第18卷 第1期　高能物理与核物理　Vol. 18, No. 1
1994年1月　HIGH ENERGY PHYSICS AND NUCLEAR PHYSICS　Jan., 1994

超对称自对偶杨-Mills模型

赵　柳
（西北大学现代物理所　西安　710069）

1992年7月28日收到

摘　要

本文构造并研究了一个新的4维$N=1$超对称模型——超对称自对偶杨-Mills模型。该模型的运动方程相当于4维超空间中相应于$CP^{3,4}$中一点的超平面上曲率为零的条件。根据这一几何解释，我们构造了模型的线性系统。另外，为说明其动力学内涵，还给出了相应的作用量。

关键词　超对称，几何可积性，杨-Mills，线性系，超平面。

1　引　言

长期以来，自对偶杨-Mills理论一直受到物理学家和数学家的广泛关注。首先，自对偶杨-Mills瞬子解被认为是真实物理世界的真空态[1]。其次，自对偶杨-Mills理论是4维时空中可积模型的一个典型范例。现已熟知，4维时空中许多其它可积系统都与自对偶杨-Mills理论有一定程度的相似性，例如N扩张的超对称杨-Mills理论[2]、4维超引力[3]等。另外一些4维可积模型可以作为自对偶杨-Mills理论的Hamilton约化得到[4]。而且，几乎所有2维可积模型也都可作为4维自对偶杨-Mills理论的维数约化得到[5]。最后，自对偶理论的可积性质具有很好的几何解释，自对偶杨-Mills方程正是复数化的欧氏时空中所谓的null平面上的零曲率条件[1,6]。

由于较大的对称性在物理上总是吸引着更多的兴趣，研究自对偶杨-Mills理论的超对称化——超对称自对偶杨-Mills模型将是一个有趣的课题。然而，就作者所知，这种超对称模型尚未被研究过。本文的意图正是要研究这种模型。我们将构造一个$N=1$的超对称自对偶杨-Mills模型，并从各个侧面对它的特性进行探讨。特别地，我们指出，我们构造的这一理论与通常的N扩张的超杨-Mills理论不同，后者虽然也具有所谓的超自对偶性质，但这种超自对偶性仅仅局限在超空间的奇维度上。而我们所称的超对称自对偶杨-Mills理论对整个$N=1$超空间都是自对偶的。另外，两种理论之可积性的几何解释也不同。

2　$N=1$的4维超空间的描述

本文所用的超空间约定与通常的旋量表述有所不同，所以我们先对超空间的约定作

简单的介绍．

$N=1$ 的 4 维超空间是一个 8 维流形，其上的坐标为 $x^{\mu}(\mu=1,2,3,4)$ 和 $\theta^{\alpha}(\alpha=1,2,3,4)$，$x^{\mu}$ 为偶 Grassman 坐标，它们构成 4 维欧氏时空，θ^{α} 则为奇 Grassman 坐标．我们将经常采用如下的所谓复化坐标系[6]

$$X=x_4+ix\cdot\boldsymbol{\sigma}=\begin{bmatrix} x_4+ix_3 & x_2+ix_1 \\ -x_2+ix_1 & x_4-ix_3 \end{bmatrix}\equiv i\begin{bmatrix} z & \bar{y} \\ y & -\bar{z} \end{bmatrix}, \tag{2.1}$$

$$\Theta=\theta_4+i\boldsymbol{\theta}\cdot\boldsymbol{\sigma}=\begin{bmatrix} \theta_4+i\theta_3 & \theta_2+i\theta_1 \\ -\theta_2+i\theta_1 & \theta_4-i\theta_3 \end{bmatrix}\equiv\begin{bmatrix} \theta_z & \theta_{\bar{y}} \\ \theta_y & -\theta_{\bar{z}} \end{bmatrix}, \tag{2.2}$$

其中 $\boldsymbol{\sigma}=(\sigma_1,\sigma_2,\sigma_3)$ 为 Pauli 矩阵．利用上述复化坐标系，可将超空间中的超对称变换写成

$$\begin{aligned} &y\to y'=y+i\theta_y\varepsilon_z+b_y, \quad \theta_y\to\theta'_y=\theta_y+\varepsilon_y,\\ &z\to z'=z+i\theta_z\varepsilon_y+b_z, \quad \theta_z\to\theta'_z=\theta_z+\varepsilon_z,\\ &\bar{y}\to\bar{y}'=\bar{y}-i\theta_{\bar{y}}\varepsilon_{\bar{z}}+b_{\bar{y}}, \quad \theta_{\bar{y}}\to\theta'_{\bar{y}}=\theta_{\bar{y}}+\varepsilon_{\bar{y}},\\ &\bar{z}\to\bar{z}'=\bar{z}+i\theta_{\bar{z}}\varepsilon_{\bar{y}}+b_{\bar{z}}, \quad \theta_{\bar{z}}\to\theta'_{\bar{z}}=\theta_{\bar{z}}+\varepsilon_{\bar{z}}, \end{aligned} \tag{2.3}$$

