

# 矢量玻色子分布函数\*

徐在新

(华东师范大学物理系, 上海 200062)

## 摘 要

本文导出了一般极化情况下电子或夸克的矢量玻色子分布函数, 得到了这些分布的表达式和数值结果, 对这些结果进行了讨论. 并应用这些结果讨论了高能非极化和极化散射过程.

## 一、引 言

新一代高能加速器的建造将为人们提供更多机会研究涉及到矢量玻色子的过程. 更高能量的  $e^+e^-$ ,  $p\bar{p}$  和  $ep$  碰撞过程中的矢量玻色子-矢量玻色子碰撞或聚变过程将成为一个新领域, 这一领域的研究对于人们了解弱电作用的深度特性, 进一步考察  $W^\pm$  和  $Z^0$  粒子的性质, 研究规范对称性破缺的原因以及试图发现不同类型的轻的或重的 Higgs 粒子和其它新粒子, 如新的规范粒子, 复合矢量粒子, 重费米子等都是决定性的<sup>[1,2]</sup>.

在这类问题的讨论中, 人们尝试引进矢量玻色子分布函数的概念<sup>[3-5]</sup>. 这一概念可以视为电磁作用中的等效光子原理的推广. 不过由于弱作用宇称不守恒性, 除了由于质量不为零而需引进纵向分量外, 对于横向分量的处理也应小心. 本文利用文献[3]关于矢量玻色子分布函数的定义, 推广到一般极化情况, 导出了极化荷电费米子的矢量玻色子分布函数; 然后通过适当组合, 建立了自旋和与自旋差分布; 最后对结果以及应用进行了讨论.

## 二、散射截面

现在尝试从图 1 所示的两个费米子  $p_1, p_2$  通过中间玻色子的散射截面中分解出一个矢量玻色子与费米子  $p_2$  的聚变过程截面因子. 这里假定粒子  $p_1$  是极化的, 它的螺旋度为  $h$ .

取末态  $p_2$  静系, 并取  $z$  轴沿矢量玻色子运动方向. 于是可令

$$\begin{aligned} p_1 &= E_1(1, \sin\theta\cos\phi, \sin\theta\sin\phi, \cos\theta), \\ p_2 &= (k_0, 0, 0, -k_L), \\ p'_1 &= p_1 - k = E'_1(1, \sin\theta'\cos\phi', \sin\theta'\sin\phi', \cos\theta'), \end{aligned}$$

\* 国家自然科学基金资助.

本文 1992 年 1 月 21 日收到.

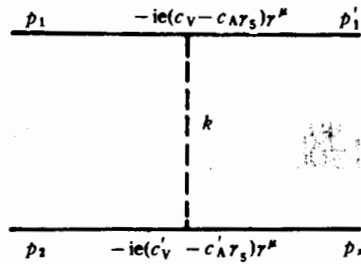


图1

$$p_z = (Q, 0, 0, 0), \quad (1)$$

$$k = (k_0, 0, 0, k_L),$$

其中  $p_z^2 = Q^2$  将是有效矢量玻色子近似成立的特征能量标度。过程的两个独立变量现在选取为

$$z = Q^2/s, y = \frac{1}{2}(1 + \cos\theta'), \quad (2)$$

其中  $s = (p_1 + p_2)^2$ 。为了描述矢量玻色子的极化状态 ( $\lambda = +, -, 0$ ), 取如下正交基

$$\epsilon_{\pm}(k) = \frac{1}{\sqrt{2}}(0, 1, \pm i, 0),$$

$$\epsilon_0(k) = \frac{1}{\sqrt{K^2}}(k_L, 0, 0, k_0). \quad (3)$$

图1过程散射幅平方在对末态粒子自旋求和, 初态  $p_2$  粒子自旋求平均后, 可表示为

$$|M|^2 = \frac{\alpha^2}{64\pi^2} \frac{1}{(k^2 - M_V^2)} \text{Tr}[\hat{p}'_1 \hat{\epsilon}_\lambda (1 + h\gamma_5) \hat{p}_1 \epsilon_\lambda \cdot (A - B\gamma_5)] \text{Tr}[\hat{p}_2 \hat{\epsilon}_\lambda \hat{p}_2 \hat{\epsilon}_\lambda (A' - B'\gamma_5)], \quad (4)$$

