

# 银河宇宙线核传播的蒙特卡罗模拟

张力 张鸣 木钧 喻传赞

(云南大学物理系, 昆明 650091)

## 摘 要

采用银河系超新星爆发中激波加速产生宇宙线的假定, 用 Monte Carlo 方法模拟了宇宙线核在星际空间中的传播. 模拟计算中采用加速器实验中测得的核碰撞截面和核散裂几率, 考虑宇宙线核在星际介质中的作用和能量变化率, 并采用标准漏箱模型决定宇宙线传播的扩散, 最后采用力场近似处理太阳调制对宇宙线核的影响, 所得到的 0.5 至 20 GeV/N 的初级宇宙线硼、碳比, 硫、铁比以及氧和铁的能谱与实验结果符合较好. 讨论了超新星爆发的激波压缩比因子的不同取值对结果的影响.

## 一、引 言

银河宇宙线核在星际介质中的传播是一个复杂的物理过程, 一般由扩散近似下包含了核的散裂和衰变以及能量变化项的传播方程描述<sup>[1]</sup>. 该方程的数学形式解涉及到程长分布这样一个重要的天体物理学参数, 对这个参数的不同的理论解释就产生了不同的传播模型. 在已建立的各种传播模型中, 目前较流行的是标准漏箱模型<sup>[2]</sup>, 其中宇宙线核的能量变化由游离能损引起, 程长分布为具有平均程长  $\Lambda$  的指数分布且是能量相关的.

对于特定的传播模型, 当银河宇宙线核在星际传播期间有能量变化时, 其传播方程的求解相当复杂. 为了能用解析方法求解, 不可避免地需要忽略宇宙线传播中的一些细节. 为了更精确地得到一种传播模型的解, 我们采用 Monte Carlo 方法来模拟银河宇宙线核在星际介质中的传播. 本文中, 将介绍模拟计算方法, 并采用标准漏箱模型给出计算的结果.

## 二、银河宇宙线核在星际空间中的传播

银河宇宙线的最可能的源是银河系中的超新星爆发. 超新星遗迹(SNR)伴随的强激波可使银河宇宙线获得有效的加速, 最大能量可达  $10^{14}$  eV 左右, 其为动量幂律谱<sup>[3]</sup>.

源外, 银河宇宙线核的传播可由如下方程描述<sup>[4]</sup>:

$$\frac{\partial N_i}{\partial t} - K \nabla^2 N_i + \frac{\partial}{\partial E} W_i N_i + \frac{N_i}{\tau_i} = Q_i(E, \mathbf{r}, t), \quad (1)$$

其中,  $N_i(E, \mathbf{r}, t)$  是  $t$  时刻在离源  $\mathbf{r}$  处具有能量  $E$  的第  $i$  类粒子的数密度;  $K$  为空间扩散系数;  $W_i$  为第  $i$  类粒子的能量变化率;  $\tau_i$  为第  $i$  类核的破坏时间;  $Q_i(E, \mathbf{r}, t)$  为宇宙线第  $i$  类核的产生率, 包括源产生和次级产生两部分, 即

$$Q_i(E, \mathbf{r}, t) = q_i(E, \mathbf{r}, t) + \sum_{k>i} \frac{N_k(E, \mathbf{r}, t)}{\tau_{ki}}, \quad (2)$$

在(2)式中,  $q_i$  为源产生率;  $\tau_{ki}$  为第  $k$  类核散裂成第  $i$  类核的平均时间.

当  $K$ 、 $W_i$  和  $\tau_i$  只与能量有关时, 方程(1)可由格林函数法求得其数学形式解<sup>[5]</sup>. 考虑到宇宙线处于稳态 ( $\frac{\partial N_i}{\partial t} = 0$ ) 的一般假定, 则稳态下方程(1)之解为

$$N_i(E, \mathbf{r}) = \int_0^{\theta_0} d\theta \frac{W_i(E_0)}{W_i(E)} Q_i(E_0) \exp\left(-\int_0^{\theta} \frac{d\theta'}{\tau_i}\right) P(E, \mathbf{r}, X), \quad (3)$$

