

# 强 CP 破坏与 TC 轴子\*

王学雷<sup>a</sup> 王海志<sup>a</sup> 鲁公儒<sup>a,b</sup>

<sup>a</sup> (河南师大物理系, 河南新乡 453002)

<sup>b</sup> (河南基础与应用科学研究所, 河南郑州 450052)

## 摘 要

本文首先讨论了强 CP 破坏, PQ 机制及标准模型中的轴子. 本文建立了 TC 轴子模型给出了它的质量, 衰变寿命以及与其它粒子的耦合形式. 最后讨论了天体物理和宇宙学对 TC 轴子性质的限制, 提出了宇宙线中应存在轴子的物理态.

## 一、强 CP 破坏与 PQ 机制

在 QCD 理论中, 由于存在非微扰瞬子效应和非平庸的真空结构, 理论的拉氏量中应包含  $\theta_{\text{QCD}}$  项<sup>[1,2]</sup>

$$\mathcal{L}_{\text{QCD}} \rightarrow \mathcal{L}_{\text{QCD}} + \frac{\theta_{\text{QCD}}}{32\pi^2} F_{\mu\nu}^r \tilde{F}^{\mu\nu,r}. \quad (1)$$

其中  $F_{\mu\nu}^r$  为胶子场强,

$$\tilde{F}_{\mu\nu}^r \equiv \frac{1}{2} \epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} F^{\alpha\beta,r}. \quad (2)$$

使夸克获得质量的 Yukawa 耦合为

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_Y = & \sum_{i,k} c_{ik} (\bar{u}_i \bar{d}_j)_L \begin{pmatrix} \varphi_2^0 \\ \varphi_2^- \end{pmatrix} u_{kR} \\ & + \sum_{j,k} \bar{c}_{jk} (\bar{u}_i \bar{d}_j)_L \begin{pmatrix} \varphi_1^+ \\ \varphi_1^0 \end{pmatrix} d_{kR}. \end{aligned} \quad (3)$$

我们可以对夸克进行变换, 使  $n$  个夸克的质量具有同样的相角, 即  $m_i = |m_i| e^{i\delta}$ . 实际的夸克质量应为实数, 为消除相角, 需进行变换:  $q_j \rightarrow q_j e^{i\delta r_j/2} (j = 1, 2, \dots, n)$ . 由于 QCD 反常的存在, 即使  $n$  个夸克质量都为零, 上述变换也会使  $\mathcal{L}$  有一变化量<sup>[3]</sup>

$$\delta\mathcal{L} = -\frac{n\delta}{32\pi^2} F_{\mu\nu}^r \tilde{F}^{\mu\nu,r}. \quad (4)$$

设  $\bar{\theta} = \theta_{\text{QCD}} - \frac{n\delta}{32\pi^2}$ ,  $F_{\mu\nu}^r \tilde{F}^{\mu\nu,r}$  项的存在产生强相互作用的 CP 破坏<sup>[1]</sup>. 实验中得出的

本文 1991 年 9 月 12 日收到.

\* 本工作得到省教委基础研究课题基金资助.

$F_{\mu\nu}^r \cdot \tilde{F}^{\mu\nu,r}$  的有效系数应为  $\bar{\theta}$ , 实验给出  $\bar{\theta}$  的上限为:

$$\bar{\theta} < 10^{-9} \sim 10^{-10}.$$

为什么  $\bar{\theta}$  这么小? 为了解释小  $\bar{\theta}$  值问题, Peccei 和 Quinn 提出了一种新的机制, 即 PQ 机制<sup>[4]</sup>. 该机制认为  $\bar{\theta}$  不代表不同理论, 它用来区别具有不同能量的各个真空态. 对实际的真空态, 如忽略弱电作用, 有  $\bar{\theta} = 0$ . 考虑弱电作用后, 有  $\bar{\theta} \simeq 0(10^{-14})$ . 为使  $\bar{\theta} \sim 0$ , 我们需选择适当  $\gamma$  值,  $\gamma$  应与物理性质无关. 因此容易看出拉氏量应具有一种新的手征对称性  $U_{PQ}(1)$ , QCD 反常的存在使  $U_{PQ}(1)$  对称性破缺, 与  $U_{PQ}(1)$  对应的轴矢流  $j_\mu^{PQ}$  是反常的. 由于  $U_{PQ}(1)$  的存在对应地存在一 Goldstone 粒子——轴子. 由于瞬子效应不能看成小的微扰, 我们研究轴子的性质, 需引入一修正的对称群  $U'_{PQ}(1)$ , 它对应的轴矢流  $j_\mu^a$  是反常自由的, 实际的轴子对应于  $j_\mu^a$ .

## 二、标准模型中的轴子

设标准模型中的拉氏量具有  $U_{PQ}(1)$  对称性, 则对应存在守恒荷——PQ 荷. 我们将标准模型中的 Higgs 场表示为

$$\varphi_i^0 = \frac{1}{\sqrt{2}} (v_i + \eta_i) \exp(i\xi_i/v_i). \quad (5)$$

其中  $\xi_i$  和  $\eta_i$  为实场,  $v_i$  为 Higgs 场  $\varphi_i^0$  的真空期待值. 设 Higgs  $\varphi_i$ , 夸克  $q_i$ , 轻子  $l_i$  分别带 PQ 荷  $\Gamma_i$ ,  $x_i^{(q)}$ ,  $x_i^{(l)}$ , 则  $\varphi_i$ ,  $q_i$ ,  $l_i$  的  $U_{PQ}(1)$  变换为:

$$\begin{aligned} \varphi_i &\rightarrow e^{i\Gamma_i a} \varphi_i, \\ q_i &\rightarrow e^{ix_i^{(q)} a} q_i, \\ l_i &\rightarrow e^{ix_i^{(l)} a} l_i. \end{aligned} \quad (6)$$

$U_{PQ}(1)$  对应的反常轴矢流为

$$j_\mu^{PQ} = f_a \partial_\mu a + \frac{1}{2} \sum_i x_i^{(q)} \bar{q}_i \gamma_\mu \gamma_5 q_i + \frac{1}{2} \sum_i x_i^{(l)} \bar{l}_i \gamma_\mu \gamma_5 l_i, \quad (7a)$$

其中

$$a = \frac{1}{f_a} \sum_i \Gamma_i v_i \xi_i, \quad f_a^2 = \sum_i \Gamma_i^2 v_i^2 \quad (7b)$$

为研究轴子, 需建立与  $U'_{PQ}(1)$  相应的无反常轴矢流  $j_\mu^a$ <sup>[2]</sup>,

$$j_\mu^a = j_\mu^{PQ} - \frac{1}{2} \left( \sum_i x_i^{(q)} \right) \frac{1}{1+z} (\bar{u} \gamma_\mu \gamma_5 u + z \bar{d} \gamma_\mu \gamma_5 d), \quad (8)$$

第二项用来消除反常, 其中  $z = \frac{m_u}{m_d} = 0.56$ .

由  $j_\mu^a$  我们可以得到轴子的质量和衰变成双光子的衰变寿命<sup>[2]</sup>

$$m_a = m_\pi \cdot \frac{f_\pi}{f_a} \cdot \frac{\sqrt{z}}{1+z} \sum_i x_i^{(q)}. \quad (9)$$

$$\tau_{a \rightarrow 2\gamma} = \tau_{\pi^0 \rightarrow 2\gamma} \cdot \frac{1}{z} \cdot \left( \frac{m_\pi}{m_a} \right)^5 \simeq \frac{0.4}{z} \left( \frac{100 \text{keV}}{m_a} \right)^5. \quad (10)$$