式中，b_{γ} 为偶参数，ε_{γ} 为奇参数，$\gamma=y,\ \bar{y},\ z,\ \bar{z}$．

相应于变换 (2.3) 的超协变导数为

$$\begin{aligned} &\partial_{\gamma},\ \gamma=y,\bar{y},z,\bar{z}, \quad (\text{偶})\\ &D_{\Gamma},\ \Gamma=Y,\bar{Y},Z,\bar{Z}, \quad (\text{奇}) \end{aligned} \tag{2.4}$$

其中 ∂_{γ} 就是普通欧氏时空中的导数，D_{Γ} 定义为

$$\begin{aligned} &D_Y=\frac{\partial}{\partial\theta_y}+i\theta_z\partial_y, \quad D_{\bar{Y}}=\frac{\partial}{\partial\theta_{\bar{y}}}-i\theta_{\bar{z}}\partial_{\bar{y}},\\ &D_Z=\frac{\partial}{\partial\theta_z}+i\theta_y\partial_z, \quad D_{\bar{Z}}=\frac{\partial}{\partial\theta_{\bar{z}}}+i\theta_{\bar{y}}\partial_{\bar{z}}. \end{aligned} \tag{2.5}$$

容易验证，(2.5) 中的协变导数满足如下的反对易关系

$$\begin{aligned} &[D_{\Gamma},\ D_{\Gamma'}]_+=0,\ \text{当}\ (\Gamma\Gamma')\neq(YZ),\ (\bar{Y}\bar{Z}),\\ &[D_Y,D_Z]_+=i(\partial_y+\partial_z),\\ &[D_{\bar{Y}},D_{\bar{Z}}]_+=i(\partial_{\bar{z}}-\partial_{\bar{y}}). \end{aligned} \tag{2.6}$$

3　超对称自对偶杨-Mills 方程的构造

当存在规范场时，上述所谓超协变导数应进一步推广为超对称规范协变导数．引进偶超规范势 a_{γ} 和奇超规范势 A_{Γ}，我们有如下的超规范协变导数

$$\begin{aligned} &\delta_{\gamma}=\partial_{\gamma}+a_{\gamma}, \quad \gamma=y,\bar{y},z,\bar{z};\\ &\Delta_{\Gamma}=D_{\Gamma}+A_{\Gamma}, \quad \Gamma=Y,\bar{Y},Z,\bar{Z}. \end{aligned} \tag{3.1}$$

参照 (2.6) 式，我们可按通常的方式定义超曲率张量

$$\begin{aligned} &[\Delta_{\Gamma},\ \Delta_{\Gamma'}]_+=F_{\Gamma\Gamma'},\ \text{当}\ (\Gamma\Gamma')\neq(YZ),(\bar{Y}\bar{Z}),\\ &[\Delta_Y,\Delta_Z]_+=F_{YZ}+i(\delta_y+\delta_z),\\ &[\Delta_{\bar{Y}},\Delta_{\bar{Z}}]_+=F_{\bar{Y}\bar{Z}}+i(\delta_{\bar{z}}-\delta_{\bar{y}}). \end{aligned} \tag{3.2}$$

(3.2) 的后两式中最后一项是由于 (2.6) 导致的运动学挠率.

为构造超对称自对偶杨-Mills 方程,需要对上述超规范协变导数施加一定的限制.我们引入如下的限制方程

$$[\lambda\Delta_Y - \Delta_{\bar{Z}}, \lambda\Delta_Z + \Delta_{\bar{Y}}]_+ = i\lambda^2(\delta_y + \delta_z) - i(\delta_{\bar{z}} - \delta_{\bar{y}}), \tag{3.3}$$

其中 λ 为一任意复参数. 上式按 λ 幂次展开,并利用 (3.2) 式,得

$$F_{YZ} = 0,\ F_{\bar{Y}\bar{Z}} = 0,\ F_{Y\bar{Y}} + F_{Z\bar{Z}} = 0. \tag{3.4}$$

除了将通常的曲率张量换成了超曲率张量外, (3.4) 式与熟知的自对偶杨-Mills 方程形式上完全相同. 我们就称 (3.4) 为超对称自对偶杨-Mills 方程.

