第19卷 第1期 高能物理与核物理 Vol. 19, No. 1
1995年1月 HIGH ENERGY PHYSICS AND NUCLEAR PHYSICS Jan., 1995

J/ψ 三级二体衰变过程中产生的玻色共振态的研究*

沈齐兴[1)] 郁 宏[1)] 张 霖
(中国科学院高能物理研究所 北京 100039)
1994-02-15收稿

摘　　要

利用推广的矩分析方法讨论了 J/ψ 的三级二体衰变过程，$J/\psi \to V + X$，$X \to P_1 + Y$，$Y \to P_2 + P_3$。除非常特殊的情形外，玻色共振态X的自旋，宇称以及螺旋度振幅之比的值可以通过测量相应的矩而确定。

关键词 推广的矩分析，自旋，宇称，螺旋度振幅。

1 引　　言

胶子球(纯胶子束缚态，gg 或 ggg)，混杂态(既包含夸克，又包含胶子的束缚态，如 $q\bar{q}g$ 或 qqqg)以及四夸克态 ($qq\bar{q}\bar{q}$)等新强子态的存在是量子色动力学 (QCD) 的重要预言[1]。位势模型、口袋模型以及格点规范理论预言，这些新强子态的质量很可能在 1—2.5GeV 的范围内[2]。

J/ψ 衰变被认为是寻找这些新强子态的最理想的过程。因为：(1)由于预言的新强子态的质量在 1—2.5GeV 左右，有可能在 J/ψ 衰变过程中产生；(2)微扰 QCD 理论计算表明，J/ψ 的辐射衰变率约为 7%[2]，而伴随光子产生的主要是自旋-宇称为 $J^{PC}=2^{++}$，0^{-+}和 0^{++}的强子态[3]，它们正好是胶子球的最低能态。(3)微扰 QCD 理论计算也表明，J/ψ 通过三胶子的强子衰变率约为 66%[2]，而最低阶的费曼图是 J/ψ 衰变产生一个普通介子和一个混杂态。(4)对于 e^+e^- 对撞产生的 J/ψ 粒子，在 e^+e^- 质心系中，它的四动量是完全确定的，$(E,\boldsymbol{p})=(m_J,\boldsymbol{0})$；$J/\psi$ 的极化也是确定的，即螺旋度 0 没有贡献，而螺旋度±1具有相同的几率。另外，J/ψ 是一个正反粲夸克的束缚态，即所谓的纯 $SU(3)$ 味单态。所有这些性质有利于确定 J/ψ 衰变产生的终态强子的性质。

十多年来，Mark II、Crystal Ball、Mark III、DM2 以及北京正负电子对撞机上工作的 BES 等实验组先后开展了一系列从 J/ψ 衰变过程中寻找并确认新强子态的工作。迄今至少已发现三个新强子态的候选者，它们是 Mark II 首先发现的 $\iota/\eta(1440)$[4]，Crystal Ball 首先发现的 $\theta/f_2(1720)/f_0(1710)$[5] 以及 Mark III 发现的 $\xi(2230)$[6]。但

* 国家自然科学基金和中国科学院 LWTZ-1298 经费资助。
1) 中国科学院理论物理研究所客座研究人员。

它们的许多性质至今仍未完全确定．例如，$\iota/\eta(1440)$ 附近可能存在三个共振态，而不仅仅是 ι 一个态[7]；θ 粒子的自旋是 0 还是 2，或者有 2^{++}加 0^{++}的复杂结构，还有待实验的进一步检验；BES 的初步结果虽然从 $J/\psi\to\gamma K\bar{K},\gamma\pi\pi,\ \gamma p\bar{p}$ 三个反应道证实了 ξ 粒子的存在，但仅仅依靠已获得的 900 万个 J/ψ 事例，利用原有的螺旋度振幅分析方法还难以确定 ξ 粒子的自旋是 2 还是 4.

正如文献[8]中指出的，系统地研究 J/ψ 的三级二体衰变过程

$$e^+ + e^- \to J/\psi \to \gamma + X, X\to P_1 + Y, Y\to P_2 + P_3, \tag{1}$$

和

$$e^+ + e^- \to J/\psi \to V + X, X\to P_1 + Y, Y\to P_2 + P_3, \tag{2}$$

（其中 V 是矢量介子，P_i 为赝标介子），为了解玻色共振态 X 的性质拓宽了研究途径，有助于对新强子态的研究．文献[8]用角分布分析方法对上述过程进行了讨论．结果表明，在粒子 Y 被认定的情况下，可以通过实验对角分布的拟合，确定玻色共振态 X 的自旋、宇称和螺旋度振幅比.

一些实验分析表明，用推广的矩分析方法[9]比用角分布分析方法能更有效地确定共振态的性质，特别是在事例数不太多和有多个态干涉的情况下[10]．因此，本文用推广的矩分析方法对过程(1)和(2)进行讨论．结果表明，通过对矩的测量，除了非常特殊的情形外，可以方便地区分玻色共振态 X 的自旋和宇称；另外，由于每个螺旋度振幅比可以独立地用矩表达，因此测量更容易，也有利于减小测量误差.