其中  $A = |C_V|^2 + |C_A|^2$ ,  $B = 2\text{Re}(C_V C_A^*)$ , 类似地,  $A' = |C'_V|^2 + |C'_A|^2$ ,  $B' = 2\text{Re}(C'_V C'^*_A)$ . 散射截面可表示为

$$d\sigma = \frac{1}{16\pi^2(p_1 \cdot p_2)} \int \frac{d^3p'_1}{2E'_1} \delta[(p_1 + p_2 - p'_1)^2 - p_z^2] |M|^2. \quad (5)$$

在初态两粒子质心系中相空间积分元可化为

$$I \equiv \int \frac{d^3p'_1}{2E'_1} \delta[(p_1 + p_2 - p'_1)^2 - p_z^2]$$

$$= \frac{1}{4}(1 - z) \int dy_{\text{CM}} d\phi. \quad (6)$$

由于在初态两粒子质心系中,  $t = (p_1 - p'_1)^2 = \varphi^2(1 - 1/z)(1 - y_{\text{CM}})$ ; 而在  $p_z$  静系中,  $t = k^2 = -\varphi^2(1 - z)(1 - y)/[z + (1 - z)y]$ , 所以有如下换算关系:

$$y_{\text{CM}} = y/[z + (1 - z)y]. \quad (7)$$

于是相空间积分元在  $p_z$  静系中可表示为

$$I = \frac{1}{4}z(1 - z) \int \frac{dy d\phi}{[z + (1 - z)y]^2}. \quad (8)$$

将(4)式和(8)式代入(5)式, 积分后便得:

$$\sigma = \frac{\pi\alpha^2}{16\pi Q^2} \frac{1}{(1 - \tau)^2} \sum_1 \{ \delta_{\lambda\rho}(A' - B'\rho)[(A - Bh)(I_1 + I_2) - (B - Ah)\rho(I_1 - I_2)] + \delta_{\lambda 0}\psi(A - Bh)A'I_3 \}, \quad (9)$$

其中  $\rho = \pm 1$  对应于矢量玻色子的两种横向极化态螺旋度,  $\tau = M_V^2/Q^2$ .  $I_1, I_2$  和  $I_3$  是  $z$  的函数:

$$I_1 = C^2 \int_0^1 dy (1 - y)/(D - Cy)^2,$$

$$I_2 = C^2 \int_0^1 dy [C/(1-D+Cy)]^2 y^2 (1-y)/(D-Cy)^2, \quad (10)$$

$$I_3 = C^2 \int_0^1 dy y/(D-Cy)^2,$$

其中

$$C = (1-z)(1-\tau), D = 1-z(1-\tau).$$

### 三、分布函数

图2过程当初态玻色子的极化为 $\lambda$ 时的散射幅平方为

$$|M|^2 = 8\pi\alpha [\delta_{\lambda\rho}(A' - B'\rho) + \delta_{\lambda 0} A'/\tau] Qk_L. \quad (11)$$

散射截面于是可表示为

$$\hat{\sigma} = \hat{\sigma}_{0\lambda} \delta(1-z_0),$$

$$\hat{\sigma}_{0\lambda} = \frac{4\pi^2 \alpha^2}{Q^2} [\delta_{\lambda\rho}(A' - B'\rho) + \delta_{\lambda 0} A'/\tau], \quad (12)$$

