

L3 实验测量 τ 寿命的拟合方法 及其误差讨论*

杨长根 陈和生 金炳年 唐孝威

(中国科学院高能物理研究所 北京 100039)

M. Pohl

(瑞士苏黎世高等理工学院高能物理研究所)

1993年6月9日收到

摘 要

对测量 τ 寿命的碰撞参数法中碰撞参数的符号作了研究后,把碰撞参数为负值的几率放入拟合公式进行 L3 实验数据的 τ 寿命拟合,并利用 L3 结构特别的中心径迹室研究了主要由漂移速度和零时间刻度产生的 τ 寿命测量系统误差。

关键词 碰撞参数,衰变长度,寿命,刻度。

1 引 言

自 τ 轻子发现^[1]以来,很多实验对 τ 的各种性质进行了测量^[2],包括 τ 的质量、寿命、自旋和分支比等。 τ 轻子的质量很大,比质子还重,可以发生的衰变道比较多,是唯一可以衰变到强子的轻子。它的存在从多方面提供了精确检验标准模型和寻找标准模型可能有偏差的极好工具。如可以用 τ 寿命的测量来精确检验标准模型中轻子普适性的假定^[3]。在 LEP 实验和北京谱仪 (BES) 的 τ 质量测量结果^[4]之前, τ 寿命的测量结果与标准模型作轻子普适性假定的预言值相差较大^[5],因此有必要对 τ 轻子的寿命进行更精确的测量。

τ 寿命的测量方法主要有两种。碰撞参数(用 δ 表示)法^[6]用于 τ 衰变到一根带电径迹的情形,测量衰变的末态径迹与 τ 产生顶点在 xy 平面上投影的垂直距离。 δ 与 xy 平面上投影的衰变长度 L_{xy} ,末态径迹与 τ 飞行方向间的夹角 ϕ ,有关系式: $\delta = L_{xy} |\sin \phi|$ 。选择 xy 平面是因为径迹室在此平面的测量精度高。比较蒙特卡罗模拟与实验数据测量的 δ 大小给出 τ 寿命的结果。 τ 对产生点假定在束团碰撞区的中心位置,这个中心位置可以由 $q\bar{q}$ 事例计算。束团碰撞区的大小由 Bhabha 和双 μ 子事例的径迹与束团碰撞区

* 国家自然科学基金资助。

中心位置的距离随 ϕ 角的变化拟合得到^[8]。 δ 的符号定义(如图 1)为: 如果衰变末态粒子沿假定的 τ 母体飞行方向飞行, 符号为正; 反之, 符号为负。

另外一种更直接的测量 τ 寿命的方法是测量从 τ 产生顶点到 τ 衰变顶点之间的距离。它用于 τ 衰变到末态为三个带电径迹的事例。 τ 的产生顶点假设为束团碰撞区的中心点, 对衰变末态的三根带电径迹进行重建, 交点即为 τ 的衰变顶点。计算产生顶点与衰变顶点之间的长度就可以得到 τ 寿命的大小。衰变长度的计算需要综合考虑衰变顶点的计算误差和束团碰撞区大小的误差。

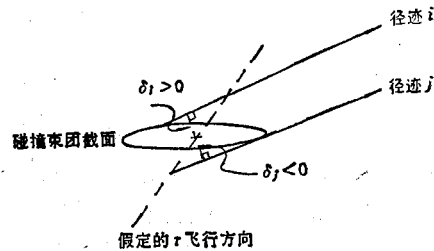


图 1 碰撞参数的符号定义 (xy 平面)

本文着重研究 LEP 加速器上 L3 实验^[6]用改进的碰撞参数法测量 τ 寿命, 并讨论由中心径迹室^[7](时间扩展室, TEC) 的漂移速度和零时间刻度产生的系统误差。

2 L3 的 τ 寿命测量方法

对末态为一根带电径迹的事例, 碰撞参数法仍是基本的 τ 寿命测量方法。我们在对碰撞参数的符号作仔细研究后, 把碰撞参数为负的事例发生几率作为拟合变量放到碰撞参数的拟合公式中去进行拟合。为拟合不对称的碰撞参数分布, 采用了分道最大似然 (Binned Maximum Likelihood) 的拟合方法。