其中, 已使用了  $Q_i(E_0, \mathbf{r}_0) = Q_i(E_0) \chi(\mathbf{r}_0)$  的假定;  $\theta = \int_{E_0}^E \frac{dE'}{W_i(E')}$ , 表示粒子从注入时刻到观测时刻所经历的时间间隔;  $X = \int_{E_0}^E dE' K(E')/W_i(E')$ ;  $\theta_0$  表示积分上限, 若  $W_i(E)$  仅为游离能损, 则  $\theta_0 \rightarrow \infty$ ;  $P$  为程长分布且

$$P(E, \mathbf{r}, X) = \int d^3 r_0 \varphi(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}, X) \chi(\mathbf{r}_0), \quad (4)$$

在(4)式中,  $\varphi(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}, X)$  满足

$$\frac{\partial \varphi}{\partial X} - \nabla^2 \varphi = -\delta(X) \delta(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0),$$

由(4)式知, 程长分布与源分布、源与观测者的相对位置、空间扩散特性及边界条件有关.

在具体计算(3)式时, 需首先确定如下量: (1)程长分布, 即需确定传播模型, 本文采用标准漏箱模型, 在该模型中, 数密度  $N_i$  和程长分布都与坐标  $\mathbf{r}$  无关; (2)能量变化率  $W_i$ , 本文只考虑游离能损; (3) $\tau_i$  和  $\tau_{ki}$ , 可由  $\Lambda_i$  和  $\Lambda_{ki}$  表示, 分别为核相互作用的平均自由程和核散裂平均自由程, 并且  $\Lambda_i = \rho \beta c \tau_i = \langle m \rangle / \sigma_i$ ,  $\Lambda_{ki} = \rho \beta c \tau_{ki} = \langle m \rangle / \sigma_{ki}$ , 其中,  $\rho$  为星际介质密度,  $\langle m \rangle$  为星际介质中原子的平均质量,  $\beta c$  为宇宙线核的速度,  $\sigma_i$  和  $\sigma_{ki}$  分别是总非弹性截面和散裂截面. 本文中, 取星际介质为线氢介质,  $\sigma_i$  采用了与能量有关的经验公式<sup>[6]</sup>; 对散裂截面  $\sigma_{ki}$ , 采用了近期加速器的测量结果<sup>[7]</sup>, 并通过拟合获得了一个经验公式, 对文献[7]中未能给出的母核与子核的电荷数之差大于8的散裂截面, 采用了文献[8]给出的半经验公式和可用的测量截面; (4)源产生率, 采用了动量幂律形式, 相应的源丰度取自文献[9].

给定上述量后, 由(3)式可确定太阳域(heliosphere)外的星际宇宙线核谱. 当银河宇宙线进入太阳域内时, 会受到太阳的调制作用, 本文采用力场近似处理银河宇宙线的太阳调制效应, 其中太阳调制参数取为 500MV.

### 三、蒙特卡罗模拟

银河宇宙线核在星际空间传播时, 将与星际介质发生多次相互作用. 在一次核碰撞

中,可以产生许多次级粒子,这些次级粒子又进一步与星际介质发生核相互作用,产生下一代次级粒子,最后达到观测点;在传播期间,银河宇宙线核的能量会发生变化,并且银河宇宙线核的传播由一定的程长分布确定.对这样的传播过程,我们的具体处理如下:

### 1. 源产生率和平均程长

采用扩散激波加速理论,取(2)式中的源产生率  $q_i$  为动量的幂律,即

$$q_i = c_i p^{(-2.0+\epsilon)}, \quad (5)$$

其中,常数  $c_i$  与粒子种类有关,表征了源处银河宇宙线核的丰度; $p$  为粒子动量(以 GeV/ $N/c$  为单位); $\epsilon$  与激波压缩比有关,对强激波, $\epsilon=0$ .

对于不同的银河宇宙线传播模型,尽管采用了不同的程长分布,但它们都有一个基本的物理量,即银河宇宙线的平均程长.在标准漏箱模型中,程长分布为

$$P(E, x) = \exp\left(-\int_0^x \frac{dx}{\Lambda_e}\right), \quad (6)$$

其中, $x=\rho\beta c\theta$  为从源传播到观测点银河宇宙线所穿越的物质质量, $\Lambda_e$  为银河宇宙线的平均程长.

