正则形式的 $SU(N)$ 规范理论的约束关联动力学（I）关联 Green 函数的运动方程*

王 顺 金 郭 华
（兰州大学现代物理系 兰州 730000） （北京大学物理系 北京 100871）

1994-01-20 收稿

摘 要

在关联动力学思想框架内，运用生成泛函技术，在时性规范和正则量子化形式下，建立起 $SU(N)$ 规范理论的约束关联动力学的完整体系，得到了关联 Green 函数的运动方程组系列.

关键词 $SU(N)$ 规范理论，约束关联动力学，关联 Green 函数运动方程.

1 引 言

量子色动力学（QCD）在预言高能物理现象方面的成功，使人们相信它是一个有希望的强相互作用理论[1-4]. 然而，QCD 的广泛应用和进一步检验，要求研究大量的与强耦合有关的物理现象. 这些现象的理论描述，需要发展 QCD 的非微扰方法.

另一方面，研究相对论性重离子碰撞中可能出现的夸克-胶子等离子体（QGP）[5-8]的形成、演化和衰变，需要发展相应的输运理论[9-11]. 这就涉及到夸克的禁闭相和退禁闭相之间的转变，也要求从强耦合非微扰 QCD 的多体理论出发建立输运方程.

因此，寻求量子色动力学的非微扰方法，求解与夸克禁闭有关的强耦合问题，建立夸克-胶子等离子体的微观输运方程，是当前理论物理、粒子物理和高能核物理领域内几个难度很大而又激动人心的前沿课题. 这几个问题密切相关：QCD 的非微扰理论不仅为求解夸克-胶子系统的强耦合问题提供了理论方法，而且为 QGP 输运问题提供了微观多体理论基础.

本项工作的目的是，在关联动力学思想框架内[12-16]，在 $SU(N)$ 规范理论的二体约束关联动力学[17]的基础上，建立正则形式的 $SU(N)$ 规范理论的约束关联动力学的完整体系. 我们将用系列文章报道所得到的结果. 在“(I) 关联 Green 函数的运动方程”中，运用生成泛函技术[18,19]，在时性规范和正则量子化形式下[20]，建立夸克和胶子及其顶角的关联 Green 函数的运动方程组的完整系列. 在“(II) 规范理论的约束条件[21,22]”中，运用代数动力学[23]方法处理规范不变性、高斯定律和 Ward 恒等式，用关联动力学中的守恒定律思想[12-14]把剩余规范不变性、高斯定律和 Ward 恒等式转化为关联动力学中的守恒

* 国家自然科学基金和国家教委博士点基金资助.

定律问题和初值问题[24]．在“(III) 等时关联 Green 函数的运动方程与二体关联近似”中，把(I)中的多时关联 Green 函数的运动方程转变为等时关联 Green 函数的运动方程，其中包括夸克和胶子的密度矩阵的运动方程以及顶角函数的运动方程；在二体关联截断近似下，得到可数值求解的有实用价值的二体约束关联动力学方程组，并给出高斯定律和到二体为止的 Ward 恒等式的明显表达式[25]．在“(IV) 二体运动方程的重整化和初值物理条件”中，将给出一组有限的可数值求解的方程组，并讨论如何选择物理态，正确设置初值条件[26]．

2 $SU(N)$ 规范理论、时性规范与正则量子化[1,4,20]

$SU(N)$ 规范理论的拉氏密度[1,20]为

$$L = -\bar{\psi}\gamma_\mu \mathrm{D}_\mu \psi - \frac{1}{4} F^a_{\mu\nu} F^a_{\mu\nu}, \tag{1}$$

其中规范协变微商和规范场分别为，

$$\mathrm{D}_\mu = \partial_\mu - igT^a A^a_\mu, \tag{2}$$

$$F^a_{\mu\nu} = \partial_\mu A^a_\nu - \partial_\nu A^a_\mu + gf^{abc} A^b_\mu A^c_\nu, \tag{3}$$