理想情况下, δ 总是正的。 τ 衰变的 δ 分布由衰变寿命的指数分布和探测器顶点位置分辨的高斯分布卷积而得:

$$\mu_i(\delta_i, \sigma_i, \delta_0, s) = \frac{1}{\delta_0 s \sigma_i \sqrt{2\pi}} \int_0^{\infty} e^{-x/\delta} e^{-\frac{(x-\delta_i)^2}{2(\sigma_i)^2}} dx, \quad (1)$$

其中 δ_0 是待拟合母体 τ 的碰撞参数平均值, δ_i 的测量误差为 σ_i , 这个误差会由于径迹拟合时估计的不准而有偏差, 假定估计的不准确程度对所有径迹是相同的, 并用因子 s 表示。测量误差 σ_i 随测量径迹 i 的 ϕ_i 角变化为:

$$\sigma_i^2 = \sigma_{\text{TEC}i}^2 + \sigma_{\text{MS}}^2 + \sigma_x^2 \cos^2 \phi_i + \sigma_y^2 \sin^2 \phi_i, \quad (2)$$

式中 $\sigma_{\text{TEC}i}$ 为径迹 i 的碰撞参数误差, σ_x 和 σ_y 为束团碰撞区在 x 和 y 方向正态分布的标准差。 σ_{MS} 是粒子与敏感束流管道发生多次散射而造成的位置分辨误差, 这个误差对高能量的粒子比较小^[9]。

当 $\delta_0 \ll \sigma_i$ 时, (1) 式可以近似为(略掉 s)^[9]:

$$\mu_i(\delta_i, \sigma_i, \delta_0) = \exp \left[-\frac{(\delta_0 - \delta_i)^2}{2(\sigma_i^2 + \delta_0^2)} \right] / \sqrt{2\pi(\sigma_i^2 + \delta_0^2)}. \quad (3)$$

这个近似式可以清楚地说明 τ 衰变的 δ 分布形式: 粒子的有限寿命使得 δ 的分布平均右移 δ_0 , 分布标准差的平方由 σ_i^2 变宽为 $\sigma_i^2 + \delta_0^2$ 。但用 (3) 式拟合 τ 的 δ 分布结果不好, 因为所用的近似假定 $\delta_0 \ll \sigma_i$ 并不完全与实际衰变一致, τ 的 δ 分布明显带有指数分布的形式, 不能用高斯分布的公式作拟合。

为计算方便,把(1)式改写为:

$$\mu_i(\delta_i, \sigma_i, \delta_0, s) = \frac{1}{2\delta_0} e^{Z^2} \text{erfc}(Z), \quad (4)$$

式中 $Z^2 = \frac{s^2 \sigma_i^2}{2\delta_0^2} - \frac{\delta_i}{\delta_0}$; $Z = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{s\sigma_i}{\delta_0} - \frac{\delta_i}{s\sigma_i} \right)$; $\text{erfc}(Z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_Z^\infty e^{-t^2} dt$, $\text{erfc}(Z)$ 可直接调用 CERN 程序库的子程序计算。

在实验情况下, δ 会出现负值主要原因是: a) τ 对并不总是在对撞区的中心产生, 实际可以是在对撞区高斯分布的任意位置, 若产生的位置离开对撞区的中心足够远 ($> \delta_i$, δ_i 约为几十微米) 时, 末态径迹的 δ 可由正变负; b) 由探测器的位置、角度分辨产生径迹的测量误差, 如果径迹的测量与真实的径迹产生位移, 或径迹的角度有扭转, 则这根径迹的 δ 有可能变负; c) τ 对的飞行方向假定为事例的冲度方面, 而 τ 事例的冲度方向受末态粒子动量分辨、方向分辨和丢失中微子动量的影响, 如果事例的冲度方向与 τ 对飞行方向偏差较大, δ 的符号会改变(如图 2)。a)、b)、c) 三种情形还会相互组合而改变 δ 的符号, 把这个符号变负的几率 $P(P < 1)$ 放到 δ 分布的拟合中去, 因而