PQ 机制提出后,首先引入了 PQ 型轴子。在 PQ 型轴子中,与  $SU(2) \times U(1)$  相应的两个 Higgs 带 PQ 荷,由(7)式可知  $f_a \sim 245\text{GeV}$ , 因此 PQ 轴子应是“可观察”的,但目前还没有发现它的存在。由(10)式给出的  $\tau_{a \rightarrow 2\gamma}$  小于 0.1 秒,1990 年的粒子表已将 PQ 轴子排除<sup>[5]</sup>。

另一种轴子是由 Dine-Fishler-Srednicki-Zhitnitsky 提出的,称为 DFSZ 型轴子,这种轴子是在大统一模型中建立的。假设引发大统一群破缺的 Higgs 也带有 PQ 荷,则  $f_a$  应由大统一标度决定,因此  $f_a \sim 10^{15}\text{GeV}$ 。这与天体物理和宇宙学中给出的  $f_a$  的限制相矛盾。在天体物理和宇宙学中,通过对宇宙射线中粒子的能量损失的研究发现  $f_a$  应有下限,文[6]给出  $f_a > 8 \times 10^{11}\text{GeV}$ 。根据宇宙临界密度给出  $f_a$  的上限为<sup>[7]</sup>  $f_a < 2 \times 10^{12}\text{GeV}$ , 即  $f_a$  限制在

$$8 \times 10^{11}\text{GeV} < f_a < 2 \times 10^{12}\text{GeV}. \quad (11)$$

显然 DFSZ 轴子也不是理想的模型。为了解决这个矛盾,我们尝试建立 TC 轴子模型。

### 三、Technicolor 轴子

Technicolor 理论与 QCD 类似,也是非阿贝尔规范理论。自然,TC 理论中也存在强 CP 破坏问题。因此需要引入一个新的对称性  $U_{TC}^R(1)$ , 这样就存在一个与  $U_{TC}^R(1)$  相对应的 Goldstone 粒子——TC 轴子。

下面我们在 ETC 理论中研究 TC 轴子的性质。除弱电理论中的两个 Higgs 粒子带 PQ 荷外,假定与 ETC 群破缺有关的 Higgs 带 TC-PQ 荷,则 TC 轴子的衰变常数由 ETC 标度决定,  $F_A \sim \Lambda_E$ 。

设夸克、轻子  $u_i, d_i, l_i$  分别带 PQ 荷为  $x_i^{(u)}, x_i^{(d)}, x_i^{(l)}$ ; 设 TC 费米子  $U_r, D_r, L_r$  分别带 TC-PQ 荷  $x_r^{(U)}, x_r^{(D)}, x_r^{(L)}$ , 其中“ $i$ ”表示普通费米子的代指标,“ $r$ ”是 ETC 指标。则与  $U_{TC}^R(1)$  相应的反常轴矢流  $J_\mu^{\text{PQ}}$  为

$$\begin{aligned} J_\mu^{\text{PQ}} = & f_a \partial_\mu a + F_A \partial_\mu A + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N x_i^{(u)} \bar{u}_i \gamma_\mu \gamma_5 u_i \\ & + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N x_i^{(d)} \bar{d}_i \gamma_\mu \gamma_5 d_i + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N x_i^{(l)} \bar{l}_i \gamma_\mu \gamma_5 l_i \\ & + \frac{1}{2} \sum_{r=1}^{N'} X_r^{(U)} \bar{U}_r \gamma_\mu \gamma_5 U_r + \frac{1}{2} \sum_{r=1}^{N'} X_r^{(D)} \bar{D}_r \gamma_\mu \gamma_5 D_r \\ & + \frac{1}{2} \sum_{r=1}^{N'} X_r^{(L)} \bar{L}_r \gamma_\mu \gamma_5 L_r. \end{aligned} \quad (12)$$

$$J_\mu^{\text{PQ}} \text{ 满足 } \partial^\mu J_\mu^{\text{PQ}} = a G_{\mu\nu}^T G^{\tau,\mu\nu} + b G_{\mu\nu}' G'^{\tau,\mu\nu}. \quad (13)$$