2　公式推导和讨论

假定过程(2)中的粒子 Y 是普通介子，因为它衰变成二个赝标介子，它的自旋、宇称 $J_Y^{P_Y C_Y}$ 只能是 $0^{++},1^{--},2^{++}$．由于篇幅所限，本文只讨论二种比较常见的情况，即 $J_Y^{P_Y}=0^+,1^-$.

选取 e^+e^- 质心系，入射正电子方向为 z 轴，并使矢量介子 V 在 x-z 平面中．在此坐标系中，有如下矩阵元：

$$\langle V_{\lambda_V} X_{\lambda_X} | T_1 | \psi_{\lambda_J}\rangle \sim A_{\lambda_V,\lambda_X} D^{1*}_{\lambda_J,\lambda_V-\lambda_X}(0,\theta_V,0),$$

$$\langle P_1 Y_{\lambda_Y} | T_2 | X_{\lambda_X}\rangle \sim B^{J_X}_{\lambda_Y,0} D^{J_X*}_{\lambda_X,\lambda_Y}(\phi_1,\theta_1,-\phi_1),$$

$$\langle P_2 P_3 | T_3 | Y_{\lambda_Y}\rangle \sim D^{J_Y*}_{\lambda_Y,0}(\phi_2,\theta_2,-\phi_2), \tag{3}$$

以及

$$I_{\lambda_J,\lambda_J'}(\theta_V) \sim \frac{1}{4}\sum_{r,r'} \langle \psi_{\lambda_J}|T|e^-_r e^+_{r'}\rangle \langle \psi_{\lambda_J'}|T|e^-_r e^+_{r'}\rangle^* \sim 2|\boldsymbol{p}_-|^2 \delta_{\lambda_J,\lambda_J'}\delta_{\lambda_J,\pm1}. \tag{4}$$

其中 θ_V 是矢量介子 V 和入射正电子方向之间的夹角，其它符号的意义已在文献[8]中说明．因此在 e^+e^- 质心系中过程(2)的角分布公式可以写成：

$$W(\theta_V,\theta_1,\phi_1,\theta_2,\phi_2) \sim \sum_{\lambda_J=\pm1,\lambda_V,\lambda_X,\lambda_X',\lambda_Y,\lambda_Y'} A_{\lambda_V,\lambda_X} A^*_{\lambda_V,\lambda_X'} B^{J_X}_{\lambda_Y,0}$$

$$\cdot B^{J_X*}_{\lambda_Y',0} D^{1*}_{\lambda_J,\lambda_V-\lambda_X}(0,\theta_V,0) D^{1}_{\lambda_J,\lambda_V-\lambda_X'}(0,\theta_V,0) D^{J_X*}_{\lambda_X\lambda_Y}(\phi_1,\theta_1,-\phi_1)$$

$$\cdot D^{J_X}_{\lambda_X,\lambda'_Y}(\phi_1,\theta_1,-\phi_1)D^{J_X^*}_{\lambda_Y,0}(\phi_2,\theta_2,-\phi_2)D^{J_Y}_{\lambda'_Y,0}(\phi_2,\theta_2,-\phi_2). \tag{5}$$

定义如下的矩:

$$M(jlmin)=\int d\theta_V\sin\theta_V d\phi_1 d\theta_1\sin\theta_1 d\phi_2 d\theta_2\sin\theta_2 D^j_{0,-m}(0,\theta_V,0)$$
$$\cdot D^l_{m,n}(\phi_1,\theta_1,-\phi_1)D^i_{n,0}(\phi_2,\theta_2,-\phi_2)W(\theta_V,\theta_1,\phi_1,\theta_2,\phi_2). \tag{6}$$

积去全部角度后可得

$$M(jlmin)\sim\sum_{\lambda_J=\pm1,\lambda_V,\lambda_X,\lambda'_X,\lambda_Y,\lambda'_Y}A_{\lambda_V,\lambda_X}A^*_{\lambda_V,\lambda'_X}B^{J_X}_{\lambda_Y,0}B^{J_X^*}_{\lambda'_Y,0}$$
$$\cdot\langle 1\lambda_J j0|1\lambda_J\rangle\langle 1\lambda_V-\lambda'_X j-m|1\lambda_V-\lambda_X\rangle\langle J_X\lambda'_X lm|J_X\lambda_X\rangle$$
$$\cdot\langle J_X\lambda'_Y ln|J_X\lambda_Y\rangle\langle J_Y\lambda'_Y in|J_Y\lambda_Y\rangle\langle J_Y0i0|J_Y0\rangle. \tag{7}$$

