第19卷第11期 高能物理与核物理 Vol.19, No.11
1995年11月 HIGH ENERGY PHYSICS AND NUCLEAR PHYSICS Nov., 1995

束测误差对阻尼系统的影响

徐建铭

(中国科学院高能物理研究所 北京 100039)

1994-11-14 收稿

摘　　要

讨论了束测误差对阻尼系统工作状况的影响. 结果表明, 束测误差将减低阻尼效果, 增大为达到一定的阻尼速度所需阻尼系统功率, 并导致闭轨畸变. 给出了计算有关效应的公式.

关键词 加速器阻尼系统, 束测误差, 阻尼速度, 阻尼功率.

环形加速器的阻尼系统由束测装置、电子学系统及阻尼装置组成. 在横向阻尼系统中探测束团中心的横向位置, 束测讯号经电子学系统放大处理后, 传送到阻尼装置以校正束团的运动方向, 达到阻尼横向相干振荡的目的[1,2]. 在纵向阻尼系统里, 则探测束团中心的能量误差 $\frac{\Delta E}{E_s}$ (或相位误差 $\Delta\varphi$), 经电子学系统放大后 (或经电子学系统放大处理, 得到 $\frac{d\Delta\varphi}{dt}$ 或延迟 1/4 纵向振荡周期的 $\Delta\varphi$ 讯号), 传送到阻尼装置, 校正束团的 ΔE, 以阻尼束团的纵向相干振荡[3]. 文献[1—3]讨论了理想情况下阻尼系统的工作状况, 本文将以横向阻尼系统为例, 讨论束测误差对阻尼系统的影响. 在所得结果中, 只要把有关参数换成纵向运动的相应参数, 便可得到纵向阻尼系统的相应结果.

向量 $U_{p,n}$ 代表束团第 n 次通过束测装置 p 时其中心在横向相空间的坐标, 即

$$U_{p,n}=\begin{pmatrix} u_{p,n} \\ u'_{p,n} \end{pmatrix}, \tag{1}$$

u 代表 x 或 y. 如果束测误差是 d, 则束测装置的测量讯号将是 $e_{p,n}$,

$$e_{p,n}=u_{p,n}+d. \tag{2}$$

$u_{p,n}$ 可表示为

$$u_{p,n}=(A_n\beta_p)^{1/2}\sin\varphi_{p,n}, \tag{3}$$

式中 A_n 是第 n 圈横向相干振荡的 Courant-Snyder 不变量, β_p 是束测装置处的 Twiss 参数. $\varphi_{p,n}$ 是相干振荡的相角, 它与 n 有关, 可表示如下:

$$\varphi_{p,n}=n\mu_0+\varphi_{p,0}. \tag{4}$$

式中 μ_0 是一圈中横向振荡相移, $\varphi_{p,0}$ 是起始相角. 从式(2)可知, 对于 $d<0$, 当

$$0\leqslant\varphi_{p,n}\leqslant\sin^{-1}\left(\frac{-d}{\sqrt{A_n\beta_p}}\right), \tag{5a}$$

及

$$\pi-\sin^{-1}\left(\frac{-d}{\sqrt{A_n\beta_p}}\right)\leqslant\varphi_{p,n}\leqslant\pi \tag{5b}$$

时，束测讯号 $e_{p,n}$ 的符号和束团中心的实际位置 $u_{p,n}$ 的符号相反;
对于 $d>0$，当

$$\pi\leqslant\varphi_{p,n}\leqslant\pi+\sin^{-1}\left(\frac{d}{\sqrt{A_n\beta_p}}\right), \tag{6a}$$

及

$$2\pi-\sin^{-1}\left(\frac{d}{\sqrt{A_n\beta_p}}\right)\leqslant\varphi_{p,n}\leqslant 2\pi \tag{6b}$$

时，束测讯号 $e_{p,n}$ 的符号和束团中心的实际位置 $u_{p,n}$的符号亦相反. 阻尼电压是由 $e_{p,n}$ 来控制的，当 $e_{p,n}$ 和 $u_{p,n}$ 符号相同时，阻尼电压起阻尼作用. 而当二者符号相反时，阻尼装置的电压将不但不起阻尼作用，反而起反阻尼作用. 当

$$(A_n\beta_p)^{1/2}=|d| \tag{7}$$

时，发生反阻尼作用的机会和发生阻尼作用的机会相等. 如果阻尼系统按常电压模式工作，由于阻尼电压为一常值，两种作用恰相抵消，阻尼系统不再起阻尼作用. 所以当相干振荡振幅经过阻尼，减小到估计的测量误差 $|d|$ 的数量级时，电子学系统应自动切换，使系统改换成正比模式工作.

