

# $^{82}\text{Se}$ 的 $2\nu\beta\beta$ 衰变寿命和壳模型波函数\*

吴慧芳<sup>1)</sup> 宋昌亮<sup>2)</sup>

(中国科学院高能物理研究所 北京 100039)

1992年11月13日收到

## 摘 要

$^{82}\text{Se}$  的  $2\nu\beta\beta$  衰变寿命是双  $\beta$  衰变中第一个直接测量到的实验结果。本文利用双核子机制以及简化的壳模型波函数计算给出了  $^{82}\text{Se}$  的  $2\nu\beta\beta$  衰变寿命的理论值,适当地调整壳模型计算中的参量,可获得与实验符合较好的理论半寿命。

**关键词** 双  $\beta$  衰变, 寿命, 双核子机制, 壳模型。

## 1 引 言

原子核的双  $\beta$  衰变是原子核内两个中子转变成两个质子并放出两个电子的二级弱相互作用过程。它可分为放出两中微子的双  $\beta$  衰变 ( $2\nu\beta\beta$ ) 及不放中微子的双  $\beta$  衰变 ( $0\nu\beta\beta$ ),前者是轻子数守恒的过程,后者是轻子数不守恒的过程。由于原子核双  $\beta$  衰变的研究与轻子数是否守恒以及中微子是否带有质量等重要物理问题紧密相关,因此原子核双  $\beta$  衰变的研究一直引起人们的重视和兴趣<sup>[1-4]</sup>。1987年8月美国 Irvine 实验组<sup>[5]</sup>用时间投影室作探测器,采用径迹识别法,首次直接观察到  $^{82}\text{Se} \rightarrow ^{82}\text{Kr}$  的  $2\nu\beta\beta$  衰变 ( $0^+ \rightarrow 0^+$ ) 事例,测得其寿命为  $(1.1 \pm 0.3) \times 10^{26}$  年,置信水平为 68%,这是双  $\beta$  衰变研究中的重大进展。因此理论计算  $^{82}\text{Se}$  的  $2\nu\beta\beta$  衰变寿命并与实验比较是很有意义的工作。最近,我们计算了  $^{82}\text{Se}$  的壳模型波函数,并用它讨论了  $^{82}\text{Se}$  的  $0\nu\beta\beta$  衰变的某些问题<sup>[6]</sup>。本文则用它来计算  $^{82}\text{Se}$  的  $2\nu\beta\beta$  衰变寿命,并与实验结果及别人计算的结果比较,从而对所计算的壳模型波函数的可靠性进行一些分析。

回顾一下用双核子机制给出的  $2\nu\beta\beta$  衰变寿命  $\tau_{2\nu}$  的公式<sup>[1,2,7]</sup>:

$$\tau_{2\nu} = \frac{\ln 2}{AF_A^2 |M_{GT}|^2}, \quad (1)$$

其中,

$$M_{GT} = \langle \psi_f | \hat{M}_{GT} | \psi_i \rangle$$

\* 国家自然科学基金和中国科学院理论物理特别支持费资助。

1) 中国科学院理论物理研究所客座研究人员。

2) 现在地址: 美国华盛顿大学物理系。

$$= \langle \psi_f | \frac{1}{2} \sum_{i,j} \tau_+(i)\tau_+(j)\sigma(i) \cdot \sigma(j) | \psi_i \rangle, \quad (2)$$

$$A = \xi_{2\nu} \frac{2m_e^{11} \cdot G^4}{(71)\pi^7} \left[ \frac{F^{\text{PR}}(Z)}{E_i - \bar{E}_m - T_0 - \frac{m_e}{2}} \right]^2 \cdot \left[ 1 + \frac{\tilde{T}_0}{2} + \frac{\tilde{T}_0^2}{9} + \frac{\tilde{T}_0^3}{90} + \frac{\tilde{T}_0^4}{1980} \right] \tilde{T}_0^7, \quad (3)$$

$$F_A = 1.25, \quad (4)$$

而  $G$  是弱作用耦合常数;  $T_0$  是出射轻子的最大动能,  $\tilde{T}_0 = T_0/m_e$ ;  $\bar{E}_m$  是衰变过程中中间态的平均能量,  $E_i$  是核的初态能量;  $F^{\text{PR}}(x)$  是描写出射电子被核扭曲的非相对论点电荷修正因子.  $\psi_i$  和  $\psi_f$  是原子核的初、末态波函数. 下面将给出  $^{82}\text{Se}$  和  $^{82}\text{Kr}$  的壳模型波函数及计算结果.