A^a_μ 为规范势，T^a 为NXN矩阵，是 $SU(N)$ 群的生成元，满足

$$[T^a, T^b] = if^{abc} T^c, \tag{4}$$

$$T^{a\dagger} = T^a, \tag{5}$$

$$\mathrm{Tr}\{T^a T^b\} = k\delta^{ab}. \tag{6}$$

由(3)可以定义规范电场和磁场，

$$E^a_i = iF^a_{i0} = -\dot{A}^a_i + i\partial_i A^a_0 - igf^{abc} A^b_0 A^c_i, \tag{7}$$

$$B^a_i = \frac{1}{2}\epsilon^{ijk} F^a_{jk} = \frac{1}{2}\epsilon^{ijk}(\partial_j A^a_k - \partial_k A^a_j + gf^{abc} A^b_j A^c_k), \tag{8}$$

对(1)式进行量子化时，选取时性规范，

$$A^a_0 = 0, \tag{9}$$

这样，很容易得到与 A^a_i 共轭的正则动量，

$$\pi^a_i = \frac{\partial L}{\partial \dot{A}^a_i} = \dot{A}^a_i = -E^a_i. \tag{10}$$

系统的哈密顿量及其密度为，

$$H = \int \mathrm{d}^3x \mathscr{H}(x), \tag{11}$$

$$\mathscr{H} = \frac{1}{2}(E^a_i E^a_i + B^a_i B^a_i) - gI^a_i A^a_i + \bar{\psi}\gamma_i \partial_i \psi, \tag{12}$$

其中色流

$$I^a_i = i\bar{\psi}\gamma_i T^a \psi. \tag{13}$$

由(1)、(9)式，可得时性规范条件下的高斯定律

$$g^a(x) = \frac{1}{g}\mathrm{D}^{ac}_i \pi^c_i(x) + \psi^\dagger(x) T^a \psi(x) = 0, \tag{14}$$

其中

$$\mathrm{D}_i^{ac} = \delta^{ac}\partial_i + gf^{abc}A_i^b. \tag{15}$$

在时性规范下,正则量子化条件为

$$[A_i^a(\boldsymbol{x},t),\pi_j^b(\boldsymbol{x}',t)] = i\delta_{ij}\delta^{ab}\delta^3(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{x}'), \tag{16}$$

$$\{\psi(\boldsymbol{x},t),\psi^\dagger(\boldsymbol{x}',t)\} = \delta^3(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{x}'). \tag{17}$$

量子化后,经典高斯定律(14)的量子对应是必须解决的重要问题. 对量子场, $g^a(x)$ 是作用于 Fock 空间的算子,(14)式变得没有意义,需要寻找它的正确的量子对应的表示. 应当指出,时性规范条件只消除了部分非物理的规范自由度. 另一部分非物理规范自由度的消除则依赖于对高斯定律产生的约束条件的正确处理. 已经清楚,高斯定律与关联动力学是相容的[17],而且在约束关联动力学框架内,与高斯定律和剩余规范不变性相联系的约束可以变成关联动力学中的守恒定律问题和初值问题. 这些重要而有趣的问题将在 (II) 中详细论述.

3 关联 Green 函数的运动方程

我们关心可观测物理量算子在系综的任意组态下的平均值. 设H的本征态为$|n\rangle$,

$$H|n\rangle = E_n|n\rangle. \tag{18}$$

在场变量 $A(x)$ 和 $\psi(x)$ 表象中,$|n\rangle$的表示式为

$$\Psi_n[A(x),\psi(x)] = \langle A(x),\psi(x)|n\rangle. \tag{19}$$

系统的任意组态,包括纯粹系综与混合系综,可以用统计算符 ρ 表示

$$\rho = \sum_n \rho_n|n\rangle\langle n|, \tag{20}$$

若 $\rho_n = \delta_{0n}$, $\rho = |0\rangle\langle 0|$, 表示真空组态. $\rho_n = e^{\beta(\Omega-E_n+\mu N_n)}$ (α 表示化学势, N_n 表示$|n\rangle$态的粒子数), ρ 代表巨正则系综.