其中  $G_{\mu\nu}, G_{\mu\nu}'$  分别表示胶子和 TC 胶子的场强。

与  $U_{TC}^R(1)$  对应的无反常轴矢流  $J_\mu^a$  为

$$J_\mu^a = J_\mu^{\text{PQ}} + k \sum_{i=1}^N \bar{u}_i \gamma_\mu \gamma_5 u_i + k' \sum_{i=1}^N \bar{d}_i \gamma_\mu \gamma_5 d_i$$

$$+ K \sum_{r=1}^{N'} \bar{U}_r \gamma_\mu \gamma_5 U_r + K' \sum_{r=1}^{N'} \bar{D}_r \gamma_\mu \gamma_5 D_r. \quad (14)$$

后四项用来消除反常, 因此需条件

$$N(2k + 2k') + \sum_q X^{(q)} = 0, \quad (15a)$$

$$N'(2K + 2K') + \sum_Q X^{(Q)} = 0. \quad (15b)$$

此处  $\sum_q X^{(q)} = \sum_i (X_i^{(u)} + X_i^{(d)})$ ,  $\sum_Q X^{(Q)} = \sum_r (X_r^{(U)} + X_r^{(D)})$ . 我们知道, 轴子与  $\pi^0$  之间、TC 轴子与 TC- $\pi^0$  之间不存在耦合, 所以有

$$\begin{aligned} \langle 0 | [Q_3^3, \partial^\mu J_\mu^A] | 0 \rangle &= 0, \\ \langle 0 | [Q_3^3, \partial^\mu J_\mu^A] | 0 \rangle &= 0. \end{aligned} \quad (16)$$

其中

$$Q_3^3 = \frac{1}{2} \int d^3x (\bar{u}_i \gamma_0 \gamma_5 u_i - \bar{d}_i \gamma_0 \gamma_5 d_i), \quad (17a)$$

$$Q_3^3 = \frac{1}{2} \int d^3x (\bar{U}_r \gamma_0 \gamma_5 U_r - \bar{D}_r \gamma_0 \gamma_5 D_r). \quad (17b)$$

由 (15) 及 (16) 式可得

$$\begin{aligned} k &= -\frac{1}{2N} \cdot \frac{1}{1+z} \sum_q X^{(q)}, & k' &= -\frac{1}{2N} \frac{z}{1+z} \sum_q X^{(q)}, \\ K &= -\frac{1}{2N'} \cdot \frac{1}{1+\rho} \sum_Q X^{(Q)}, & K' &= -\frac{1}{2N'} \cdot \frac{\rho}{1+\rho} \sum_Q X^{(Q)}. \end{aligned} \quad (18)$$

其中  $z = \frac{m_u}{m_d} \simeq 0.56$ ,

$$\rho = \frac{\sum_r \langle \bar{U}_r U_r \rangle \sum_i \langle \bar{u}_i u_i \rangle}{\sum_r \langle \bar{D}_r D_r \rangle \sum_i \langle \bar{d}_i d_i \rangle}.$$

应用 Dashen 方程得 TC 轴子质量

$$F_A^2 m_A^2 = i \langle 0 | [Q_3^3, \partial^\mu J_\mu^A] | 0 \rangle. \quad (19)$$

$$m_A = \frac{1}{N'} \frac{\sqrt{\rho}}{1+\rho} \sum_Q X^{(Q)} \left( \sum_i m_{u_i} \langle \bar{u}_i u_i \rangle + \sum_i m_{d_i} \langle \bar{d}_i d_i \rangle \right)^{1/2} / F_A. \quad (20)$$