其中 $z_0 = \varphi^2/s_0, s_0 = (k+p_2)^2$ . 于是(9)式可因子化表示为

$$\begin{aligned} \sigma &= \sum_{\lambda} z f_{V(\lambda)/q(h)} \hat{\sigma}_{0\lambda} \\ &= \sum_{\lambda} \int dx f_{V(\lambda)/q(h)}(x, Q^2) \hat{\sigma}_{0\lambda} \delta(1-z_0), \end{aligned} \quad (13)$$

这里, $z_0 = z/x$ , 即 $x = z/z_0 = s_0/s = (k+p_2)^2/(p_1+p_2)^2$ , 而 $f_{V(\lambda)/q(h)}$ , 可辨认为螺旋度为 $h$ 的电子或夸克中包含动量百分比为 $x$ , 极化为 $\lambda$ 的矢量玻色子分布函数, 其表式为

$$\begin{aligned} x f_{V(\pm)/q(h)} &= \frac{\alpha}{2\pi} \frac{1}{(1-\tau)^2} [(A - Bh)(I_1 + I_2) \pm (B - Ah)(I_1 - I_2)], \\ x f_{V(0)/q(h)} &= \frac{\alpha}{\pi} \frac{1}{(1-\tau)^2} (A - Bh) I_3. \end{aligned} \quad (14)$$

应当指出, 由于宇称不守恒,  $f_{V(+)/q(+)} \neq f_{V(-)/q(-)}, f_{V(-)/q(+)} \neq f_{V(+)/q(-)}$ . 因此现在有四个独立的横向极化分布和两个纵向极化分布. 显然可定义如下自旋和分布:

$$f^{\lambda} = \frac{1}{2} (f_{V(\lambda)/q(+)} + f_{V(\lambda)/q(-)}). \quad (15)$$

代入(14)式, 有

$$\begin{aligned} x f^{\pm} &= \frac{\alpha}{4\pi} \frac{1}{(1-\tau)^2} [(A \mp B) I_1 + (A \pm B) I_2], \\ x f^0 &= \frac{\alpha}{\pi} \frac{\tau}{(1-\tau)^2} A I_3. \end{aligned} \quad (16)$$

为了讨论极化散射过程, 可定义如下自旋差分布:

$$\Delta f^{\lambda} = \frac{1}{2} (f_{V(\lambda)/q(-)} - f_{V(\lambda)/q(+)}). \quad (17)$$

代入(14)式, 有

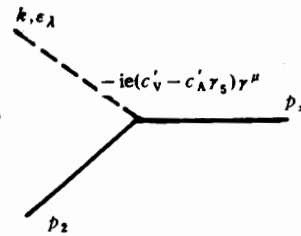
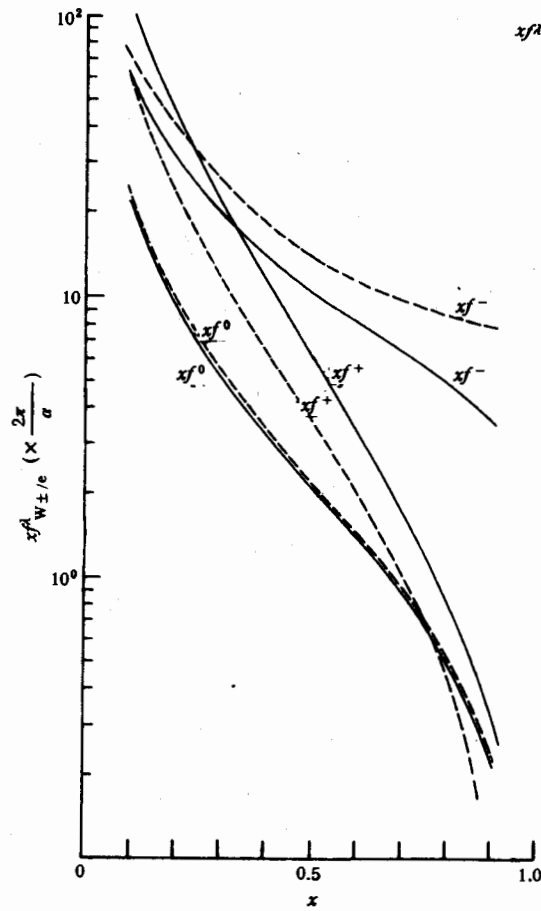