其中 $\langle j_1m_1j_2m_2|jm\rangle$ 表示 C-G 系数。

下面对 $J_Y^{P_Y}=0^+,1^-$ 两种情况分别进行讨论。

2.1 $J_Y^{P_Y}=0^+$

这时宇称守恒给出如下关系:

$$A_{\lambda_V,\lambda_X}=P_X(-1)^{J_X}A_{-\lambda_V,-\lambda_X}$$
$$B^{J_X}_{0,0}=-P_X(-1)^{J_X}B^{J_X}_{0,0}. \tag{8}$$

其中 $\lambda_V=0,\pm1,\lambda_X=0,\pm1,\cdots,J_X$。

因此,对于 $J_X^{P_X}=0^+,1^-,2^+$ 的X共振态,过程(2)被禁戒。最低的可能的态是具有 $J_X^{P_X}=0^-,1^+$和2^-的态。

2.1.1 $J_X^{P_X}=0^-$

这时只有二个不为零的矩

$$M(00000)\sim4|A_{1,0}|^2|B^0_{0,0}|^2,$$
$$M(20000)\sim\frac{2}{5}|A_{1,0}|^2|B^0_{0,0}|^2. \tag{9}$$

2.1.2 $J_X^{P_X}=1^+$

由(8)式,这时过程 $J/\psi\to V+X$ 有三个独立的螺旋度振幅: $A_{1,0},A_{1,1}$ 和 $A_{0,1}$,而过程 $X\to P_1+Y$ 只有一个螺旋度振幅 $B^1_{0,0}$。有如下矩:

$$M(00000)\sim4(|A_{1,1}|^2+|A_{1,0}|^2+|A_{0,1}|^2)|B^1_{0,0}|^2,$$
$$M(02000)\sim-\frac{4}{5}(|A_{1,1}|^2-2|A_{1,0}|^2+|A_{0,1}|^2)|B^1_{0,0}|^2,$$
$$M(20000)\sim\frac{2}{5}(-2|A_{1,1}|^2+|A_{1,0}|^2+|A_{0,1}|^2)|B^1_{0,0}|^2,$$
$$M(22000)\sim\frac{2}{25}(2|A_{1,1}|^2+2|A_{1,0}|^2-|A_{0,1}|^2)|B^1_{0,0}|^2,$$
$$M(22\pm100)\sim\frac{6}{25}\mathrm{Re}(A_{1,1}A^*_{1,0})|B^1_{0,0}|^2,$$
$$M(22\pm200)\sim\frac{6}{25}|A_{0,1}|^2|B^1_{0,0}|^2. \tag{10}$$

2.1.3　$J_X^{P_X} = 2^-$

当 $J_X = 2$ 时，$J/\psi \to V + X$ 有四个独立的螺旋度：$A_{1,0}, A_{1,1}, A_{1,2}$ 和 $A_{0,1}$，由(7)式可以得到如下的矩：

$$M(00000) \sim 4(|A_{1,2}|^2 + |A_{1,1}|^2 + |A_{1,0}|^2 + |A_{0,1}|^2)|B_{0,0}^2|^2,$$

$$M(02000) \sim -\frac{4}{7}(2|A_{1,2}|^2 - |A_{1,1}|^2 - 2|A_{1,0}|^2 - |A_{0,1}|^2)|B_{0,0}^2|^2,$$

$$M(20000) \sim \frac{2}{5}(|A_{1,2}|^2 - 2|A_{1,1}|^2 + |A_{1,0}|^2 + |A_{0,1}|^2)|B_{0,0}^2|^2,$$

$$M(22000) \sim -\frac{2}{35}(2|A_{1,2}|^2 + 2|A_{1,1}|^2 - 2|A_{1,0}|^2 - |A_{0,1}|^2)|B_{0,0}^2|^2,$$

$$M(22\pm100) \sim \frac{2\sqrt{3}}{35}\mathrm{Re}(A_{1,1}A_{1,0}^* - \sqrt{6}A_{1,2}A_{1,1}^*)|B_{0,0}^2|^2,$$

$$M(22\pm200) \sim \frac{2}{35}[3|A_{0,1}|^2 - 2\sqrt{6}\mathrm{Re}(A_{1,2}A_{1,0}^*)]|B_{0,0}^2|^2,$$

$$M(24000) \sim \frac{2}{105}(|A_{1,2}|^2 + 8|A_{1,1}|^2 + 6|A_{1,0}|^2 - 4|A_{0,1}|^2)|B_{0,0}^2|^2,$$

$$M(24\pm100) \sim \frac{2}{21}\sqrt{\frac{3}{5}}\mathrm{Re}(\sqrt{6}A_{1,1}A_{1,0}^* + A_{1,2}A_{1,1}^*)|B_{0,0}^2|^2,$$

$$M(24\pm200) \sim \frac{4}{21}\sqrt{\frac{3}{5}}\left[|A_{0,1}|^2 + \sqrt{\frac{3}{2}}\mathrm{Re}(A_{1,2}A_{1,0}^*)\right]|B_{0,0}^2|^2. \tag{11}$$