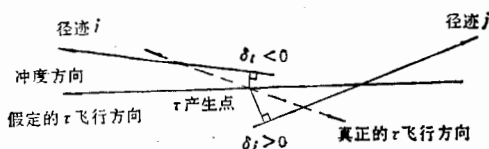


图 2

测量到 δ 为 δ_i 的 τ 衰变几率由(4)式变为:

$$\begin{aligned} \mu_i(\delta_i, \sigma_i, \delta_0, s, P) = & (1 - P) e^{Z^2} \text{erfc}(Z) \frac{1}{2\delta_0} \\ & + P e^{X^2} \text{erfc}(X) \frac{1}{2\delta_0} \end{aligned} \quad (5)$$

式中 $X^2 = \frac{s^2 \sigma_i^2}{2\delta_0^2} + \frac{\delta_i}{\delta_0}$; $X = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{s\sigma_i}{\delta_0} + \frac{\delta_i}{s\sigma_i} \right)$.

(5) 式用 χ^2 的方法拟合的结果不好, 原因是 χ^2 方法一般用来拟合对称分布, 不适合于有指数迭加的分布。选取最大似然函数的拟合方法:

$$L = \prod_{i=1}^N \mu_i(\delta_i, \sigma_i, \delta_0, s, P), \quad (6)$$

N 是用于拟合的事例数。(6) 式随 δ_i 的大小呈指数分布, 变化快。为避免它的极大值拟合以 δ 值大的、分布在尾巴上的事例为主, 使拟合不好, 因而依照事例的多少来进行拟合, 采用分道最大似然函数的拟合方法, 重新定义 L 值:

$$\begin{aligned} \mu_i(\delta_i, \delta_0, s, P) = & \int \mu_i(\delta_i, \sigma_i, \delta_0, s, P) d\sigma_i, \\ L = & \prod_{i=1}^N \mu_i(\delta_i, \delta_0, s, P). \end{aligned}$$

令: $F = -\ln L$, 用 MINUIT 程序包求 L 的极大值, 或者说是 F 的极小值。

在拟合中, 把第一次拟合出的参数 s 和 P 值固定, 单拟合 δ_0 , 由此得到的 δ_0 即为 τ 衰变的碰撞参数。拟合的 s 值接近 1, 说明径迹拟合误差的不准确程度不大, 因此固定 s 为

1. 严格说, s 的值应取拟合值。但它与取 $s = 1$ 的 τ 寿命结果相差 $2fs$, 远小于测量误差。在 LEP 能区和束团尺寸下, P 值由拟合和蒙特卡罗模拟都给出为 0.30。固定 s 和 P 引起的误差将在计算结果的系统误差时计入。

蒙特卡罗模拟和重建后的事例, 也用与数据相同的拟合公式和固定相同的参数, 得到蒙特卡罗模拟 τ 衰变的碰撞参数。比较数据和蒙特卡罗模拟得到的碰撞参数, 假定其随寿命成线性关系就得到 τ 寿命的结果。事实上, δ_0 和 τ 寿命不是简单的线性关系, 需要模拟 δ_0 随不同 τ 寿命变化的关系, 原因是由拟合方法引起的, 这种因为拟合方法而引起的 δ_0 大小与寿命成复杂关系的现象叫拟合方法的非线性。它与由线性关系假定得到的 τ 寿命相差不大, 远小于 τ 寿命测量的误差, 这个差值在系统误差中给出。

运用上述方法和对 TEC 测量的轻子径迹顶点位置分辨改进结果^[11], 结合衰变长度法的测量, 得到 L3 实验 1991 年的 τ 寿命测量结果为^[10]: $\tau_\tau = 293 \pm 9fs$ (统计误差)。

3 τ 寿命测量的系统误差

τ 寿命测量的系统误差主要来源是: a) 拟合方法引起的 τ 寿命非线性; b) 固定最大似然拟合参数的误差; c) 样本本底; d) 径迹室刻度的漂移速度 V_d 和零时间的误差。

在上节末已经讨论了拟合方法引起 τ 寿命测量的非线性, 蒙特卡罗方法模拟四种寿命共 59500 个 τ 对衰变给出的非线性测量结果, 与假定 τ 寿命和碰撞参数成线性的结果相差 $4fs$, 即拟合方法引起的 τ 寿命测量非线性系统误差为 $4fs$ 。改变拟合参数 s 和 P 的值 $\pm\sigma$ (s 的标准偏差为 0.03, P 的标准偏差为 0.02) 拟合的 τ 寿命与 s 和 P 取第一次拟合值时的 τ 寿命之差为 $5fs$, 或者说固定拟合参数的系统误差为 $5fs$ 。由蒙特卡罗模拟知道 τ 事例样本本底主要来自 e^+e^- , $\mu^+\mu^-$ 和 $q\bar{q}$, 总的本底小于 1.3%, 由此计算的 τ 寿命系统误差为 $4fs$ 。下面将重点讨论由于 L3 独特的 TEC 设计结构而得到的 τ 寿命测量系统误差。