4 几何可积性

通常的自对偶杨-Mills 方程的可积性可解释为 4 维时空中的所谓 null 平面上的零曲率条件. 超对称杨-Mills 方程也有相似的几何解释. 现在我们将探讨超对称自对偶杨-Mills 方程 (3.4) 的几何解释. 特别地, 我们将说明, (3.4) 式实际上是超空间中某一特殊类型的超平面上的零曲率条件.

我们考虑如下的超平面方程,

$$\begin{bmatrix} z + i\theta_z\xi_y, & \bar{y} - i\theta_{\bar{y}}\xi_{\bar{z}} \\ y + i\theta_y\xi_z, & -\bar{z} - i\theta_{\bar{z}}\xi_{\bar{y}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \pi_1 \\ \pi_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \end{bmatrix}, \tag{4.1a}$$

$$\begin{bmatrix} \theta_z + \xi_z, & \theta_{\bar{y}} + \xi_{\bar{y}} \\ \theta_y + \xi_y, & -\theta_{\bar{z}} - \xi_{\bar{z}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \pi_1 \\ \pi_2 \end{bmatrix} = 0, \tag{4.1b}$$

这一超平面由 $C^{4,4}$ 中的一个点 $(\pi_1, \pi_2, \omega_1, \omega_2; \xi_y, \xi_{\bar{y}}, \xi_z, \xi_{\bar{z}})$ 决定, 其中 $\pi_1, \pi_2, \omega_1, \omega_2$ 为任意的复参数, ξ_Y 为奇 Grassman 参数. 注意方程 (4.1a) 和 (4.1b) 两端各乘以一个任意常数将不改变方程所决定的超平面. 换句话说,我们只要知道了参数 π_1, π_2 的比值以及其它 6 个参数的值,就可以确定超平面 (4.1). 因此 (4.1) 是由 $CP^{3,4}$ 中的一个点确定的超平面. 我们特别地选 $\pi_2/\pi_1 = -\lambda$. $\lambda = 0$ 对应 $\pi_2 = 0$, $\lambda = \infty$ 对应 $\pi_1 = 0$. 根据这种约定, (4.1) 可改写为

$$\begin{bmatrix} z + i\theta_z\xi_y, & \bar{y} - i\theta_{\bar{y}}\xi_{\bar{z}} \\ y + i\theta_y\xi_z, & -\bar{z} - i\theta_{\bar{z}}\xi_{\bar{y}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -\lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \end{bmatrix}, \tag{4.2a}$$

$$\begin{bmatrix} \theta_z + \xi_z, & \theta_{\bar{y}} + \xi_{\bar{y}} \\ \theta_y + \xi_y, & -\theta_{\bar{z}} - \xi_{\bar{z}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -\lambda \end{bmatrix} = 0. \tag{4.2b}$$

容易验证, $\lambda D_Z + D_{\bar{Y}}$ 与 $\lambda D_Y - D_{\bar{Z}}$ 正是沿超平面 (4.2) 的超协变导数. 在存在超规范势时,这对超协变导数换作超规范协变导数

$$\lambda\Delta_Z + \Delta_{\bar{Y}},\ \lambda\Delta_Y - \Delta_{\bar{Z}}, \tag{4.3}$$

相应的零曲率条件正是 (3.3) 式. 因此, 超对称自对偶杨-Mills 方程 (3.4) 正是超平面 (4.2) 几何可积的条件.

关于超平面 (4.2), 我们有如下两点补充说明.

(1) 超平面 (4.2) 是 4 维 $N=1$ 超空间中的一个平面, 它由射影空间 $CP^{3,4}$ 中的一个点决定. 而通常的N扩张的超杨-Mills 理论中所谓的超 β 平面是由 $CP^{3,N}$ 中的一个

点来决定的，当$N=1$时相应的参数空间就是 $CP^{3,1}$. 这和本文模型完全不同.

(2) 超对称变换 (2.3) 不保持超平面 (4.2) 不变，但可保证变换后的方程仍为同一类型的超平面(即仍为由 $CP^{3,4}$ 中一点决定的超平面)，而且沿着超平面的协变导数变换后成为沿着新的超平面的协变导数. 这种超协变性就是模型 (3.4) 的超对称性的几何解释.