具体处理中,首先依(5)式对原初粒子的能量进行随机抽样,然后由

$$\Lambda_e = \begin{cases} 24.0\beta R^{-0.5} & R \geq 5\text{GV} \\ 10.7\beta & R < 5\text{GV} \end{cases} \quad (7)$$

确定在该能量下宇宙线核的平均程长,其中, $R$  为核的刚度.

### 2. 核与星际介质的相互作用

原初宇宙线核在星际空间传播中,由  $\sigma_k$  确定第  $k$  类核的非弹性作用几率,在该非弹性作用中第  $k$  类核散裂成各种较轻核的几率由  $\sigma_{ki}/\sigma_k$  确定.

宇宙线核在传播中能量的改变由能量变化率  $W_i$  确定.本文中,考虑能量变化率为游离能损的情况,且为了便于随机抽样,采用了文献[10]给出的游离能损的近似公式

$$W_i(E) = (Z_{\text{eff}}^2/A), 630 \cdot E^{-0.8} \quad (\text{MeV}/\text{N}/\text{gcm}^{-2}), \quad (8)$$

其中, $A$  为粒子的质量数, $Z_{\text{eff}}$  为有效电荷数目  $Z_{\text{eff}}=Z[1-\exp(-137\beta/Z^{2/3})]$ , $E$  为核的每核子动能.对于  $0.5-20\text{GeV}/\text{N}$  能区, $Z_{\text{eff}}\approx Z$ ,于是核的射程  $R(E)=\frac{1}{1134}\left(\frac{Z^2}{A}\right)_i E^{1.8}$ .由(3)式,我们引入函数  $f(x)$ ,且

$$f(x) = \frac{W_i(E_0)}{W_i(E)} = \left(1 - \frac{x}{R(E)}\right)^{4.19}, \quad (9)$$

进一步,对归一化后的  $f(x)$  进行抽样.

### 3. 有效作用程长

在标准漏箱模型中,程长分布满足(6)式,从而可引入有效作用程长  $\Lambda_{\text{eff}} = \left(\frac{1}{\Lambda_e} + \frac{1}{\Lambda_e}\right)^{-1}$ ,由(3)式知,它仍满足指数分布,即

$$g(x) = \exp\left(-\frac{x}{\Lambda_{\text{eff}}}\right). \quad (10)$$

在处理中,依(9)和(10)式的归一化形式进行随机抽样,有  $x_{\text{eff}} = -\Lambda_{\text{eff}} \ln r_i$ ,  $x_{\text{ion}} = R(E_0)(1 - r_i^{9/13})$ ,其中  $E_0$  为初能, $r_i$  为  $[0,1]$  均匀分布的随机数.如果  $x_{\text{ion}} < x_{\text{eff}}$ ,则相应的核被丢

弃,否则保留;如果上代核的作用位置为  $x_0$ ,则该代核的作用位置为  $x_i = x_0 + (-\Delta_{\text{eff}} \ln r_i)$ ,而且如果上代核的能量为  $E$ ,则该代核的能量由于游离能损而变为  $E(1 - \frac{x_{\text{eff}}}{R(E)})^{5/9}$ .

#### 4. 太阳调制

银河宇宙线进入太阳域内,会受到太阳风的调制.若假定太阳调制前、后的宇宙线微分强度分别为  $J_0$  和  $J_1$ (注,微分强度  $J_i$  与数密度  $N_i$  的关系为  $N_i = \frac{4\pi}{V_i} J_i$ ,  $V_i$  为核  $i$  的速度),则有<sup>[11]</sup>

$$J_1(E - E_m) = \frac{(E - E_m)^2 + 2m_0(E - E_m)}{E^2 + 2m_0E} J_0(E),$$

其中,  $E_m = Ze\phi/A$ ,  $m_0 \approx 931.5 \text{ MeV}$ ;  $\phi$  为太阳调制参数;  $E$  为每核子动能. 太阳调制对各种核的影响是在结果分析中加以考虑的.