一般地说, 径迹室不易依靠自身进行漂移速度和零时间的刻度, 往往要借助于其它高分辨径迹探测器进行刻度, 如用硅微条探测器。对于某些特殊的探测器, 如 L3 的 TEC, 其独特的内层和外层设计结构使得可以依靠自身进行刻度。对 TEC, 当带电粒子入射到漂移区内时, 其漂移距离与时间的关系可以写为线性表达式: $y_d = y_0 + v_d(t_d - t_g)$, 式中 v_d 为电子在漂移区内的漂移速度, y_0 ($\approx 3.2mm$) 是阳极丝平面与栅极丝平面的

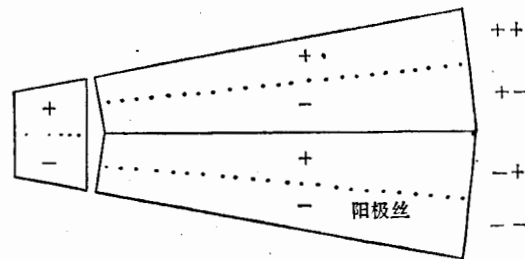


图 3 入射在 TEC 单元不同部分的径迹分类

距离, t_g 是电子在放大区的时间, 它包含了 TEC 信号测量的零时间, $(t_d - t_g)$ 为电子在漂移区内的漂移时间。对入射在放大区和靠近阴极区域的径迹, 在数据选取时已作剔除。

依照径迹在 TEC 内、外层室的不同位置, 电离电荷漂移的方向不同, 把所有径迹分

为四种类型(如图3): a) (—); b) (—+); c) (+—); d) (++)。

利用内、外层室径迹的漂移方向不一样,可以测量 v_d 和 t_g 刻度的好坏。拟合外层单元中击中点的径迹,可给出内层单元中相应径迹击中点的残差。一根径迹在内层单元共有8个击中点。如果刻度的 v_d 和 t_g 正确的话,残差分布的平均值应该为零,反之其分布的平均值会有一系统偏移。用 $m_{--}, m_{-+}, m_{+-}, m_{++}$ 分别表示不同径迹残差分布的平均值, $\sigma_{m_{--}}, \sigma_{m_{-+}}, \sigma_{m_{+-}}, \sigma_{m_{++}}$ 分别表示其标准偏差。每一个内层单元和对应于其外的两个外层单元组成一个测量单元,在这个测量单元中 v_d 和 t_g 的刻度值接近于真值的标志是 G_s 值最小, $G_s = \sqrt{m_{--}^2 + m_{-+}^2 + m_{+-}^2 + m_{++}^2}$, 它的误差大小是:

$$\Delta G_s = \sqrt{\sigma_{m_{--}}^2 + \sigma_{m_{-+}}^2 + \sigma_{m_{+-}}^2 + \sigma_{m_{++}}^2}$$

分别以步长 $0.005\mu\text{m}/\text{ns}$ 和 $0.001\mu\text{s}$ 逐步改变 v_d 和 t_g 的大小,计算各个内层单元中 G_s 和 ΔG_s 的变化,画出 G_s 随 v_d 和 t_g 变化的等高线图,如图4为第五个内层单元的 G_s 等高线图,外一圈的等高线比内一圈的等高线变大 ΔG_s , 最内一圈的值为 G_{s0} 。等高线图中 G_s 变化 ΔG_s 时的 v_d 和 t_g 的变化分别定义为 σ_{v_d} 和 σ_{t_g} 。计算每一个内层单元的比值 $\sigma_{t_g}/\sigma_{v_d}$, 这个值都接近于0.27(这个值依赖于探测器的几何结构、高压、气体成份等),说明 σ_{t_g} 与 σ_{v_d} 的相关性。