5 线性系及 J 形式

根据前两节的讨论知，超对称自对偶杨-Mills 方程 (3.4) 等价于超平面 (4.2) 上的零曲率条件. 换句话说，超平面 (4.2) 上的联络是纯超规范势. 这一结论可表示为

$$\begin{aligned}\lambda A_Y - A_{\bar{Z}} &= \Psi_1(X,\Theta,\lambda)(\lambda D_Y - D_{\bar{Z}})\Psi_1^{-1}(X,\Theta,\lambda)\\ &= \Psi_2(X,\Theta,\lambda)(\lambda D_Y - D_{\bar{Z}})\Psi_2^{-1}(X,\Theta,\lambda),\\ \lambda A_Z + A_{\bar{Y}} &= \Psi_1(X,\Theta,\lambda)(\lambda D_Z + D_{\bar{Y}})\Psi_1^{-1}(X,\Theta,\lambda)\\ &= \Psi_2(X,\Theta,\lambda)(\lambda D_Z + D_{\bar{Y}})\Psi_2^{-1}(X,\Theta,\lambda),\end{aligned}$$

(在超平面上)，　　(5.1)

式中 Ψ_1,Ψ_2 均为 X,Θ,λ 的矩阵函数，Ψ_1 在 $\lambda=0$ 处解析，Ψ_2 在 $\lambda=\infty$处解析. 注意 Ψ_1 和 Ψ_2 可相差一个任意矩阵函数 $\mathscr{B}$,

$$\Psi_1 = \Psi_2\mathscr{B}, \tag{5.2}$$

其中$\mathscr{B}$仅仅是超平面 (4.2) 上的坐标的函数，即

$$\begin{aligned}\mathscr{B} = \mathscr{B}[&(z + i\theta_z\xi_y) - \lambda(\bar{y} - i\theta_{\bar{y}}\xi_{\bar{z}}), (y + i\theta_y\xi_z) + \lambda(\bar{z} + i\theta_{\bar{z}}\xi_{\bar{y}}),\\ &(\theta_z + \xi_z) - \lambda(\xi_{\bar{y}} + \xi_{\bar{y}}), (\theta_y + \xi_y) + \lambda(\theta_{\bar{z}} + \xi_{\bar{z}})].\end{aligned} \tag{5.3}$$

这正是 Atiyah 和 Ward 对通常的自对偶杨-Mills 方程所作处理的超对称推广. 下面我们不加区分地以Ψ记 Ψ_1 和 Ψ_2. (5.1)式可改写为

$$\begin{aligned}&[\lambda D_Y - D_{\bar{Z}} + \lambda A_Y - A_{\bar{Z}}]\Psi = 0,\\ &[\lambda D_Z + D_{\bar{Y}} + \lambda A_Z + A_{\bar{Y}}]\Psi = 0.\end{aligned} \tag{5.4}$$

容易看出，这一线性系统的自洽条件正是 (3.3).

线性系统 (5.4) 允许一个规范变换的自由度. 在规范变换下,

$$\Psi \to \alpha\Psi,\ A_\Gamma \to \alpha A_\Gamma\alpha^{-1} + \alpha D_\Gamma\alpha^{-1},\ \alpha\in G, \tag{5.5}$$

其中G是规范群. 象通常的自对偶杨-Mills 情形一样，超线性系也可以用规范无关量 (J 形式)[7]写出.

注意当 $\lambda=\infty$,

$$\Rightarrow A_Y = K^{-1}D_YK,\ A_Z = K^{-1}D_ZK,\ K = \Psi_2^{-1}(\lambda=\infty), \tag{5.6a}$$

当 $\lambda=0$,

$$\Rightarrow A_{\bar{Y}} = H^{-1}D_{\bar{Y}}H,\ A_{\bar{Z}} = H^{-1}D_{\bar{Z}}H,\ H = \Psi_1^{-1}(\lambda=0). \tag{5.6b}$$

在规范变换下，K，H 按如下方式变换,

$$K \to K\alpha^{-1},\ H \to H\alpha^{-1}. \tag{5.7}$$

特别地，选择 $\alpha=H$，我们有

$$A_Y \to J^{-1}D_YJ,\ A_Z \to J^{-1}D_ZJ,\ A_{\bar{Y}} \to 0,\ A_{\bar{Z}} \to 0,\ J = KH^{-1}, \tag{5.8}$$