在时性规范和正则量子化形式下, $SU(N)$ 规范理论对组态 ρ 的不关联 Green 函数和关联 Green 函数的生成泛函Z和W定义为[4],

$$\begin{aligned} Z[K,J,\bar\eta,\eta] = e^{iW[K,J,\bar\eta,\eta]} = &\lim_{t\to-\infty,t'\to+\infty}\int_{(A_f\psi_f)} \mathrm{D}A_f\mathrm{D}A_i\mathrm{D}\psi_f\mathrm{D}\psi_i \\ &\times\sum_n \rho_n\Psi_n^*[A_f,\psi_f]\Psi_n[A_i,\psi_i]e^{-iE_n(t'-t)}\int_{(A_i\psi_i)}[\mathrm{D}A][\mathrm{D}\pi][\mathrm{D}\psi][\mathrm{D}\bar\psi] \\ &\times e^{i\int_t^{t'}[\pi_i^a\dot A_i^a + i\bar\psi\gamma_0\dot\psi - H + \pi_i^a K_i^a + A_i^a J_i^a + \bar\eta\psi + \bar\psi\eta]d^4x}, \end{aligned} \tag{21}$$

其中, $S = (K_i^a, J_i^a, \bar\eta, \eta)$ 是分别对应于场量 π_i^a, A_i^a, ψ 和 $\bar\psi$ 的外源. $K_i^a(x)$ 与 $J_i^a(x)$ 是 c 数函数, $\bar\eta(x)$ 与 $\eta(x)$ 是 Grassman 数函数. 当外源 $S=0$ 时,(21)式定义为归一化因子.

关联 Green 函数的定义为

$$\begin{aligned} &G_c^{(l+m+2n)}(\hat 1\cdots\hat l;\dot 1;\cdots\dot m;1\cdots n;1'\cdots n') \\ &= \mathrm{Tr}\{\hat T(\pi(\hat 1)\cdots\pi(\hat l)A(\dot 1)\cdots A(\dot m)\psi(1)\cdots\psi(n)\bar\psi(n')\cdots\bar\psi(1'))\rho\}_c \\ &= (-i)^{l+m+n-n'-1}\hat{\mathrm{D}}(\hat 1\cdots\hat l;\dot 1\cdots\dot m;1\cdots n;1'\cdots n')W|_{S=0}, \end{aligned} \tag{22}$$

其中 $\hat{T}$ 为编时算子，下指标"c"表示连接项，$\hat{\mathrm{D}}$ 是对外源的泛函导数，

$$\hat{\mathrm{D}}(\hat{1}\cdots\hat{l};\dot{1}\cdots\dot{m};1\cdots n;1'\cdots n')$$

$$=\frac{\delta^{(l+m+2n)}}{\delta K(\hat{1})\cdots\delta K(\hat{l})\delta J(\dot{1})\cdots\delta J(\dot{m})\delta\bar{\eta}(1)\cdots\delta\bar{\eta}(n)\delta\eta(n')\cdots\delta\eta(1')}. \tag{23}$$

关联 Green 函数的运动方程，可以通过对W的变分得到。首先建立W满足的基本泛函微分方程。从W对 $\bar{\Phi}$ 变分得，

$$i\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\frac{\delta W}{\delta\bar{\eta}(x)}=\alpha_i\nabla_x^i\frac{\delta W}{\delta\bar{\eta}(x)}-ig\alpha_iT^a\frac{\delta W}{\delta J_i^a}\frac{\delta W}{\delta\bar{\eta}(x)}$$
$$-g\alpha_iT^a\frac{\delta^2W}{\delta J_i^a(x)\delta\bar{\eta}(x)}-\gamma_0\eta(x), \tag{24}$$