因此，在 $J_Y^{P_Y} = 0^+$ 的情况下，能比较容易地确定玻色共振态 X 的自旋-宇称 $J_X^{P_X}$。这是因为对于 $J_X^{P_X} = 0^-$，所有 l 等于 2 和 4 的矩都为零，而且满足关系

$$M(00000) = 10M(20000). \tag{12}$$

而对于 $J_X^{P_X} = 1^+$ 和 2^-，不能同时满足这些性质。因此通过对矩的测量，0^- 共振态很容易被区分出来。为了区分 $J_X^{P_X} = 1^+$ 和 2^- 的共振态，首先测量 $l = 4$ 的矩，只要有一个 $l = 4$ 的矩不为零，则有 $J_X^{P_X} = 2^-$；如果所有 $l = 4$ 的矩都等于零，这时只要 $A_{1,1} \neq 0$，下面二个关系式可以用来区分 X 的自旋-宇称是 1^+ 还是 2^-：

$$\frac{M(00000) - 7M(02000) - 10M(20000) + 70M(22000)}{M(00000) - 10M(20000)} = \begin{cases} 0 & 对\ 2^- \\ \frac{12}{5} & 对\ 1^+ \end{cases} \tag{13}$$

$$\frac{M(00000) + 5M(02000) - 10M(20000) - 50M(22000)}{7M(02000) - 70M(22000)} = \begin{cases} \frac{12}{7} & 对\ 2^- \\ 0 & 对\ 1^+ \end{cases} \tag{14}$$

如果 $A_{1,1} = 0$，但 $2|A_{1,0}|^2 \neq |A_{0,1}|^2$，则可用如下关系式将 1^+ 态和 2^- 态区分开：

$$\frac{2M(00000) + 5M(02000) - 50M(22200)}{M(22000)} = \begin{cases} 0 & 对\ 2^- \\ 100 & 对\ 1^+ \end{cases} \tag{15}$$

只有在所有 $l = 4$ 的矩都等于零，同时 $A_{1,1} = 0, 2|A_{1,0}|^2 = |A_{0,1}|^2$ 这种非常特殊的情况下，1^+ 和 2^- 共振态才无法区分开。

定义螺旋度振幅比 x,y,z_1,z_2,ξ_J 和 $\eta_J(J=1,2)$:

$$xe^{i\phi_x}=\frac{A_{1,1}}{A_{1,0}},\quad ye^{i\phi_y}=\frac{A_{1,2}}{A_{1,0}},\quad z_1e^{i\phi_{z_1}}=\frac{A_{0,0}}{A_{1,0}},$$

$$z_2e^{i\phi_{z_2}}=\frac{A_{0,1}}{A_{1,0}},\quad \xi_Je^{i\phi_J}=\frac{B^J_{0,0}}{B^J_{1,0}},\quad \eta_Je^{i\phi'_J}=\frac{B^J_{2,0}}{B^J_{1,0}}. \tag{16}$$

在自旋-宇称确定后,对 1^+共振态 X,其螺旋度振幅比可由以下关系式确定:

$$x^2=\frac{M(00000)-10M(20000)}{M(00000)+5M(02000)},$$

$$z_2^2=\frac{50M(22200)}{M(00000)+5M(02000)},$$

$$x\cos\phi_x=\frac{50M(22100)}{M(00000)+5M(02000)}. \tag{17}$$

对于 $J_X^{P_X}=2^-$, 有

$$x^2=\frac{245}{3T}[M(02000)-10M(22000)],$$

$$y^2=\frac{14}{T}[M(00000)-7M(02000)+15M(24000)+20M(22000)],$$

$$z_2^2=\frac{70}{T}[5M(22200)+2\sqrt{15}M(24200)],$$

$$x\cos\phi_x=\frac{70}{3T}[5\sqrt{3}M(22100)+9\sqrt{10}M(24100)],$$

$$xy\cos(\phi_y-\phi_x)=\frac{70}{T}[\sqrt{15}M(24100)-5\sqrt{2}M(22100)]. \tag{18}$$

其中

$$T=7M(00000)-49M(02000)+630M(24000)+840M(22000). \tag{19}$$

2.2 $J_Y^{P_Y}=1^-$

这时宇称守恒给出

$$A_{\lambda_Y,\lambda_X}=P_X(-1)^{J_X}A_{-\lambda_Y,-\lambda_X}$$

$$B^{J_X}_{\lambda_Y,0}=-P_X(-1)^{J_X}B^{J_X}_{-\lambda_Y,0}. \tag{20}$$

因此只有 $J_X^{P_X}=0^+$ 时过程(2)被禁戒。

2.2.1 $J_X^{P_X}=0^-$

这时有如下四个矩:

$$M(00000)\sim 4|A_{1,0}|^2|B^0_{0,0}|^2,$$

$$M(00020)\sim\frac{8}{5}|A_{1,0}|^2|B^0_{0,0}|^2,$$

$$M(20000)\sim\frac{2}{5}|A_{1,0}|^2|B^0_{0,0}|^2,$$

$$M(20020) \sim \frac{4}{25}|A_{1,0}|^2|B^0_{0,0}|^2. \tag{21}$$

2.2.2　$J^{P_X}_X = 1^-$

由于宇称守恒导致的关系式(20)，过程 $J/\psi \to V + X$ 有四个独立的螺旋度振幅：$A_{1,0}, A_{1,1}, A_{0,0}$ 和 $A_{0,1}$，而过程 $X \to P_1 + Y$ 仍只有一个独立的螺旋度振幅 $B^1_{1,0}$。由(7)式可得 16 个矩，下面只给出后面要用到的 8 个矩：

$$M(00000) \sim 4(2|A_{1,1}|^2 + 2|A_{1,0}|^2 + |A_{0,0}|^2 + 2|A_{0,1}|^2)|B^1_{1,0}|^2,$$

$$M(02000) \sim \frac{4}{5}(|A_{1,1}|^2 - 2|A_{1,0}|^2 - |A_{0,0}|^2 + |A_{0,1}|^2)|B^1_{1,0}|^2,$$

$$M(02020) \sim -\frac{4}{25}(|A_{1,1}|^2 - 2|A_{1,0}|^2 - |A_{0,0}|^2 + |A_{0,1}|^2)|B^1_{1,0}|^2,$$

$$M(02022) \sim \frac{12}{25}(|A_{1,1}|^2 - 2|A_{1,0}|^2 - |A_{0,0}|^2 + |A_{0,1}|^2)|B^1_{1,0}|^2,$$

$$M(20000) \sim \frac{4}{5}(-2|A_{1,1}|^2 + |A_{1,0}|^2 - |A_{0,0}|^2 + |A_{0,1}|^2)|B^1_{1,0}|^2,$$

$$M(22000) \sim -\frac{2}{25}(2|A_{1,1}|^2 + 2|A_{1,0}|^2 - 2|A_{0,0}|^2 - |A_{0,1}|^2)|B^1_{1,0}|^2,$$

$$M(22100) \sim \frac{6}{25}\mathrm{Re}[A_{0,1}A^*_{0,0} - A_{1,1}A^*_{1,0}]|B^1_{1,0}|^2,$$

$$M(22200) \sim \frac{6}{25}|A_{0,1}|^2|B^1_{1,0}|^2. \tag{22}$$

2.2.3　$J^{P_X}_X = 1^+$

宇称守恒关系式 (20) 给出 $A_{0,0} = 0$，过程 $X \to P_1 + Y$ 有二个独立振幅 $B^1_{1,0}$ 和 $B^1_{0,0}$，总共有21个矩，下面给出其中的 7 个矩：

$$M(02020) \sim -\frac{4}{25}(|A_{1,1}|^2 - 2|A_{1,0}|^2 + |A_{0,1}|^2)(|B^1_{1,0}|^2 + 2|B^1_{0,0}|^2),$$

$$M(02022) \sim -\frac{12}{25}(|A_{1,1}|^2 - 2|A_{1,0}|^2 + |A_{0,1}|^2)|B^1_{1,0}|^2,$$

$$M(22022) \sim \frac{6}{125}(2|A_{1,1}|^2 + 2|A_{1,0}|^2 - |A_{0,1}|^2)|B^1_{1,0}|^2,$$

$$M(22100) \sim -\frac{6}{25}\mathrm{Re}[A_{1,1}A^*_{1,0}](|B^1_{1,0}|^2 - |B^1_{0,0}|^2),$$

$$M(22121) \sim \frac{18}{125}\mathrm{Re}[A_{1,1}A^*_{1,0}]\mathrm{Re}[B^1_{1,0}B^{1*}_{0,0}],$$

$$M(22122) \sim \frac{18}{125}\mathrm{Re}[A_{1,1}A^*_{1,0}]|B^1_{1,0}|^2,$$

$$M(22222) \sim \frac{18}{125}|A_{0,1}|^2|B^1_{1,0}|^2. \tag{23}$$

2.2.4 $J_X^{P_X}=2^+$

这时总共有 28 个矩,其中下面给出的 10 个矩是后面要用到的:

$$M(00000)\sim 4(2|A_{1,1}|^2+2|A_{1,0}|^2+|A_{0,0}|^2+2|A_{0,1}|^2+2|A_{1,2}|^2)|B_{1,0}^2|^2,$$

$$M(02000)\sim \frac{4}{7}(|A_{1,1}|^2+2|A_{1,0}|^2+|A_{0,0}|^2+|A_{0,1}|^2-2|A_{1,2}|^2)|B_{1,0}^2|^2,$$