#### 5. 跟踪和记录

采用多分支跟踪方法,当原初粒子进入星际空间后,对每一次核作用的产物,只要能量大于  $0.5 \text{ GeV/N}$ ,就进行跟踪.所有被跟踪的粒子,当其达到观测点(由平均程长确定)时,就记录其种类、能量、数目、作用代数等有关的历史档案,然后,在分析程序中,考虑太阳调制效应后,给出各类核粒子的微分强度、次级与原初之比等有关的量.

### 四、计算结果与实验的比较及讨论

在银河宇宙线核传播的 Monte Carlo 模拟中,我们考虑了标准漏箱模型的情况,取源谱指数为 2.2(即  $\epsilon = 0.2$ ),按源处各类粒子的丰度比决定所跟踪的各类核的数目,最后获得了到达地球附近的各类核的数密度(或微分强度).本文中,给出了 B/C 比、V/Fe 比以及 O 谱和 Fe 谱的计算结果与测量数据的比较(见图 1、2 和 3),其中假定了 B 和 V 完全由次级散裂产生.

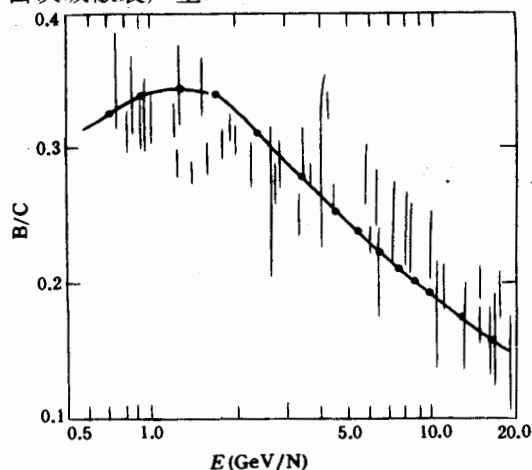


图1 计算的 B/C 比与观测数据的比较  
圆点表示计算值,数据取自文献[12]

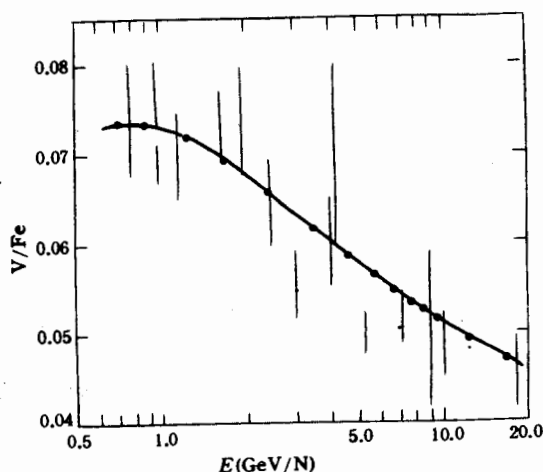


图2 计算的 V/Fe 比与数据的比较  
圆点表示计算值,数据取自文献[13]

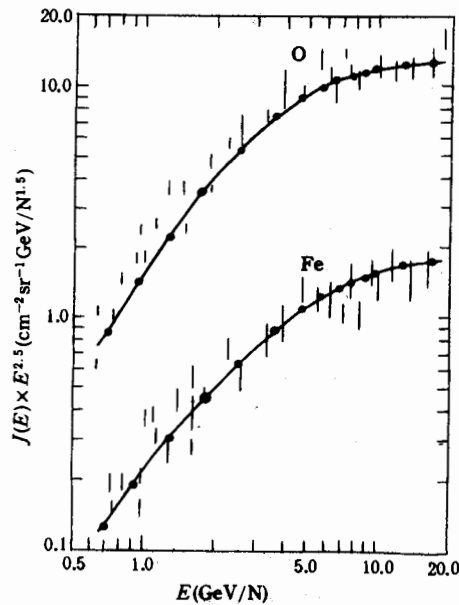


图 3 氧谱与铁谱  
数据取自文献[12]