其中，
$$\alpha_i=\gamma_0\gamma_i. \tag{25}$$

(24)式是存在外源时，$\mathrm{Tr}(\psi(x)\rho)$ 满足的运动方程。同样，W对 ψ 变分得(24)式的共轭方程，

$$i\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\frac{\delta W}{\delta(-\eta(x))}=-\nabla_x^i\frac{\delta W}{\delta(-\eta(x))}\alpha_i-ig\frac{\delta W}{\delta J_i^a}\frac{\delta W}{\delta(-\eta(x))}\alpha_iT^a$$
$$-g\frac{\delta^2W}{\delta J_i^a(x)\delta(-\eta(x))}\alpha_iT^a+\bar{\eta}(x)\gamma_0. \tag{26}$$

这是存在外源时，$\mathrm{Tr}(\bar{\Phi}(x)\rho)$ 满足的运动方程。

存在外源时，$\mathrm{Tr}(A_i^a(x)\rho)$ 满足的运动方程可从W对 π_i^a 的变分得到，

$$i\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\frac{\delta W}{\delta J_i^a(x)}=i\frac{\delta W}{\delta K_i^a(x)}-iK_i^a(x). \tag{27}$$

而存在外源时，$\mathrm{Tr}(\pi_i^a(x)\rho)$ 的运动方程可以从W对 A_i^a 的变分得到，

$$i\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\frac{\delta W}{\delta K_i^a(x)}=i\nabla_x^2\frac{\delta W}{\delta J_i^a(x)}-i\nabla_x^i\nabla_x^k\frac{\delta W}{\delta J_k^a(x)}$$
$$+g\int^{abc}\left\{2\nabla_y^k\left[i\frac{\delta W}{\delta J_k^b(x)}\frac{\delta W}{\delta J_i^c(y)}+\frac{\delta^2W}{\delta J_k^b(x)\delta J_i^c(y)}\right]\right.$$
$$+\nabla_y^k\left[i\frac{\delta W}{\delta J_k^b(y)}\frac{\delta W}{\delta J_i^c(x)}+\frac{\delta^2W}{\delta J_k^b(y)\delta J_i^c(x)}\right]$$
$$\left.-\nabla_y^i\left[i\frac{\delta W}{\delta J_k^b(x)}\frac{\delta W}{\delta J_k^c(y)}+\frac{\delta^2W}{\delta J_k^b(x)\delta J_k^c(y)}\right]\right\}_{y=x^\dagger}$$
$$-ig^2\int^{abc}\int^{cde}\left\{\frac{\delta W}{\delta J_k^b(x)}\frac{\delta W}{\delta J_k^d(x)}\frac{\delta W}{\delta J_i^e(x)}-\frac{\delta^3W}{\delta J_k^b(x)\delta J_k^d(x)\delta J_i^e(x)}\right.$$
$$-i\left[\frac{\delta W}{\delta J_i^e(x)}\frac{\delta^2W}{\delta J_k^b(x)\delta J_k^d(x)}+\frac{\delta W}{\delta J_k^b(x)}\frac{\delta^2W}{\delta J_k^d(x)\delta J_i^e(x)}\right.$$
$$\left.\left.+\frac{\delta W}{\delta J_k^d(x)}\frac{\delta^2W}{\delta J_k^b(x)\delta J_i^e(x)}\right]\right\}$$
$$-g(T^a\gamma_i)_x\left[\frac{\delta W}{\delta(-\eta(x^\dagger))}\frac{\delta W}{\delta(\bar{\eta}(x))}+\frac{\delta^2W}{i\delta(-\eta(x^\dagger))\delta(\bar{\eta}(x))}\right]+iJ_i^a(x), \tag{28}$$

这里 $x^\dagger=x+\varepsilon$，ε 是无穷小正量。$(T^a\gamma_i)_x$ 表示作用于宗量为 x 的 $\psi(x)$ 场。