$$M(02022)\sim -\frac{12}{35}(|A_{1,1}|^2+2|A_{1,0}|^2+|A_{0,0}|^2+|A_{0,1}|^2-2|A_{1,2}|^2)|B_{1,0}^2|^2,$$

$$M(20000)\sim \frac{4}{5}(-2|A_{1,1}|^2+|A_{1,0}|^2-|A_{0,0}|^2+|A_{0,1}|^2+|A_{1,2}|^2)|B_{1,0}^2|^2,$$

$$M(22000)\sim -\frac{2}{35}(2|A_{1,1}|^2-2|A_{1,0}|^2+2|A_{0,0}|^2-|A_{0,1}|^2+2|A_{1,2}|^2)|B_{1,0}^2|^2,$$

$$M(22200)\sim -\frac{2}{35}[2\sqrt{6}\,\mathrm{Re}(A_{1,2}A_{1,0}^*)+3|A_{0,1}|^2]|B_{1,0}^2|^2,$$

$$M(22100)\sim \frac{2\sqrt{3}}{35}\mathrm{Re}[A_{1,1}A_{1,0}^*-A_{0,1}A_{0,0}^*-\sqrt{6}A_{1,1}A_{1,2}^*]|B_{1,0}^2|^2,$$

$$M(04000)\sim \frac{16}{63}(4|A_{1,1}|^2-6|A_{1,0}|^2-3|A_{0,0}|^2+4|A_{0,1}|^2-|A_{1,2}|^2)|B_{1,0}^2|^2,$$

$$M(24100)\sim -\frac{8}{21}\sqrt{\frac{2}{5}}\mathrm{Re}\left[A_{1,1}A_{1,0}^*-A_{0,1}A_{0,0}^*+\frac{1}{\sqrt{6}}A_{1,2}A_{1,1}^*\right]|B_{1,0}^2|^2,$$

$$M(24200)\sim -\frac{8}{21}\sqrt{\frac{2}{5}}\left[\mathrm{Re}(A_{1,2}A_{1,0}^*)-\frac{\sqrt{6}}{3}|A_{0,1}|^2\right]|B_{1,0}^2|^2. \tag{24}$$

2.2.5 $J_X^{P_X}=2^-$

当 $J_Y^{P_Y}=1^-$,$J_X^{P_X}=2^-$ 时,由于 $A_{0,0}=0$, $B_{0,0}^2\neq 0$, 过程 $J/\psi\to V+X$ 和 $X\to P_1+Y$ 分别有 4 个和 2 个独立的螺旋度振幅,这时共有 39 个矩,其中后面用到如下14个矩:

$$M(00000)\sim 4(|A_{1,1}|^2+|A_{1,0}|^2+|A_{0,1}|^2+|A_{1,2}|^2)(2|B_{1,0}^2|^2+|B_{0,0}^2|^2),$$

$$M(00020)\sim -\frac{8}{5}(|A_{1,1}|^2+|A_{1,0}|^2+|A_{0,1}|^2+|A_{1,2}|^2)(|B_{1,0}^2|^2-|B_{0,0}^2|^2),$$

$$M(02000)\sim \frac{4}{7}(|A_{1,1}|^2+2|A_{1,0}|^2+|A_{0,1}|^2-2|A_{1,2}|^2)(|B_{1,0}^2|^2+|B_{0,0}^2|^2),$$

$$M(02020)\sim -\frac{4}{35}(|A_{1,1}|^2+2|A_{1,0}|^2+|A_{0,1}|^2-2|A_{1,2}|^2)\times(|B_{1,0}^2|^2-2|B_{0,0}^2|^2),$$

$$M(02021)\sim \frac{4\sqrt{3}}{35}(|A_{1,1}|^2+2|A_{1,0}|^2+|A_{0,1}|^2-2|A_{1,2}|^2)\mathrm{Re}(B_{1,0}^2B_{0,0}^{2*}),$$

$$M(02022)\sim \frac{12}{35}(|A_{1,1}|^2+2|A_{1,0}|^2+|A_{0,1}|^2-2|A_{1,2}|^2)|B_{1,0}^2|^2,$$

$$M(04022)\sim -\frac{8\sqrt{15}}{315}(4|A_{1,1}|^2-6|A_{1,0}|^2+4|A_{0,1}|^2-|A_{1,2}|^2)|B_{1,0}^2|^2,$$

$$M(22022) \sim -\frac{6}{175}(2|A_{1,1}|^2 - 2|A_{1,0}|^2 - |A_{0,1}|^2 + 2|A_{1,2}|^2)|B_{1,0}^2|^2,$$

$$M(22122) \sim \frac{6\sqrt{3}}{175}\mathrm{Re}[A_{1,1}A_{1,0}^* - \sqrt{6}A_{1,1}A_{1,2}^*]|B_{1,0}^2|^2,$$