图2

图3 电子中  $W^\pm$  粒子分布函数  $xf^A$ 

$$x\Delta f^\pm = \frac{\alpha}{4\pi} \frac{1}{(1-\tau)^2} [(B \mp A)I_1 + (B \pm A)I_2],$$

$$x\Delta f^0 = \frac{\alpha}{\pi} \frac{\tau}{(1-\tau)^2} BI_3. \quad (18)$$

对于横向分布,可取如下组合:

$$xf^T = x(f^+ + f^-) = \frac{\alpha}{4\pi} \frac{1}{(1-\tau)^2} A(I_1 + I_2), \quad (19)$$

$$xf^{\bar{T}} = x(f^+ - f^-) = \frac{\alpha}{4\pi} \frac{1}{(1-\tau)^2} B(I_1 - I_2),$$

其中  $f^T$  与文献[6,7]所使用的结果一致.但是从我们的讨论中可以看到,对于非极化情况,  $f^{\bar{T}}$  也是重要的,必须同时考虑其贡献.  $f^{\bar{T}}$  显然来源于宇称不守恒性.

#### 四、数值结果

让我们首先来考察领头项近似. 当  $\tau = \frac{M_V^2}{Q^2} \rightarrow 0$  时,  $I_1 \rightarrow L, I_2 \rightarrow (1-x)^2 L, I_3 \rightarrow$

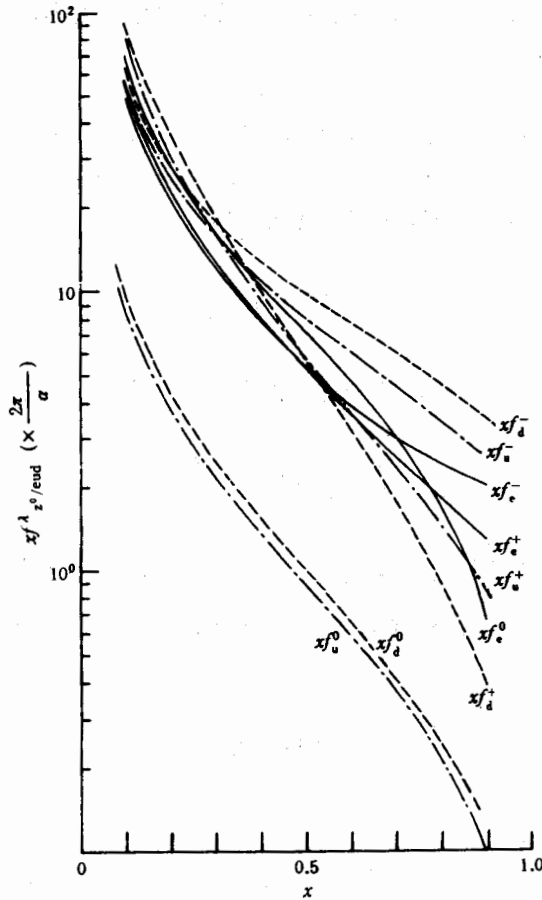


图 4 电子中(实线),  $\mu$  夸克中(点划线),  $d$  夸克中(虚线)  $Z^0$  玻色子分布函数

$\frac{(1-X)}{\tau}$ , 其中  $L = \ln(\frac{\varphi^2}{m_V^2})$ . 于是  $f^r$  的形式与等效光子原理的结果一致 ( $f_{\nu/e} = \frac{\alpha}{2\pi} \cdot \frac{1 + (1-x)^2}{x} \ln(\frac{\varphi^2}{4m_e^2})$ ).