当外源 $S=0$ 时，(27)、(28)式正是用海森堡方程推得的 $\langle A_i^a(x)\rangle$ 和 $\langle\pi_i^a(x)\rangle$ 满足

的运动方程。由于费米子数守恒，$S=0$ 时，(24)和(26)式并无直接的物理意义。然而，下面将看到，泛函微分方程(24)、(26)、(27)和(28)是推导高阶关联 Green 函数运动方程的出发点。

用对外源的多重泛函微分算子 $\hat{\mathrm{D}}$ 作用于上述W的基本泛函微分方程上，然后令外源等于零，就可以得到所有高阶关联 Green 函数的运动方程。

用(23)式作用于(24)式并令 $S=0$，考虑到(22)式，可得，

$$\begin{aligned} i\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t_x} G_c^{(N)}(\hat{1}\cdots\hat{l};\dot{1}\cdots\dot{m};x,2\cdots n;1'\cdots n') &= i\gamma_0\delta_{l,0}\delta_{m,0}\delta_{n,1}\delta(x-n') \\ &+ (\alpha_i\nabla_x^i)_x G_c^{(N)}(\hat{1}\cdots\hat{l};\dot{1}\cdots\dot{m};x,2\cdots n;1'\cdots n') \\ &- ig(\alpha_s T^a)_x A_{\left[{2\cdots n \atop 1'\cdots n'}\right]} S_{\left[{\hat{1}\cdots\hat{l} \atop \dot{1}\cdots\dot{m}}\right]} \sum_{i=0}^{l}\sum_{j=0}^{m}\sum_{k=0}^{n} G_c^{(N_1)}(\hat{1}\cdots\hat{i};\dot{1}\cdots\dot{j};x,2\cdots k;1'\cdots k') \\ &\times G_c^{(N-N_1+1)}((\widehat{i+1})\cdots\hat{l};A_s^a(x),(\dot{j+1})\cdots\dot{m};k+1\cdots n;(k+1)'\cdots n') \\ &- ig(\alpha_i T^a)_x G_c^{(N+1)}(\hat{1}\cdots\hat{l};A_i^a(x),\cdots,\dot{1}\cdots\dot{m};x,2\cdots n;1'\cdots n'), \end{aligned} \tag{29}$$

式中 $N_1=i+j+2k$，$N=l+m+2n$，$(\alpha_i T^a)_x$ 表示作用于 $\psi(x)$。"A"和"S"分别表示对下面的变量指标实行反对称化和对称化运算，但重复的项目应去掉[12]。

类似地，对(26)式作多重泛函微分运算得，

$$\begin{aligned} i\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t_x} G_c^{(N)}(\hat{1}\cdots\hat{l};\dot{1}\cdots\dot{m};1\cdots n;x,2'\cdots n') &= -i\gamma_0\delta_{l,0}\delta_{m,0}\delta_{n,1}\delta(x-n) \\ &- \nabla_x^i G_c^{(N)}(\hat{1}\cdots\hat{l};\dot{1}\cdots\dot{m};1\cdots n;x,2'\cdots n')(\alpha_i)_x \\ &- igA_{\left[{1\cdots n \atop 2'\cdots n'}\right]} S_{\left[{\hat{1}\cdots\hat{l} \atop \dot{1}\cdots\dot{m}}\right]} \sum_{i=0}^{l}\sum_{j=0}^{m}\sum_{k=0}^{n} G_c^{(N_1)}(\hat{1}\cdots\hat{i};\dot{1}\cdots\dot{j};1\cdots k;x,2'\cdots k') \\ &\times G_c^{(N-N_1+1)}((\widehat{i+1})\cdots\hat{l};A_s^a(x),(\dot{j+1})\cdots\dot{m};k+1\cdots n;(k+1)'\cdots n')(\alpha_s T^a)_x \\ &- igG_c^{(N+1)}(\hat{1}\cdots\hat{l};A_i^a(x),\dot{1}\cdots\dot{m};1\cdots n;x,2'\cdots n')(\alpha_i T^a)_x. \end{aligned} \tag{30}$$