$$M(22200) \sim -\frac{2}{35}[2\sqrt{6}\mathrm{Re}(A_{1,2}A_{1,0}^*) - 3|A_{0,1}|^2](|B_{1,0}^2|^2 + |B_{0,0}^2|^2),$$

$$M(22220) \sim \frac{2}{175}[2\sqrt{6}\mathrm{Re}(A_{1,2}A_{1,0}^*) - 3|A_{0,1}|^2](|B_{1,0}^2|^2 - 2|B_{0,0}^2|^2),$$

$$M(22222) \sim -\frac{6}{175}[2\sqrt{6}\mathrm{Re}(A_{1,2}A_{1,0}^*) - 3|A_{0,1}|^2]|B_{1,0}^2|^2,$$

$$M(24122) \sim \frac{4}{35}\sqrt{\frac{2}{3}}\mathrm{Re}\left[A_{1,1}A_{1,0}^* + \frac{1}{\sqrt{6}}A_{1,1}A_{1,2}^*\right]|B_{1,0}^2|^2,$$

$$M(24222) \sim \frac{4}{35}\sqrt{\frac{2}{3}}\left[\mathrm{Re}(A_{1,0}A_{1,2}^*) + \frac{\sqrt{6}}{3}|A_{0,1}|^2\right]|B_{1,0}^2|^2. \tag{25}$$

从(21—25)式看到，对于 $J_X^{P_X} = 0^-$ 的共振态，有一个明显的特点，即所有 $l > 0$，$m > 0$ 及 $n > 0$ 的矩全为零，而且仅有的四个不为零的矩之间有一个简单的关系：

$$2M(00000) = 5M(00020) = 20M(20000) = 50M(20020). \tag{26}$$

而对于 $J_X^{P_X} = 1^\pm, 2^\pm$，都不可能同时满足上述关系。因此通过矩的测量，0^-态可以很容易地区分出来。因为对于 $J_X = 1$，所有 $l > 2$ 的矩都等于零，而对于2^-态，有 18 个 $l > 2$ 的矩，对于 2^+态，有 12 个 $l > 2$ 的矩，只要有一个 $l > 2$ 的矩的测量值不为零，这个共振态的自旋一定是 2。在自旋确定之后，利用如下二个矩的关系式，可以很方便地确定共振态 X 的宇称

$$\frac{M(02020)}{M(02022)} = \begin{cases} -\dfrac{1}{3} & \text{对 } J_X^{P_X} = 1^- \\ \dfrac{1}{3}(1 + 2\xi_1^2) \geqslant \dfrac{1}{3} & \text{对 } J_X^{P_X} = 1^+ \end{cases} \tag{27}$$

$$\frac{M(02000)}{M(02022)} = \begin{cases} -\dfrac{5}{3} & \text{对 } J_X^{P_X} = 2^+ \\ \dfrac{5}{3}(1 + \xi_2^2) \geqslant \dfrac{5}{3} & \text{对 } J_X^{P_X} = 2^- \end{cases} \tag{28}$$

在自旋-宇称确定后，通过对矩的测量可得螺旋度振幅比。对 $J_X^{P_X} = 1^-$，有

$$x^2 = \frac{1}{T_1}[M(00000) - 10M(20000) + 5M(02000) - 50M(22000)],$$

$$z_1^2 = \frac{1}{T_1}[M(00000) - 10M(20000) - 10M(02000) + 100M(22000)],$$

$$z_2^2 = \frac{150}{T_1}M(22200),$$

$$z_1z_2\cos(\phi_{z_1} - \phi_{z_2}) - x\cos\phi_x = \frac{150}{T_1}M(22100). \tag{29}$$

其中

$$T_1 = M(00000) + 5M(20000) - 10M(02000) - 50M(22000). \tag{30}$$

对 $J_X^{P_X} = 1^+$，可得

$$x^2 = \frac{25}{T_2}[10M(22022) - M(02022)],$$

$$z_2^2 = \frac{250}{T_2}M(22222),$$

$$\xi_1^2 = \frac{3}{5}\frac{M(22100)}{M(22122)} + 1,$$

$$x\cos\phi_x = \frac{250}{T_2}M(22122),$$

$$\xi_1\cos\phi_1 = \frac{M(22121)}{M(22122)}. \tag{31}$$

其中

$$T_2 = 25[5M(22022) + M(02022) + 5M(22222)]. \tag{32}$$

对于 $J_X^{P_X} = 2^+$，有

$$x^2 = \frac{5}{4T_3}[M(00000) - 10M(20000) - 7M(02000) + 70M(22000)],$$

$$y^2 = \frac{3}{16T_3}[4M(00000) - 40M(02000) - 9M(04000)],$$

$$z_1^2 = \frac{5}{4T_3}[-M(00000) + 10M(20000) + 14M(02000) - 140M(22000)],$$

$$z_2^2 = \frac{105}{28T_3}[3\sqrt{15}M(24200) - 10M(22200)],$$

$$y\cos\phi_y = -\frac{35}{112T_3}[40\sqrt{6}M(22200) + 27\sqrt{10}M(24200)],$$

$$xy\cos(\phi_y - \phi_x) = -\frac{105}{56T_3}[3\sqrt{15}M(24100) + 20\sqrt{2}M(22100)],$$

$$x\cos\phi_x - z_1z_2\cos(\phi_{z_1} - \phi_{z_2}) = \frac{5}{8T_3}[20\sqrt{3}M(22100) - 27\sqrt{10}M(24100)]. \tag{33}$$