阻尼系统按正比模式工作时，情况有所不同，即使式(7)条件成立，束团受反阻尼作用的几率也等于受阻尼作用的几率. 可是这时阻尼电压正比于束测讯号，所以在受反阻尼作用时，反阻尼电压正比于 $|d|-|u_{p,n}|$，而当受阻尼作用时，阻尼电压正比于 $|d|+|u_{p,n}|$. 由于阻尼电压大于反阻尼电压，即使式(7)条件成立，甚至

$$(A_n\beta_p)^{1/2}<|d| \tag{8}$$

时，仍继续起阻尼作用. 只是所需要的功率容量要加大，因为最大阻尼电压将是 $K[(A_n\beta_p)^{1/2}+|d|]$ 而不是 $K(A_n\beta_p)^{1/2}$. 功率容量将增大 $(\sqrt{A_n\beta_p}+|d|)^2/A_n\beta_p$ 倍. 下面将分析在此情况下，相干振荡的情况[1,4].

阻尼系统对 $u'_{p,n}$ 的校正量正比于束测讯号 $e_{p,n}$，即

$$\delta u'_{p,n}=-K(u_{p,n}+d). \tag{9}$$

所以，经过阻尼装置后，束团第 n 次通过阻尼装置时的向量 $U_{k,n}$ 如下式所示:

$$U_{k,n}=M_{pk}U_{p,n}-K\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix}\left(U_{p,n}+\begin{pmatrix}d\\0\end{pmatrix}\right). \tag{10}$$

束团第$(n+1)$次通过束测装置时，向量 $U_{p,n+1}$ 将是

$$U_{p,n+1}=M_{kp}U_{k,n}=M_{kp}\left[M_{pk}U_{p,n}-K\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix}U_{p,n}-K\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}d\\0\end{pmatrix}\right]. \tag{11}$$

上二式中 M_{pk} 和 M_{kp} 分别是从束测装置到阻尼装置及从阻尼装置到束测装置的横向转换矩阵. 式(11)可简化成

$$U_{p,n+1}=\begin{pmatrix} m_{11}-Ka & m_{12} \\ m_{12}-Kb & m_{22} \end{pmatrix} U_{p,n}-Kd\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}. \tag{12}$$

式中 m_{11}、m_{12}、m_{21}、m_{22} 是没有阻尼作用时一圈横向转换矩阵 M_0 的矩阵元，

$$M_0=M_{kp}M_{pk}=\begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{pmatrix}. \tag{13}$$

a、b 的表示式是

$$a=\sqrt{\beta_p\beta_k}\,\sin\varphi_{kp}, \tag{14}$$

$$b=\sqrt{\frac{\beta_k}{\beta_p}}\,(\cos\varphi_{kp}-\alpha_p\sin\varphi_{kp}). \tag{15}$$

上二式中，φ_{kp} 是从阻尼装置到束测装置的横向振荡相移，β_p、α_p 和 β_k 分别是束测装置处及阻尼装置处的 Twiss 参数.

式(12)所描述的运动可分解为两部分，即闭轨畸变 U_c 及相对于畸变后的闭轨所进行的相干振荡 $\widetilde{U}_{p,n}$. 即

$$U_{p,n}=\widetilde{U}_{p,n}+U_c. \tag{16}$$

其中

$$\boldsymbol{U}_c=\begin{pmatrix} u_c \\ u_c' \end{pmatrix}, \tag{17}$$

$$\widetilde{U}_{p,n}=\begin{pmatrix} \widetilde{u}_{p,n} \\ \widetilde{u}'_{p,n} \end{pmatrix}. \tag{18}$$

把式(16—18)代入式(12)，便得到

$$\widetilde{U}_{p,n+1}=\begin{pmatrix} m_{11}-Ka & m_{12} \\ m_{21}-Kb & m_{22} \end{pmatrix}\widetilde{U}_{p,n}, \tag{19}$$

$$\begin{pmatrix} 1-m_{11}+Ka & -m_{12} \\ -m_{21}+Kb & 1-m_{22} \end{pmatrix}U_c=-Kd\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}. \tag{20}$$

式(19)就是文献[2]中的式(8). 式(19)表明，除功率容量增大一个因子外，相干振荡阻尼情况和没有束测误差时一样. 对于束测误差 d 导致的闭轨畸变 U_c，从式(20)可求得

$$u_c=\frac{-Kd[a(1-m_{22})+bm_{12}]}{(1-m_{11}+Ka)(1-m_{22})+m_{12}(-m_{21}+Kb)}, \tag{21}$$

$$u_c'=\frac{(1-m_{11}+Ka)u_c+Kda}{m_{12}}. \tag{22}$$

把式(14，15)及 M_0 的矩阵元的表示式代入以上二式，化简后得到

$$u_c=\frac{-K\sqrt{\beta_p\beta_k}\,(\sin\varphi_{kp}+\sin\varphi_{pk})d}{2(1-\cos\mu_0)+K\sqrt{\beta_p\beta_k}\,(\sin\varphi_{kp}+\sin\varphi_{pk})}, \tag{23}$$

$$u_c' = \frac{-K\sqrt{\beta_p\beta_k}\,[(\cos\varphi_{kp}-\cos\varphi_{pk})-\alpha_p(\sin\varphi_{kp}+\sin\varphi_{pk})]d}{\beta_p[2(1-\cos\mu_0)+K\sqrt{\beta_p\beta_k}\,(\sin\varphi_{kp}+\sin\varphi_{pk})]}. \tag{24}$$