对(27)式求多重泛函微分得，

$$\begin{aligned} i\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t_x} G_c^{(N)}(\hat{1}\cdots\hat{l};A_i^a(x),\dot{2}\cdots\dot{m};1\cdots n;1'\cdots n') &= -\delta_{l,1}\delta_{m,0}\delta_{n,0}\delta(x_i^a-\hat{l}) \\ &+ iG_c^{(N)}(\pi_i^a(x),\hat{1}\cdots\hat{l};\dot{2}\cdots\dot{m};1\cdots n;1'\cdots n'). \end{aligned} \tag{31}$$

对(28)式作多重泛函微分运算得，

$$\begin{aligned} i\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t_x} G_c^{(N)}(\pi_i^a(x),\hat{2}\cdots\hat{l};\dot{1}\cdots\dot{m};1\cdots n;1'\cdots n') &= \delta_{l,0}\delta_{m,1}\delta_{n,0}\delta(x_i^a-\dot{m}) \\ &+ i\nabla_x^2 G_c^{(N)}(\hat{2}\cdots\hat{l};A_i^a(x),\dot{1}\cdots\dot{m};1\cdots n;1'\cdots n') \\ &- i\nabla_x^i\nabla_x^i G_c^{(N)}(\hat{2}\cdots\hat{l};A_i^a(x),\dot{1}\cdots\dot{m};1\cdots n;1'\cdots n') \\ &- ig^2\int^{abc}\int^{cde} G_c^{(N+2)}(\hat{2}\cdots\hat{l};A_i^b(x),A_i^b(x),A_i^c(x),\dot{1}\cdots\dot{m};1\cdots n;1'\cdots n') \\ &+ ig\int^{abc}\{\mathrm{D}_{xi}^i(y)[G_c^{(N+1)}(\hat{2}\cdots\hat{l};A_i^b(x),A_i^c(y),\dot{1}\cdots\dot{m};1\cdots n;1'\cdots n') \\ &+ ASM(ijk)G_c^{(N_1)}(\hat{2}\cdots\hat{i};A_i^b(x),\dot{1}\cdots\dot{j};1\cdots k;1'\cdots k'). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} G_c^{(N-N_1+1)}((\widehat{i+1})\cdots\hat{l};A_i^c(y),(\dot{j+1})\cdots\dot{m};k+1\cdots n;(k+1)'\cdots n')]\}_{y=x} \\ - g(T^a\gamma_i)_x ASM(ijk)G_c^{(N_1-1)}(\hat{2}\cdots\hat{i};\dot{1}\cdots\dot{j};1\cdots k-1,x;1'\cdots k'). \end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
& G_c^{(N-N_1+2)}((i\hat{+}1)\cdots\hat{l};(j\dot{+}1)\cdots\dot{m};k\cdots n;x^{\dagger},(k+1)'\cdots n')+ig^2f^{abc}f^{cde} \\
& \qquad \{P(x_i^e,x_s^d,x_s^b)ASM(ijk)G_c^{(N_1+1)}(\hat{2}\cdots\hat{i};A_s^b(x),A_s^d(x),\dot{1}\cdots\dot{j};1\cdots k;1'\cdots k'). \\
& G_c^{(N-N_1+1)}((i\hat{+}1)\cdots\hat{l};A_i^e(x),(j\dot{+}1)\cdots\dot{m};k+1\cdots n;(k+1)'\cdots n') \\
& \qquad -ASM(ijk)\sum_{i_1=0}^{l-i}\sum_{j_1=0}^{m-j}\sum_{k_1=0}^{n-k}G_c^{(N_1)}(\hat{2}\cdots\hat{i};A_s^b(x),\dot{1}\cdots\dot{j};1\cdots k;1'\cdots k'). \\
& G_c^{(L)}((i\hat{+}1)\cdots(i\hat{+}i_1);A_s^d(x),(j\dot{+}1)\cdots(j\dot{+}j_1);k+1\cdots k+k_1; \\
& \quad (k+1)'\cdots(k+k_1)') \\
& G_c^{(M)}((i+\hat{i}_1+1)\cdots\hat{l};A_i^e(x),(j+\dot{j}_1+1)\cdots\dot{m};k+k_1+1\cdots n;(k+k_1+1)'\cdots n')\} \\
& \qquad +g(T^a\gamma_i)_xG_c^{(N+1)}(\hat{2}\cdots\hat{l};\dot{1}\cdots\dot{m};1\cdots n,x;1'\cdots n',x^{\dagger}).
\end{aligned}
\tag{32}
$$