在由(5)式给出的源产生率中,涉及到与激波压缩比有关的量 $\epsilon$ ,其中, $\epsilon = \frac{4-\gamma}{\gamma-1}$ , $\gamma$ 为激波压缩比。模拟计算中,分别考虑了 $\epsilon=0.0, 0.1, 0.2, 0.3$ 和 $0.4$ 时的情况,结果表明,对实验数据的最佳拟合为 $\epsilon=0.2$ ,相应的 $\gamma=3.5$ (这对应于较强的激波,对强激波 $\gamma=4$ ),由此知,在游离能损可略的能区,地球附近的银河宇宙线核的能谱 $J_i \propto p^{-2.7}$ ,这与更高能区的测量结果<sup>[14]</sup>是一致的。

对于能量变化率所产生的效应,在计算中,只考虑了游离能损效应,而该效应在文献[12]中并未考虑,事实上,即使在 $1\text{GeV/N}$ 能量处,对亚铁粒子与铁粒子之比,该效应可达 $\sim 10\%$ 的水平,并且在小于 $1\text{GeV/N}$ 能区中该效应更为显著<sup>[15]</sup>。另一方面,近期研究表明,银河宇宙线在星际传播中可经历重新加速,这样,能量变化率由能损率和重新加速率组成,我们的模拟计算适用于这种情况,并且可适用于其它传播模型。

近期,Berezinsky<sup>[16]</sup>已提出了自然计及重新加速过程的宇宙线传播的基本模型,并指出除重新加速外,宇宙线的传播还可能有对流和特殊类型的扩散等复杂现象。我们认为Monte Carlo方法对处理这些问题是有用的。

本工作参考了中科院高能所丁林垲、朱清棋的Monte Carlo程序设计方案;计算工作是在云南大学计算中心VAX机组上完成的。在此一并致谢。

### 参 考 文 献

- [1] Ginzburg, V. L., and Synovatskii, S. I. 1964, *The Origin of Cosmic Rays*(New York: Pergamon).
- [2] Cesarsky, C. J. 20th ICRC Rapporteur, **8**(1987), 87.
- [3] Drury, L. O. C. *Prog. Phys.*, **46**(1983), 973.
- [4] Ginzburg, V. L., and Ptuskin, V. S. *Rev. Mod. Phys.*, **48**(1976), 161.

- [ 5 ] Reams, D. V. 1974, *High Energy Particles and Quanta in Astrophysics*, edited by Frank B. McDonald and Carl E. Fichtel.
- [ 6 ] Letaw, J. R. *Astrophys. J. Suppl.*, **56**(1984), 369.
- [ 7 ] Webber, W. R., et al. *Phys. Rev.*, **C41**(1990), 533.
- [ 8 ] Silberberg, R., and Tsao, C. H. *Astrophys. J. Suppl.*, **25**(1973), 315.
- [ 9 ] Simpson, J. A., *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.*, **33**(1983), 323.
- [10] Ramaty, R., et al. *Solar Phys.*, **86**(1983), 395.
- [11] Gleeson, L. J., and Axford, W. I., *Astrophys. J.*, **154**(1966), 1011.
- [12] Simon, M., et al. *Astrophys. J.*, **300**(1986), 32.
- [13] Wiedenback, M. E., 21th ICRC Rapporteur Talk, **11**(1990), 57.
- [14] Grunsfeld, J. M., et al. 21th ICRC, **3**(1990), 249.
- [15] Garcia-Muzon, M., et al. *Astrophys. J. Suppl.*, **64**(1987), 269.
- [16] Berezhinsky, V. S., 21th ICRC Rapporteur Talk, **11**(1990), 115.

## Monte Carlo Simulation for the Propagation of Galactic Cosmic Ray Nuclei

ZHANG LI ZHANG MING MU JUN YU CHUANZAN  
(Department of Physics, Yunnan University, Kunming 650091)

### ABSTRACT

Based on the assumption that galactic cosmic ray (GCR) is produced by the diffusive shock wave acceleration of supernova explosion in the Galaxy, we simulate the propagation of GCR nuclei in the interstellar medium by using the Monte Carlo method. In our simulating calculation, we use the nuclear interaction cross sections and the probabilities of nuclear fragmentation measured in the accelerator experiments; we consider the ionization energy loss of GCR nuclei in the standard leaky box model and the effect of solar modulation on the GCR nuclei by using force-field approximation. Our calculating B/C, V/Fe and the spectra of O and Fe can be compared with experimental data. Finally, we discuss the effects of different compress ratios of shock wave on the calculation results.