其中

$$T_3 = M(00000) - 5M(02000) - \frac{25}{4}M(20000) + \frac{175}{2}M(22000) - \frac{81}{16}M(04000). \tag{34}$$

最后，当 $J_X^{P_X} = 2^-$ 时，可得如下关系式：

$$x^2 = \frac{1225}{12T_4}[M(02022) - 10M(22022)],$$

$$y^2 = \frac{7}{8T_4}[4M(00000) - 10M(00020) - 100M(02022) + 9\sqrt{15}M(04022)],$$

$$z_2^2 = \frac{175}{2T_4}[9M(24222) + 5M(22222)],$$

$$\xi_2^2 = \frac{M(02000) + 5M(02020)}{5M(02022)},$$

$$x\cos\phi_x = \frac{350\sqrt{3}}{24T_4}[10M(22122) + 27\sqrt{2}M(24122)],$$

$$y\cos\phi_y = \frac{175\sqrt{6}}{24T_4}[-8M(22200) + 20M(22220) + 27M(24222)],$$

$$\xi_2\cos\phi_2 = \frac{\sqrt{3}M(02021)}{M(02022)}. \tag{35}$$

其中

$$T_4 = \frac{7}{4}M(00000) - \frac{35}{8}M(00020) + \frac{175}{4}M(02022) + \frac{189\sqrt{15}}{8}M(04022). \tag{36}$$

3 小　　结

用推广的矩分析方法讨论了 J/ψ 的三级二体衰变过程(2)，对 $J_Y^{P_Y} = 0^+, 1^+$ 和 $J_X^{P_X} = 0^-, 1^\pm, 2^\pm$，给出了相应的矩的表达式。除了非常特殊的情形外，通过对这些矩的测量，玻色共振态X的自旋和宇称可以完全被确定，并可得到相应的螺旋度振幅比的实验值。由于每个螺旋度振幅比独立地用矩给出，因此可以预料推广的矩分析方法比角分布分析方法能使测量更方便，误差更小。

只要令 $A_{0,0} = A_{0,1} = 0$，上面对过程(2)的讨论全部适用于过程(1)。

参　考　文　献

[1] H. Fritszch, P. Minkowski, *Nuovo Cimento*, **30A** (1975) 393;
P. G. O. Freund, Y. Nambu, *Phys. Rev. Lett.*, **34** (1975) 1645;
D. Horn, J. Mandula, *Phys. Rev.*, **D17** (1978) 365;
M. Chanowitz, S. Sharpe, *Nucl. Phys.*, **B222** (1983) 211;
R. L. Jaff, K. Johnson, *Phys. Lett.*, **60B** (1976) 201;
R. L. Jaff, *Phys. Rev.*, **D15** (1977) 267, 281.

[2] L. Kopke, N. Wermes, *Phys. Rep.*, **174** (1989) 67.

[3] A. Billoire et al., *Phys. Lett.*, **80B** (1978) 381;
R. Lacaze, H. Navelet, *Nucl. Phys.*, **B186** (1981) 247.

[4] D. L. Scharre et al., *Phys. Lett.*, **97B** (1980) 329.

[5] C. Edwards et al., *Phys. Rev. Lett.*, **48** (1982) 458.

[6] K. F. Einweiler, SLAC-PUB-3202 (1983).

[7] J. E. Augustin et al., *Phys. Rev.*, **D46** (1992) 1951;
Z. Bai et al., *Phys. Rev. Lett.*, **65** (1990) 2507.

[8] 沈齐兴、郁宏，高能物理与核物理，16(1992)219.

[9] 郁宏,高能物理与核物理,**13**(1989)87.
[10] Liang Ping Chen, SLAC-Report-386 (1991); 祝玉灿,高能物理研究所内部报告.

Study of the Boson Resonance Produced in the Three-Step Two-Body Decay Process of J/ψ

Shen Qixing Yu Hong Zhang Lin
(*Institute of High Energy Physics, The Chinese Academy of Sciences Beijing* 100039)

Received 15 February 1994

Abstract

The three-step two-body decay process of J/ψ, $J/\psi \to V + X$, $X \to P_1 + Y$, $Y \to P_2 + P_3$ is discussed using the generalized moment analysis method. The spin, parity and the ratios of helicity amplitudes of boson resonance X can be determined in terms of the measurement of the corresponding moments except a very special case.

Key word generalised moment analysis, spin, parity, helicity amplitude.