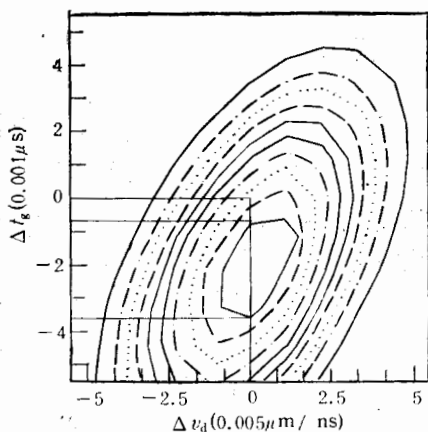


图 4

由上面的相关性,改变漂移速度从 v_d 到 $v_d \pm \sigma_{v_d}$, 同时改变 t_g 值从 t_g 到 $t_g \pm \sigma_{t_g}$, 其中 $\sigma_{t_g} = 0.27\sigma_{v_d}$, 重新拟合 τ 寿命,其结果与漂移速度为 v_d 和 t_g 时测量的 τ 寿命之差即为 v_d, t_g 改变一个标准偏差时引入的 τ 寿命测量系统误差,大小为 10fs。

综合上述的四个系统误差,得到 τ 寿命测量的系统误差为 12fs, τ 寿命测量的结果为^[10]:

$$\tau_\tau = 293 \pm 9\text{fs (统计误差)} \pm 12\text{fs (系统误差)}$$

4 小 结

L3 实验组对 1991 年数据分析进行的 τ 寿命测量仍然采用了传统的碰撞参数法和衰变长度法,但在单根带电径迹的碰撞参数测量中,考虑了碰撞参数可能变负的几率,首次引入了这个几率作参数,进行碰撞参数的拟合。由于中心径迹漂移室的顶点位置分辨的提高^[11],一般的拟合方法不能同时很好地拟合整体的碰撞参数分布,尤其是碰撞参数很大的尾巴部分的事例,我们对整个分布的拟合通过引入分道最大似然函数的拟合方法给以了解决。通过这些有效的改进和运用符合数据分布的拟合公式做拟合,1991 年 τ 寿命测量的结果与 1990 年数据的结果^[9]相比,不仅寿命的平均值减小,而且统计和系统误差都减小了 1.5 到 1.6 倍。统计误差的改进是通过探测器顶点位置分辨的改进和拟合方法的

改进来达到的;系统误差的改进主要是利用了中心径迹室的内外层结构,对 v_d 和 t_g 的误差计算更准确而达到的。

参 考 文 献

- [1] M. Perl et al., *Phys. Rev. Lett.*, **35**(1975)1489.
- [2] DASP Colla., *Phys. Lett.*, **B73**(1978)109;
DELCO Colla., *Phys. Lett.*, **42**(1979)749.
- [3] Y.S. Tsai, *Phys. Rev.*, **D4**(1971)2821.
- [4] BES 合作组,高能物理与核物理, **16**(1992)865.
- [5] Rev. of Particle Properties, *Phys. Lett.*, **B239**(1990)1—516.
- [6] L3 Colla., *Nucl. Instr. and Meth.*, **A289**(1990)35.
- [7] TEC group, "Construction and Performance of the L3 Central Tracking Detector", to be submitted to *NIM*.
- [8] 杨长根, τ 轻子寿命测量,高能物理研究所博士论文, 1993.
- [9] L3 Colla., *Phys. Lett.*, **B273**(1991)451.
- [10] L3 Colla., CERN-PPE/93-31.
- [11] 杨长根等,高能物理与核物理, **18**(1994)687.

Fitting Method and Error Study for Tau Lifetime Measurements of L3 Experiment

Yang Changgen Chen Hesheng Jin Bingnian Tang Xiaowei

(*Institute of High Energy Physics, Academia Sinica, Beijing 100039*)

M. Pohl

(*ETH-Z, Institute für Hochenergiephysik, 8093-Zurich, Switzerland*)

Received on June 9, 1993

Abstract

The sign-flip probability of the impact parameter in the measurement of the tau lifetime is studied. The probability of the impact parameter with the negative value is introduced into the formula to fit the tau lifetime in the L3 experiment. The systematic errors of the drift velocity and grid time calibration are also studied by using the special designed L3 Time Expansion Chamber (TEC).

Key words impact parameter, decay length, lifetime, calibration.