## 2 壳模型波函数及计算结果

我们用模型空间近似计算了  $^{82}\text{Se}$  和  $^{82}\text{Kr}$  的壳模型波函数, 取  $^{56}\text{Ni}$  作为  $^{82}\text{Se}$  和  $^{82}\text{Kr}$  核

表 1  $^{82}\text{Se} \rightarrow ^{82}\text{Kr}$  的两体跃迁的组态和系数

a(p)	b(p)	c(n)	d(n)	J	$A_{abcdJ}$
0f <sub>7/2</sub>	0f <sub>7/2</sub>	0f <sub>7/2</sub>	0f <sub>7/2</sub>	0	0.0176
0f <sub>7/2</sub>	0f <sub>7/2</sub>	0g <sub>9/2</sub>	0g <sub>9/2</sub>	0	-0.8858
0f <sub>7/2</sub>	0f <sub>7/2</sub>	0g <sub>9/2</sub>	0g <sub>9/2</sub>	2	0.4363
0f <sub>7/2</sub>	0f <sub>7/2</sub>	0g <sub>9/2</sub>	0g <sub>9/2</sub>	4	0.0960
0f <sub>7/2</sub>	0f <sub>7/2</sub>	1p <sub>1/2</sub>	1p <sub>1/2</sub>	0	0.0113
0f <sub>7/2</sub>	0g <sub>9/2</sub>	1p <sub>1/2</sub>	0g <sub>9/2</sub>	4	0.0010
0f <sub>7/2</sub>	0g <sub>9/2</sub>	1p <sub>1/2</sub>	0g <sub>9/2</sub>	5	-0.1243
0f <sub>7/2</sub>	1p <sub>1/2</sub>	0g <sub>9/2</sub>	0g <sub>9/2</sub>	2	-0.4124
0g <sub>9/2</sub>	0g <sub>9/2</sub>	0g <sub>9/2</sub>	0g <sub>9/2</sub>	0	0.2276
0g <sub>9/2</sub>	0g <sub>9/2</sub>	0g <sub>9/2</sub>	0g <sub>9/2</sub>	2	-0.0424
1p <sub>1/2</sub>	0g <sub>9/2</sub>	1p <sub>1/2</sub>	0g <sub>9/2</sub>	4	-0.0009
1p <sub>1/2</sub>	0g <sub>9/2</sub>	1p <sub>1/2</sub>	0g <sub>9/2</sub>	5	-0.0644
1p <sub>1/2</sub>	1p <sub>1/2</sub>	0g <sub>9/2</sub>	0g <sub>9/2</sub>	0	-0.2390
1p <sub>3/2</sub>	0f <sub>7/2</sub>	0g <sub>9/2</sub>	0g <sub>9/2</sub>	2	-0.0820
1p <sub>3/2</sub>	0f <sub>7/2</sub>	0g <sub>9/2</sub>	0g <sub>9/2</sub>	4	-0.2177
1p <sub>3/2</sub>	0g <sub>9/2</sub>	1p <sub>1/2</sub>	0g <sub>9/2</sub>	4	-0.0014
1p <sub>3/2</sub>	0g <sub>9/2</sub>	1p <sub>1/2</sub>	0g <sub>9/2</sub>	5	0.0057
1p <sub>3/2</sub>	1p <sub>1/2</sub>	0g <sub>9/2</sub>	0g <sub>9/2</sub>	2	-0.1038
1p <sub>3/2</sub>	1p <sub>3/2</sub>	0g <sub>9/2</sub>	0g <sub>9/2</sub>	0	-0.2682
1p <sub>3/2</sub>	1p <sub>3/2</sub>	0g <sub>9/2</sub>	0g <sub>9/2</sub>	2	0.0870
1p <sub>3/2</sub>	1p <sub>3/2</sub>	1p <sub>1/2</sub>	1p <sub>1/2</sub>	0	0.0125

的核心, 这两个核的模型空间由  $\{1p_{3/2}, 0f_{7/2}, 1p_{1/2}, 0g_{9/2}\}$  四个单粒子轨道组成. 对于两体剩余相互作用, 我们选取修正的表面  $\delta$  力 (MSDI)<sup>[8]</sup>

$$V_T = -4\pi A_T \delta(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j) \delta(r_i - R_0) + B(\boldsymbol{\tau}_i \cdot \boldsymbol{\tau}_j) + C, \quad (5)$$

其中  $R_0$  是核半径. 式 (5) 中的参量  $A_T$  ( $T = 0, 1$ ),  $B$  和  $C$  以及单粒子能量  $\epsilon$  是用 Faessler<sup>[9]</sup> 选取的数值:  $A_1 = 0.35, A_0 = 0.43, B = 0.33, C = 0.00$ ; 以及  $\epsilon(1p_{3/2}) = 0, \epsilon(0f_{7/2}) = 1.75\text{MeV}, \epsilon(1p_{1/2}) = 2.20\text{MeV}, \epsilon(0g_{9/2}) = 3.39\text{MeV}$ .

