能量下降较大; 而当  $[404]7/2^+$  能级被奇质子占据时, 由对关联引起的能量下降较小. 加之  $[404]7/2^+$  能级比  $[411]1/2^+$  能级更接近费米面, 更有利于对力发挥作用, 使得  $[411]1/2^+$  带的能量更加降低.

以上简要介绍了改进的对力形式(2)或(7)式, 以及它的一个简单应用. 这种对力形

表 1 [411]1 / 2<sup>+</sup> 及 [404]7 / 2<sup>+</sup> 态和费米面下各单粒子态之间的关联因子  $f_{\nu}$  值

单粒子态	[404]7 / 2 <sup>+</sup>	[411]1 / 2 <sup>+</sup>	单粒子态	[404]7 / 2 <sup>+</sup>	[411]1 / 2 <sup>+</sup>
[413]7 / 2 <sup>+</sup>	1.1602	0.6874	[541]3 / 2 <sup>-</sup>	0.9788	0.6561
[404]9 / 2 <sup>+</sup>	1.1602	0.6874	[413]5 / 2 <sup>+</sup>	1.1422	0.7068
[431]1 / 2 <sup>+</sup>	0.9995	0.8571	[532]5 / 2 <sup>-</sup>	0.9892	0.6482
[422]3 / 2 <sup>+</sup>	1.0932	0.7594	[411]3 / 2 <sup>+</sup>	0.7098	1.1714
[420]1 / 2 <sup>+</sup>	0.7578	1.1108	[523]7 / 2 <sup>-</sup>	0.9976	0.6418
[550]1 / 2 <sup>-</sup>	0.9704	0.6623			

式, 也可以应用于推转壳模型的计算. 在适当的条件下, 可以得到非常弱的晕带—次晕带相互作用, 可以再现带交叉随原子核的变化. 这方面的计算结果, 将另文发表.

感谢周彤同学完成的关于积分  $w(nl, n' l')$  的大量计算.

### 参 考 文 献

- [1] C. F. Weizsäcker, *Z. Phys.*, **96**(1935)431.
- [2] M. G. Mayer, J. H. D. Jensen, *Elementary Theory of Nuclear Shell Structure*, Wiley, New York, 1955.
- [3] A. Bohr, B. R. Mottelson, D. Pines, *Phys. Rev.*, **110**(1958)936.
- [4] S. G. Nilsson, O. Prior, *Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk.*, **32**(1960)nr. 16.
- [5] R. Bengtsson, J. D. Garrett, *Int. Rev. Nucl. Phys.*, **2**(1984)193.
- [6] J. Y. Zeng, T. S. Cheng, *Nucl. Phys.*, **A405**(1983) 1;  
程檀生、吴崇试、曾谨言, *高能物理与核物理*, **12**(1988) 534.
- [7] N. Rowley, K. F. Pal, M. A. Najaranjan, *Phys. Lett.*, **B201**(1988) 187.
- [8] M. Hasegawa, S. Takazi, K. Muramutsu, *Phys. Lett.*, **B226**(1989) 1.
- [9] C. S. Wu, J. Y. Zeng, *Phys. Rev. Lett.*, **66**(1991) 1022; *Phys. Rev.*, **C44**(1991) 2566.
- [10] J. D. Rowe, *Nuclear Collective Motion* (Methuen, London 1970).
- [11] I. M. Green, S. A. Moszkowski, *Phys. Rev.*, **139B**(1965) 790.
- [12] R. R. Chasman, *Phys. Rev.*, **C14**(1976) 1935.
- [13] Xu Shuwei, Xie Yuanxiang, Pan Qiangyan *et al.*, *Phys. Rev.*, **C50**(1994) 3147.
- [14] G. D. Alkhazov, A. E. Barzakh, I. Ya. Chubukov *et al.*, *Nucl. Phys.*, **A447**(1988) 37.
- [15] S. G. Nilsson, C. F. Tsang, A. Sobicaewski *et al.*, *Nucl. Phys.*, **A131**(1969) 1.

## An Improved Schematic Pairing Force

Wu Chongshi

(*Department of Physics, Peking University, Beijing 100871*)

Received 26 December 1995

### Abstract

An improved formulation of the pairing correlation was proposed by introducing a radial correlation factor to reflect more reasonably the short range character of the correlation in nuclei. The experimental fact that the ground state band of  $^{157}\text{Tm}$  is built on the Nilsson orbit  $[411]1/2^+$  is explained naturally.

**Key words** pairing correlation, radial correlation, particle-number-conserving method, spin of ground state.