设 TC 轴子与其它粒子有如下的相互作用

$$\begin{aligned} L_{int} &= \frac{1}{F_A} \sum_i (m_i X_i^{(q)} \bar{q}_i i \gamma_5 q_i) A - 2kA \sum_i m_{u_i} \bar{u}_i i \gamma_5 u_i \\ &\quad - 2k'A \sum_i m_{d_i} \bar{d}_i i \gamma_5 d_i. \end{aligned} \quad (21)$$

$$L_{Arr} = \frac{\alpha_{em} S^A}{2\pi F_A} \cdot A F \tilde{F} = -\frac{\alpha_{em} S^A}{2\pi F_A} A \epsilon_{\mu\nu\lambda\rho} \partial_\mu A_\nu \partial_\lambda A_\rho. \quad (22)$$

其中

$$S^A = \frac{1}{2} \left[ \frac{4}{3} \sum_i X_i^{(u)} + \frac{1}{3} \sum_i X_i^{(d)} + \sum_i X_i^{(l)} + \frac{4}{3} \sum_r X_r^{(U)} + \frac{1}{3} \sum_r X_r^{(D)} + \sum_r X_r^{(L)} \right] - \frac{1}{4N(1+z)} \sum_q X^{(q)} \left( \frac{4}{3} + \frac{z}{3} \right) - \frac{1}{4N'(1+\rho)} \sum_Q X^{(Q)} \left( \frac{4}{3} + \frac{\rho}{3} \right). \quad (23)$$

由上述相互作用项在树图近似下可得

$$\tau_{A \rightarrow 2\gamma}^{-1} = \frac{1}{4\pi} \left( \frac{\alpha_{em}}{2\pi} \right)^2 \frac{S^A}{F_A^2} m_A^3. \quad (24)$$

因为  $F_A \sim \Lambda_E > 10^3 \text{TeV}$ , 考虑到 (19) 和 (23) 式,  $m_A$  将非常小,  $\tau_{A \rightarrow 2\gamma}$  非常大. 若  $m_A < 2m_e$ , 则 TC 轴子仅能衰变为双光子.

#### 四、讨 论

考虑到实验限制 (11), 我们引入物理态轴子  $A^*$ , 物理轴子的衰变常数  $F_{A^*}$  应满足 (11) 即

$$8 \times 10^{11} \text{GeV} < F_{A^*} < 2 \times 10^{12} \text{GeV} \quad (25)$$

我们认为物理轴子为普通轴子与 TC 轴子的线性组合态

$$A^* = a \sin \theta + A \cos \theta \quad (26)$$

我们认为这里的普通轴子  $a$  为大通一理论中的轴子, 即有  $f_a \sim 10^{15} \text{GeV}$ .  $\theta$  是混合角, 对一适当的混合角  $F_{A^*}$  能满足 (25).

由于我们假定存在物理轴子, 它的正交态也应同时存在, 我们写为

$$\chi = a \cos \theta - A \sin \theta \quad (27)$$

考虑到文献 [5],  $\tau_{A^*} > 1.4 \times 10^{21}$  年的条件是需要. 由于  $F_A \ll f_a$ , 因此有

$$\tau_A \ll \tau_a. \quad (28)$$

这样

$$\tau_{A^*} \approx \tau_a \sin \theta > 10^{21} \text{年} \quad (29)$$

这里关于混合角  $\theta$  存在一个下限.

我们假设自然界中存在的是物理轴子, 其它粒子直接和物理轴子发生相互作用. 考虑到普通轴子、TC 轴子与其它粒子有相同的作用形式, 我们可直接写出物理轴子与其它粒子的耦合

$$L_{int} \sim \frac{1}{F_{A^*}} (m_u \bar{u} i \gamma_5 u + m_d \bar{d} i \gamma_5 d + \dots) A^*. \quad (30)$$

由于物理轴子可直接与电子、核子、光子发生相互作用

$$\mathcal{L} = A^* (g_{A^* e e} \bar{e} i \gamma_5 e + g_{A^* N N} \bar{N} i \gamma_5 N) + c_{A^* \tau \gamma} \frac{\alpha_{em}}{m_e} A^* F \tilde{F} \quad (31)$$