这时 (5.4) 变成

$$
\begin{aligned}
&[\lambda D_Y - D_{\bar{Z}} + \lambda J^{-1}D_Y J]\tilde{\Psi} = 0,\\
&[\lambda D_Z + D_{\bar{Y}} + \lambda J^{-1}D_Z J]\tilde{\Psi} = 0,
\end{aligned}
\tag{5.9}
$$

其中 $\tilde{\Psi} = H\tilde{\Psi}$，$J$ 是规范无关量. 我们也可以选 $\alpha = K$，这时

$$
A_Y \to 0,\ A_Z \to 0,\ A_{\bar{Y}} \to JD_{\bar{Y}}J^{-1},\ A_{\bar{Z}} \to JD_{\bar{Z}}J^{-1},
\tag{5.10}
$$

相应地

$$
\begin{aligned}
&[\lambda D_Y - D_{\bar{Z}} - JD_{\bar{Y}}J^{-1}]\tilde{\Psi}' = 0,\\
&[\lambda D_Z + D_{\bar{Y}} + JD_{\bar{Y}}J^{-1}]\tilde{\Psi}' = 0,\ \tilde{\Psi}' = K\Psi.
\end{aligned}
\tag{5.11}
$$

在 J 形式下的运动方程可由 (5.9) 和 (5.11) 求出，它们是

$$
\begin{aligned}
&D_{\bar{Y}}(J^{-1}D_Y J) + D_{\bar{Z}}(J^{-1}D_Z J) = 0,\\
&D_Y(JD_{\bar{Y}}J^{-1}) + D_Z(JD_{\bar{Z}}J^{-1}) = 0.
\end{aligned}
\tag{5.12}
$$

6 有效作用量

到目前为止，我们一直是将超对称自对偶杨-Mills 理论 (3.4) 作为超空间中的超平面 (4.2) 的可积条件来处理的. 本节的意图则是要说明，(3.4) 式完全可以作为一个经典的超对称 4 维场论的 Euler-Lagrange 方程来得到.

注意 (5.12) 式形式上好象是两个超球面 ($Y,\bar{Y}$ 球与 $Z,\bar{Z}$ 球) 上的超 WZNW 运动方程的和. 因此我们猜想 (5.12) 对应的作用量为

$$
I[J] = \int \mathrm{d}z\mathrm{d}\bar{z}\mathrm{d}\theta_z\mathrm{d}\theta_{\bar{z}}S_Y[J] + \int \mathrm{d}y\mathrm{d}\bar{y}\mathrm{d}\theta_y\mathrm{d}\theta_{\bar{y}}S_Z[J],
$$

$$
\begin{aligned}
S_Y[J] = \frac{\kappa}{2}\Big[&\int \mathrm{d}y\mathrm{d}\bar{y}\mathrm{d}\theta_y\mathrm{d}\theta_{\bar{y}}\langle J^{-1}D_{\bar{Y}}JJ^{-1}D_Y J\rangle\\
&+\int \mathrm{d}y\mathrm{d}\bar{y}\mathrm{d}\theta_y\mathrm{d}\theta_{\bar{y}}\mathrm{d}t\langle J^{-1}\partial_t J[J^{-1}D_{\bar{Y}}J, J^{-1}D_Y J]_+\rangle\Big],
\end{aligned}
\tag{6.1}
$$

$$
S_Z[J] = S_Y[J]\mathrm{with}(Y\longleftrightarrow Z, \bar{Y}\longleftrightarrow\bar{Z}, y\longleftrightarrow z, \bar{y}\longleftrightarrow\bar{z}),
$$

式中 $S_Y[J]$ 与 $S_Z[J]$ 形式上与 2 维超对称 WZNW 作用量相同. 注意到 $[D_Y, D_{\bar{Y}}]_+ = [D_Z, D_{\bar{Z}}]_+ = 0$，对 (6.1) 进行变分，结果果然得到方程 (5.12). 因此 (6.1) 就是在 J 形式下超对称自对偶杨-Mills 模型的作用量. (6.1) 和通常的自对偶杨-Mills 模型的作用量相比，只是将原来的普通 WZNW 项[8]换成了超空间 WZNW 项. 应该注意的是，由于目前的超对称变换 (2.3) 与 2 维情形不同，(6.1) 中 $S_Y[J]$ 与 $S_Z[J]$ 的超对称性的含义也与通常情形不同. 但这种不同只是由于超空间的维度增加而带来的差异，它不会影响 WZNW 作用量的其他对称性质，特别是手征对称性质. 由超 WZNW 作用量的超手征对称性，容易验证，

$$
I[\bar{K}(\bar{y},\bar{z},\theta_{\bar{y}},\theta_{\bar{z}})JK(y,z,\theta_y,\theta_z)] = I[J],
\tag{6.2}
$$

式中 $K(y,z,\theta_y,\theta_z)$ 与 $\bar{K}(\bar{y},\bar{z},\theta_{\bar{y}},\theta_{\bar{z}})$ 分别为其宗量的任意矩阵函数. (6.2) 可称为 4 维超空间中的超手征不变性，而运动方程 (5.12) 则可视作这种超手征不变性导致的守恒方程.