我们利用了由吴兴荣和庆承瑞<sup>[10]</sup>所推广的 RITSSCHIL 程序, 并作了相应的修正和改进, 得到了  $^{82}\text{Se}$  和  $^{82}\text{Kr}$  的壳模型波函数. 为了计算双  $\beta$  衰变的矩阵元, 必须把初、末态波函数间的矩阵元转化为二体核子跃迁矩阵元, 即

$$\langle \psi_f | \hat{M}_{GT} | \psi_i \rangle = \sum_{abcdj} A_{abcdj} \langle \psi_{ab,j}(r) | \hat{M}_{GT} | \psi_{cd,j}(r) \rangle, \quad (6)$$

其中  $a, b, c$  和  $d$  代表前面选取的模型空间中单粒子轨道, 系数  $A_{abcdj}$  可以从初、末态波函数计算, 它们在表 1 中给出.

由于核波函数的计算依赖于 MSDI 力参数和模型空间中的单粒子能量值. 因此本文除选用了 Faessler 给出的一组参数外, 还在合理范围内调试了几组参数, 以便讨论这些参数的不同选取与核矩阵元的关系. 表 2 给出了由几组不同的 MSDI 力参量及单粒子能量值所给出的核矩阵元  $M_{GT}$ . 表 2 中  $\Delta E$  是  $^{82}\text{Se}$  和  $^{82}\text{Kr}$  两个核的结合能之差. 第一组是 Faessler 给出的参数. 1—3 组中的单粒子能量相同, MSDI 力参量不同; 4—5

表 2 对应不同的 MSDI 力参数和单粒子能量值的矩阵元  $M_{GT}$  和  $\Delta E$

组	MSDI				$\epsilon_i(\text{MeV})$				$\Delta E$ (MeV)	$M_{GT}$
	$A_0$	$A_1$	$B$	$C$	$1p_{3/2}$	$0f_{7/2}$	$1p_{1/2}$	$0g_{9/2}$		
1	0.43	0.35	0.33	0.00	0.00	1.75	2.20	3.39	48.10	0.243
2	0.31	0.30	0.30	0.00	0.00	1.75	2.20	3.39	41.13	0.330
3	0.45	0.30	0.30	0.03	0.00	1.75	2.20	3.39	46.47	0.246
4	0.43	0.35	0.33	0.00	0.00	1.75	2.30	3.81	48.77	0.155
5	0.43	0.35	0.33	0.00	0.00	1.69	2.20	3.39	47.35	0.197

表 3 对应不同的  $(\bar{E}_m - E_i)$  值所计算的  $2\nu\beta\beta$  衰变寿命

$\bar{E}_m - E_i(\text{MeV})$	4.00	5.00	6.00	7.00	8.07	9.00	10.0	11.0	12.0
$\tau_{2\nu} (\times 10^{20} \text{y.})$ ( $M_{GT} = 0.243$ )	1.33	1.81	2.37	3.00	3.75	4.48	5.33	6.26	7.26
$\tau_{2\nu} (\times 10^{20} \text{y.})$ ( $M_{GT} = 0.330$ )	0.72	0.98	1.29	1.63	2.04	2.43	2.89	3.40	3.94

组调试了单粒子能量. 从表 2 中可以看到 MSDI 力参量和单粒子能量对核矩阵元  $M_{GT}$  和  $\Delta E$  都有所影响, 但  $M_{GT}$  和  $\Delta E$  的变化趋势相反, 即随着参量的不同选取,  $\Delta E$  减小时,  $M_{GT}$  却加大.

我们用第一、第二组参量所得的  $M_{GT}$  计算了  $2\nu\beta\beta$  衰变寿命.  $^{82}\text{Se} \rightarrow ^{82}\text{Kr}$  的  $0^+ \rightarrow 0^+$  的  $2\nu\beta\beta$  衰变所释放的最大动能  $T_0 = 3.005\text{MeV}$ . 对于  $^{82}\text{Se}$  衰变, 相空间修正因子  $\xi_{2\nu} = 1.85$ <sup>[11]</sup>.  $2\nu\beta\beta$  衰变寿命的计算与中间态平均能量的选取有关, 根据 Takahasi 等人

的  $\beta$  衰变的统计研究<sup>[11]</sup>给出的中间态平均能量的合理选取,在  $^{82}\text{Se}$  情况下,  $\bar{E}_m - E_i = 8.07\text{MeV}$ . 表 3 给出了在  $8.07\text{MeV}$  附近的某些  $(\bar{E}_m - E_i)$  值所计算的  $\tau_{2\nu}$ .