因此应存在图 1 的反应. 由于这些反应可以存在于天体的内部反应中, 我们不难推测宇宙射线中应存在我们假定的物理轴子, 如果它存在的话, 它将携带大量能量. 宇宙射线中

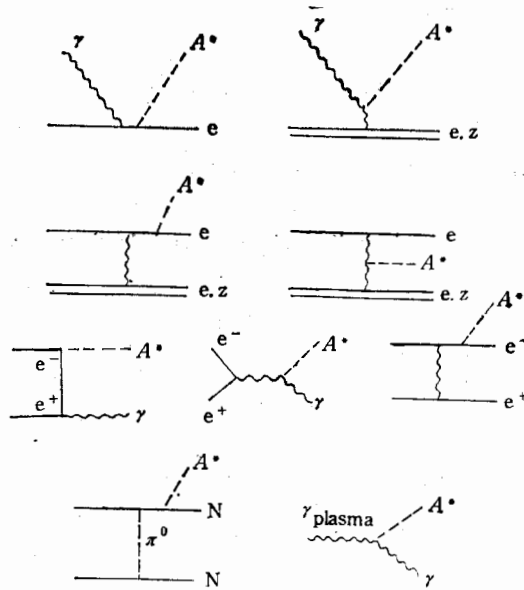


图 1

的能量丢失现象提供了物理轴子存在的可能性。由于物理轴子与其它粒子作用的耦合系数与  $F_{A^*}$  成反比, 对于大标度  $F_{A^*} \sim 10^{11} - 10^{12} \text{ GeV}$ , 这种耦合很弱, 所以我们所建立的物理轴子是“不可观察”的, 目前的实验也没能找到这种轴子。

我们预言了轴子与 TC 轴子的存在, 并假定物理轴子是它们的线性组合。如果将来在超高能现象中找到了 TC 轴子, 则将对 ETC 理论给出一个切实的实验证据与标度条件。

## 参 考 文 献

- [1] G. t, Hooft, *Phys. Rev. Lett.*, **37**(1976), 8; *Phys. Rev.*, **D14**(1976), 3432;  
R. Jackiw, C. Rebbi, *Phys. Rev. Lett.*, **37**(1976), 172;  
C. G. Callan, R. F. Dashen, D. J. Gross, *Phys. Lett.*, **B63**(1976), 334.
- [2] H. Y. Cheng, *Phys. Rep.*, **159**(1988), 4.
- [3] G. G. Ross, “Grand Unified Theories” P152.
- [4] R. D. Peccei, H. R. Quinn, *Phys. Rev. Lett.*, **38**(1977), 1440.
- [5] Particle Data Group II. 1 *Phys. Lett.*, **B239**(1990).
- [6] R. Mayle, J. R. Wilson, J. Ellis, K. Olive, D. N. Schnann, G. Steigman, *Phys. Lett.*, **B203**(1988), 189.
- [7] J. Preskill, M. Wise, F. Wilczek, *Phys. Lett.*, **B120**(1983), 127;  
L. F. Abbott, P. Sikivie, *Phys. Lett.*, **B120**(1983), 133;  
M. Dine, W. Fischler, *Phys. Lett.*, **B120**(1983), 137.

## Strong CP Violation and Techniaxion

WANG XUELEI<sup>a</sup> WANG HAIZHI<sup>a</sup> LU GONGGU<sup>a,b</sup>

a. (*Department of Physics, Henan Normal University, Xinxiang 453002*)

b. (*Henan Fundamental and Applied Science Research Institute, Zhengzhou 450052*)

### ABSTRACT

The strong CP violation, the PQ mechanism and the axions in the standard model are discussed. The model of techniaxion is established. The mass and the lifetime of techniaxion, the coupling for techniaxion with other matters are obtained. The constraints on the properties of techniaxion from astrophysical and cosmological considerations are discussed. An axion physical state should exist in the cosmic rays.