其中，

$$
N=l+m+2n,\ N_1=i+j+2k,\ N_2=i_1+j_1+2k_1,\ L=N_2+1,
$$

$$
M=N-N_1-N_2+1, \tag{33}
$$

$$
\delta(x_i^a-\hat{l})\equiv\frac{\delta K_i^{a_i}(x_i)}{\delta K_l^{a_l}(x_l)}=\delta_{a_i,a_l}\delta_{i,l}\delta^4(x_i-x_l), \tag{34}
$$

$$
\delta(x_i^a-\dot{m})\equiv\frac{\delta J_i^{a_i}(x_i)}{\delta J_m^{a_m}(x_m)}=\delta_{a_i,a_m}\delta_{i,m}\delta^4(x_i-x_m), \tag{35}
$$

$$
ASM(ijk)=A_{\left[{1\cdots n \atop 1'\cdots n'}\right]}S_{{[\hat{2}\cdots\hat{l}] \atop 1\cdots\dot{m}}}\sum_{i=0}^{l}\sum_{j=0}^{m}\sum_{k=0}^{n}, \tag{36}
$$

$$
\mathrm{D}_{xi}^s(y)=2\nabla_y^s+\nabla_y^sP(x,y)-\nabla_y^iP(y_i^c,y_s^c), \tag{37}
$$

$$
P(x_i^e,x_s^d,x_s^b)=1+P(x_i^e,x_s^d)+P(x_i^e,x_s^b). \tag{38}
$$

$P(x,y)$ 为变量 x,y 的交换算符。

方程(29)—(32)构成了正则形式的 $SU(N)$ 规范理论的多体关联 Green 函数的运动方程组。与拉氏形式的多体关联 Green 函数运动方程相比[16]，正则形式的多体关联 Green 函数的运动方程是关于时间的一阶偏微分方程，截断后容易进行实际的数值分析[17]。但由于引进了正则变量，运动方程的数目增加了，像通常的哈密顿正则力学一样。

4 结论与讨论

使用泛函微分技术，我们给出了正则形式的 $SU(N)$ 规范理论的多体关联 Green 函数的动力学方程组。它们是关于时间为一阶关于空间坐标为二阶的偏微分方程组，是非线性度为三次的非线性耦合方程组。该方程组与规范不变性导致的高斯定律和 Ward 恒等式是相容的，并且能把上述规范约束条件转变成守恒律的初值问题。如果对方程组截断到四点 Green 函数(二体关联截断近似)，则所有守恒定律与高斯定律能够严格满足，Ward 恒等式到四点 Green 函数为止也得以满足[17,24]。而且，考虑了高斯定律和 Ward 恒等式的二体约束关联动力学方程组是有可能数值求解的[25,26]。

参 考 文 献

[1] T. D. Lee, Particle Physics and Introduction to Field Theory, Harwood, Chur, 1981.
[2] K. Huang, Quark, Leptons and Gauge Fields, World Scientific, Singapore, 1982.