式中 μ_0 是一圈内横向振荡相移，φ_{pk} 是从束测装置到阻尼装置的横向相移，$\varphi_{pk}=\mu_0-\varphi_{kp}$.

闭轨畸变所对应的 Courant-Snyder 不变量 A_c 是

$$A_c=(\gamma_p u_c^2+2\alpha_p u_c u_c'+\beta_p u_c'^2), \tag{25}$$

把式(23，24)代入上式，化简后得到

$$A_c=\left[\frac{K\sqrt{\beta_p\beta_k}\,d}{2\sin\frac{\mu_0}{2}+K\sqrt{\beta_p\beta_k}\cos\left(\frac{\mu_0}{2}-\varphi_{pk}\right)}\right]^2\frac{1}{\beta_p}. \tag{26}$$

一般情况下，A_c 的数量级是 $\left(\frac{K\sqrt{\beta_p\beta_k}\,d}{\sqrt{\beta_p}}\right)^2$，除非加速器工作在整数共振附近，阻尼速度是每圈 $\frac{1}{2}K\sqrt{\beta_p\beta_k}\sin\varphi_{pk}$ [1, 2]. 横向阻尼速度一般为每圈百分之几，所以 A_c 是一个小量，闭轨畸变 u_c 一般是 $K\sqrt{\beta_p\beta_k}\,d$ 的量级，是一微小量.

当加速器工作在整数共振附近时，情况有所不同，这时 $\cos\mu_0\approx 1$. 可令 $\mu_0=2m\pi+\delta$，其中 $|\delta|\ll 1$. 为了提高阻尼效果，选择束测装置和阻尼装置位置时，要尽量使 $|\sin\varphi_{pk}|=1$[1,2]. 即 $\varphi_{pk}=(2n+1)\frac{\pi}{2}+\varepsilon$，其中 $|\varepsilon|\ll 1$. 在此情况下，

$$A_c=\left\{\frac{K\sqrt{\beta_p\beta_k}\,d}{\sqrt{\beta_p}}\right\}^2\left\{\frac{1}{(-1)^m\delta+K(-1)^{m-n}\left(\frac{\delta}{2}-\varepsilon\right)\sqrt{\beta_p\beta_k}}\right\}^2. \tag{27}$$

文献 [1] 的结果表明，$K\sqrt{\beta_p\beta_k}$ 应满足以下关系：

$$k_2\leqslant K\sqrt{\beta_p\beta_k}\leqslant k_1, \tag{28}$$

而

$$k_1,\ k_2=\pm\frac{2\sin\mu_0}{1\mp\cos\varphi_{pk}}. \tag{29}$$

当 $\mu_0=2m\pi+\delta$，$\varphi_{pk}=(2n+1)\frac{\pi}{2}+\varepsilon$，且 $|\delta|$ 及 $|\varepsilon|$ 均 $\ll 1$ 时，则

$$k_1,\ k_2\simeq\pm 2|\delta|. \tag{30}$$

把上式代入式(27)，忽略 δ，ε 的二次项，
得到

$$A_c\leqslant\frac{(2d)^2}{\beta_p}.$$

这时，闭轨畸变的量级约为$2d$，是值得注意的畸变. 但在一般情况下，加速器工作点远离整数共振，则束测误差的效果主要是降低了阻尼速度.

参考文献

[1] Jianming Xu et al., BNL report AD/RHIC-74, July 1990.
[2] Jianming Xu et al., BNL report BNL-45356 and 1991 IEEE PAC San Francisco, P. 1422.
[3] 徐建铭, 高能物理与核物理, 19 (1995) 567.
[4] Jianming Xu et al., BNL report, AD/RHIC-80, 1990.

Effect of Beam Measurement Error on Damping System

Xu Jianming
(*Institute of High Energy Physics, The Chinese Academy of Sciences, Beijing* 100039)
Received 14 November 1994

Abstract

The effect of the beam measurement error on the damping system has been studied. This error will reduce the damping speed and induce a closed orbit distortion.

Key words damping system of accelerator, beam measurement error, damping speed, damping power.