在 Weinberg-Salam 模型中, 对于  $W^\pm$  粒子,  $C_V = C_A = \frac{1}{2\sqrt{2}\sin\theta_w}$ ; 对于  $Z^0$  粒子,  $C_V = \frac{(T_3 - 2e_f \sin^2\theta_w)}{\sin 2\theta_w}$ ,  $C_A = \frac{T_3}{\sin 2\theta_w}$ . 图 3 给出了电子中

$W^\pm$  粒子的分布. 可以看出, 对于横向分布, 非领头项的贡献是重要的. 图 4 给出了电子和  $\mu, d$  夸克中的  $Z^0$  分布. 矢量玻色子分布与光子分布大小之比主要来自对数因子. 例如, 当电子的能量为

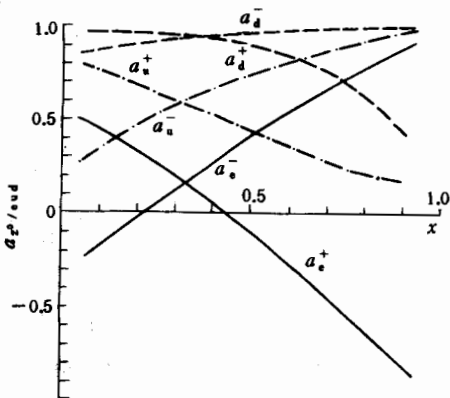


图 5 电子中(实线),  $\mu$  夸克中(点划线),  $d$  夸克中(虚线)  $Z^0$  玻色子横向分布不对称度

1TeV 时, 这两者对数因子之比约为 5, 即矢量玻色子分布比光子分布小不到一个量级.

为了表示正负螺旋度电子或夸克矢量玻色子分布的相对大小, 可定义分布不对称度:

$$\alpha_{V/q}^{\lambda} = \frac{\Delta f_{V/q}^{\lambda}}{f_{V/q}^{\lambda}}. \quad (20)$$

对于  $W^{\pm}$  分布, 由于  $C_V = C_A$ , 故  $A = B$ , 再由 (16) 和 (18) 式, 可知  $\alpha_{W/q}^{\lambda} = 1$ ; 类似地, 对于  $Z^0$  的纵向分布, 也是常数 ( $A/B$ ), 其值为  $\alpha_{Z^0/e}^0 = 0.15$ ,  $\alpha_{Z^0/u}^0 = 0.56$ ,  $\alpha_{Z^0/d}^0 = 0.94$ . 图 5 则给出了电子和夸克中  $Z^0$  粒子横向分布不对称度的数值结果.

## 五、亮度因子

粒子  $a, b$  高能碰撞通过矢量玻色子过程散射 ( $ab \rightarrow VV' \rightarrow X$ ) 的截面现在可一般地表示为

$$\sigma = \int_{r_{\min}}^1 dx \sum_{\lambda\lambda'} L^{\lambda\lambda'} \hat{\sigma}_{\lambda\lambda'}(xs), \quad (21)$$

其中 
$$L^{\lambda\lambda'} = \int_x^1 \frac{dy}{y} \frac{1}{(1 + \delta_{\lambda\lambda'})} [f_{V/a}^{\lambda}(y) f_{V'/b}^{\lambda'}(\frac{x}{y}) + (V \leftrightarrow V')] \quad (22)$$