按 (5.8) 式,将 (6.1) 中的 J 换作 KH^{-1}, 就得到在任意规范下超对称自对偶杨-Mills 理论的作用量. 对相应的作用量变分，可得到 (3.4) 第三式(前两式根据定义 (5.6) 可以直接推得,换句话说,在采用 K、H 作为基本场量时, (3.4) 前两式是恒等式).

根据本节给出的作用量,我们可以进一步研究模型 (3.4) 的许多性质，诸如隐藏对称性和无穷多守恒律、维数约化和 Hamilton 约化等. 限于篇幅，我们将另文讨论上述问题.

7 结　论

本文构造并研究了自对偶杨-Mills 方程的超对称形式——超对称自对偶杨-Mills 方程,对该方程的可积性作了相应的几何解释,指出超对称自对偶杨-Mills 方程相当于超空间中对应 $CP^{3,4}$ 中一点的超平面上曲率为零的条件. 在此基础上我们构造了模型的线性系和规范无关形式(J 形式). 为说明该模型的动力学内容,我们还给出了相应的作用量. 所有讨论均在明显的超协变框架下进行，而且所得结果与通常的自对偶杨-Mills 理论中现有结果完全平行.

参　考　文　献

[1] A. Belavin, A. Polyakov, A. Schwartz, Y.Tyupking, *Phys. Lett.*, **59B** (1975)85; M.F. Atiyah, V.G. Drinfeld, N.J.Hitching and Yu.I. Manin, *Phys. Lett.*, **65A** (1978) 185; M.F. Atiyah and R.S. Ward, *Commun. Math. Phys.*, **55** (1977)117.

[2] E. Witten, *Phys. Lett.*, **77B** (1978)394; M. Sohnius, *Nucl. Phys.*, **B136** (1978)461; LV. Volovich, *Phys. Lett.*, **129B** (1983)429; *Theore. Math. Phys.*, **57** (1983) 1269; C. Devchand, *Nucl. Phys.*, **B238** (1984)333, L.L. Chau, M.L. Ge and C.S. Lim, *Phys. Rev.*, **33**(1986)1056.

[3] L.L. Chau, *Phys. Lett.*, **202B** (1988)238; L.L. Chau, C.S. Lim, *Phys. Rev. Lett.*, **56** (1986) 294.

[4] B.Y. Hou and L. Chao, NWU-IMP-920520.

[5] I.J. Mason, G.A.J. Sparling, *Phys. Lett.*, **137A** (1989)29; R.S. Ward, *Phil. Tran. Roc. Soc. Lond.*, **A315**(1985)451, L.L. Chau and I. Yamanaka, UC Davis preprint 1991.

[6] L.L. Chau, in Nankai lectures on Math. Phys., "Integrable System", 1987, ed. X. C. Song, by World Scientific.

[7] C.N. Yang, *Phys. Rev. Lett.*, **38**(1977) 1377, S.Ward, *Phys. Lett.*, **61A**(1977)81.

[8] B.Y.Hou and X.C. Song, Stony Brook preprint 1983, unpublished, V.P. Nair, J.Schiff, *Phys. Lett.*, **246B**(1990).

Supersymmetric Self-Dual Yang-Mills Fields

Zhao Liu

(*Institute of Modern Physics, Northwest University Xian* 710069)

Received on July 28, 1992

Abstract

A new four dimensional (4d) $N = 1$ supersymmetric integrable model, i.e. the supersymmetric self-dual Yang-Mills model is constructed. The equations of motion for this model are shown to be equivalent to the zero curvature condition on some superplane in the 4d superspace, the superplane being characterized by a point in the project space $CP^{3,4}$. The linear systems are established according to this geometrical interpretation, and the effective action is also proposed in order to explain the dynamical content of the model.

Key Words Supersymmetry, Geometrical integrability, Yang-Mills, Linear system, Superplane.