[3] C. Quigg, Gauge Theories of the Strong, Weak and Electromagnetic Interactions, Benjamin/Cummings, Reading, 1983.
[4] 戴元本,相互作用的规范理论,科学出版社,1987.
[5] B. Müller, The Physics of the Quark-Gluon Plasma, Lecture Notes in Physics, Vol. 225, Springer, Berlin, 1985.
[6] J. Cleymans, R. v. Gavai, E. Suhoven, *Phys. Rev.*, **130**(1986) 217.
[7] M. Gyulassy, *Progr. Part. Nucl. Phys.*, **15**(1986) 403.
[8] L. Mcleran, *Rev. Mod. Phys.*, **58**(1986) 1021.
[9] U. Heinz, *Ann. Phys.*, **161**(1985) 48.
[10] H-Th. Elze, M. Gyulassy, D. Vasak, *Nucl. Phys.*, **B276**(1986) 706; *Phys. Lett.*, **B177**(1986) 402.
[11] H-Th. Elze, U. Heinz, *Phys. Rep.*, **183**(1989) 81.
[12] S. J. Wang, W. Cassing, *Ann. Phys.*, **159**(1985) 328.
[13] S. J. Wang, W. Cassing, *Nucl. Phys.*, **A495**(1989) 371; W. Cassing, S. J. Wang, *Z. Phys.*, **A337** (1990) 1.
[14] S. J. Wang, B. A. Li, W. Bauer, J. Randrup, *Ann. Phys.*, **209**(1991) 251.
[15] 左维,王顺金,高能物理与核物理,**16**(1992)840;**17**(1993),179.
[16] W. Zuo, H. Guo, S. J. Wang, Relativistic generalization of many-body correlation dynamics, Comm. Theor. Phys., in press.
[17] S. J. Wang, W. Cassing, M. H. Thoma, *Phys. Lett.*, **B324**(1994) 5.
[18] E. S. Abers, B. W. Lee, *Phys. Rep.*, **9**(1973) 1.
[19] L. D. Fadeev, in Method in Field Theory, eds. R. Balian and J. Zinn-Justin, North-Holland Publishing Co., 1976
[20] N. H. Christ, T. D. Lee, *Phys. Rev.*, **D22**(1980) 939.
[21] P. A. Dirac, Canad. J. Math., 2(1950), 129; *Proc. Roy. Soc.*, **A246**(1958) 326; P. A. Dirac, Lectures on Quantum Mechanics; Belfer Graduate School of Science, Yeshiva Univ. Press. 1964; P. Senjanovic, *Ann. Phys.*, **100**(1976) 227; E. S. Fradkin, G. A. Vilkovisky, *Phys. Lett.*, **B55**(1975) 224; E. S. Fradkin, T. E. Fradkina, *Phys. Lett.*, **B72**(1978) 343.
[22] Marc Henneaux, *Phys. Rep.*, **126**(1985) 1.
[23] S. J. Wang, F. L. Li, A. Weiguny, *Phys. Lett.*, **A180** (1993) 189.
[24] 王顺金,郭华,正则形式的 $SU(N)$ 规范理论的约束关联动力学 (II). 规范约束条件.
[25] 郭华,王顺金,正则形式的 $SU(N)$ 规范理论的约束关联动力学 (III). 等时关联 Green 函数的运动方程与二体关联近似.
[26] 王顺金,郭华,正则形式的 $SU(N)$ 规范理论的约束关联动力学(IV). 二体运动方程的重正化与初值物理条件.

Constrained Correlation Dynamics of $SU(N)$ Gauge Theories in Canonical form (I) Equations of Motion for Correlation Green's Functions

Wang Shunjin
(*Department of Modern Physics Lanzhou University, Lanzhou* 730000)

Guo Hua
(*Department of Physics Peking University, Beijing* 100871)

Received 20 January 1994

Abstract

With the aid of generating-functional technique and in the frame-work of correlation dynamics, we have established the constrained correlation dynamics of *SU* (*N*) gauge theories in the temporal gauge and canonical quantization form, and obtained a closed set of equations of motion for correlation Green's functions.

Key words $SU(N)$ gauge theories, constrained correlation dynamics, equations of motion for correlation Green's functions.