### 3 小 结

大家知道, Haxton<sup>[1]</sup> 等利用壳模型方法加弱耦合近似给出的  $^{82}\text{Se}$  的  $2\nu\beta\beta$  衰变的矩阵元很大 ( $M_{GT} = 0.94$ ), 因而计算获得的寿命要比实验值小一个数量级. 本文则以 MSDI 力作为两体相互作用简化壳模型波函数的计算, 并在 RITSSCHIL 程序中采取了能量截断近似, 初步尝试建立了一个新的壳模型波函数, 然后用它计算了  $2\nu\beta\beta$  衰变寿命. 其结果表明, 这一波函数压低了衰变矩阵元 3—4 倍. 在表 3 中, 我们给出了两组不同参量所计算的  $M_{GT}$  所获得的  $\tau_{2\nu}$ , 第一组参量是用 Faessler 所用的, 第二组是我们在参量选取的合理范围内所调试的一组较好的参量, 它不仅给出了与实验符合较好的衰变寿命, 而且给出的  $\Delta E$  也较其它组参量所给出的小(见表 2). 当选取  $(\bar{E}_m - E_i) = 8.07\text{MeV}$  时, 对应  $M_{GT} = 0.330$  的  $\tau_{2\nu} = 2.04 \times 10^{20}$  年, 略大于实验值. 若选取较小一点的  $(\bar{E}_m - E_i)$  值, 则所对应的寿命可与实验值符合(见表 3).

这一结果只是在壳模型基础上探讨了压低双  $\beta$  衰变矩阵元的一个初步尝试, 由于我们考虑的 MSDI 力过于简单, 加之程序计算中所采取的能量截断近似有待改进. 特别应当指出的是由本文所计算出的波函数给出的  $\Delta E \sim (40-50)\text{MeV}$ , 大大高于实验上两个核的结合能之差. 因此, 本文所尝试构造的壳模型波函数亟待进一步改进, 以期获得较精确的波函数, 从而有可能从实验上双  $\beta$  衰变的测量来检验核的模型波函数.

### 参 考 文 献

- [1] W. C. Haxton and G. J. Stephenson, Jr. *Prog. Part. Nucl. Phys.*, **12**(1984) 409.
- [2] T. Tomoda, *Rep. Prog. Phys.*, **54**(1991) 53.
- [3] H. F. Wu, H. Q. Song, T. T. S. Kuo, W. K. Cheng and D. Strottman, *Phys. Lett.*, **B162**(1985) 227;  
H. Q. Song, H. F. Wu and T. T. S. Kuo, *Phys. Lett.*, **B259** (1991)229.
- [4] D. O. Caldwell, *Nucl. Inst. Metho. Phys. Resea*, **A264** (1988) 106.
- [5] S. R. Elliott, A. A. Hahn and M. K. Moe, *Phys. Rev. Lett.*, **56**(1986) 2582; **59**(1987) 2020.
- [6] H. F. Wu and C. L. Song, *Chinese Phys. Lett.*, **9**(1992) 453, *Commun. Theor. Phys.*, **18**(1992) 307.
- [7] H. F. Wu, *Chinese Phys. Lett.*, **3**(1986) 537.
- [8] P. J. Brussard and P. W. M. Glaudemans, *Shell-Model Application in Nuclear Spectroscopy* (North-Holland, Amsterdam, 1977) 114.
- [9] T. Tomoda, A. Faessler, K. W. Schmid and F. Grummer, *Phys. Lett.*, **B157** (1985)4.
- [10] C. R. Ching, T. H. Ho and X. R. Wu, *Phys. Rev.*, **C40**(1989)304.
- [11] K. Takahashi and M. Yamada, *Prog. Theor. Phys.*, **41**(1969) 1470.

## The $2\nu\beta\beta$ Decay Lifetime and the Shell Model Wavefunction in $^{82}\text{Se}$

Wu Huifang    Song Changliang

(*Institute of High Energy Physics, Academia Sinica, Beijing 100039*)

Received on November 13, 1992

### Abstract

The  $2\nu\beta\beta$  decay lifetime of  $^{82}\text{Se}$  is a first direct laboratory measurement of the double  $\beta$  decay. Its theoretical calculation can be given by using a simplified shell model wavefunction in the two-nucleon mechanism. It is shown that this prediction is good in agreement with the experimental value by adequately adjusting the parameters in the shell-model calculation.

**Key words** Double beta decay, Lifetime, Two-nucleon mechanism, Shell model.