称为该过程中矢量玻色子分布亮度因子. 作为例子, 在领头项近似下, 且  $V = V' = W^{\pm}$  时, 9 个亮度因子为

$$\begin{aligned} L^{\lambda\lambda'} &= \left( \frac{\alpha}{2\pi} \frac{1}{4\sin^2\theta_W} \right)^2 \mathcal{L}^{\lambda\lambda'}, \\ \mathcal{L}^{++} &= \frac{1}{x} [(1 + 4x + x^2) \ln \frac{1}{x} + 4x^2 - x - 3] L^2, \\ \mathcal{L}^{+-} &= \frac{1}{x} [\ln \frac{1}{x} - \frac{1}{2}(1-x)(3+X)] L^2, \\ \mathcal{L}^{-+} &= \frac{1}{x} [\ln \frac{1}{x} - \frac{1}{2}(1-x)(3-x)] L^2, \\ \mathcal{L}^{--} &= \frac{1}{x} \ln \frac{1}{x} L^2, \\ \mathcal{L}^{+0} &= \frac{2}{x} [(1 + 2x) \ln \frac{1}{x} - \frac{1}{2}(1-x)(5+3x)] L, \\ \mathcal{L}^{0+} &= \frac{2}{x} [(1 + 2x) \ln \frac{1}{x} - \frac{1}{2}(1-x)(5+x)] L, \\ \mathcal{L}^{-0} &= \frac{2}{x} [\ln \frac{1}{X} - (1-x)] L = \mathcal{L}^{0-} \\ \mathcal{L}^{00} &= \frac{4}{x} [(1+x) \ln \frac{1}{x} - 2(1-x)]. \end{aligned} \quad (23)$$

对于单束极化情况, 可定义截面差  $\Delta d\sigma = d\sigma_{(a(+))b} - d\sigma_{(a(-))b}$ . 于是可以证明, (21) 式对于截面差可表示为

$$\Delta \frac{d\sigma}{dx} = \sum_{\lambda\lambda'} \Delta L^{\lambda\lambda'} \hat{\sigma}_{\lambda\lambda'}, \quad (24)$$

其中亮度因子为

$$\Delta L^{\lambda\kappa} = \Delta f_{V/a}^{\lambda} \otimes f_{V/b}^{\kappa}. \quad (25)$$

若  $a, b$  均为极化来, 可定义如下自旋差截面:  $\Delta d\sigma = d\sigma_{\uparrow\uparrow} - d\sigma_{\downarrow\downarrow}$ , 其中  $d\sigma_{\uparrow\uparrow} = \frac{1}{2}(d\sigma_{(a(+))b(+)} + d\sigma_{(a(-))b(-)})$ ,  $d\sigma_{\downarrow\downarrow} = \frac{1}{2}(d\sigma_{(a(+))b(-)} + d\sigma_{(a(-))b(+)})$ . 于是可以证明, (24) 式仍然成立, 但其中亮度因子为

$$\Delta L^{\lambda\kappa} = \Delta f_{V/a}^{\lambda} \otimes \Delta f_{V/b}^{\kappa}. \quad (26)$$

### 参 考 文 献

- [1] C. Bourrely, J. Soffer, F. Renard and P. Taxil, *Phys. Reports*, **177**(1989), 319
- [2] R. Kauffmann, *Phys. Rev.*, **D41**(1990), 3443; G. Altarelli, R. Casalbuoni and D. Dominci, Preprint CERN-TH-5626/90.
- [3] C. Dawson, *Nucl. Phys.*, **B240**(1985), 45.
- [4] J. Lindfors, *Z. Phys.*, **C28**(1985), 427; P. W. Johnson, F. Olness and W. Tong, *Phys. Rev.*, **D36**(1987), 291.
- [5] M. Capdequi, J. Layssac, H. Leveque, G. Moultaq and F. Renard, *Z. Phys.*, **C41**(1988), 99.
- [6] J. Lindfors, *Z. Phys.*, **C35**(1987), 355.
- [7] O. Ebli, G. Marques, S. Novaes and A. Natale, Preprint-1990.

## Distribution Functions of Vector Boson

XU ZAIXIN

(Department of Physics, East China Normal University, Shanghai, 200062)

### ABSTRACT

The Vector-Boson distribution functions inside electron or quark are obtained in the case of polarization. The formula and the numerical results of the distributions for the application of unpolarized and polarized process are discussed. The distribution asymmetry and the luminosity factors are introduced.