第16卷 第7期 高能物理与核物理 Vol. 16, No. 7
1992年7月 HIGH ENERGY PHYSICS AND NUCLEAR PHYSICS July, 1992

高能碰撞多粒子产生的分形结构的 Monte Carlo 研究*

喻连枝 刘连寿 蔡勖
(华中师范大学粒子物理研究所,武汉 430070)

摘 要

高能碰撞多粒子产生的末态粒子系统的涨落，有可能成为研究多粒子动力学的突破口．如何消去系统的统计涨落是其中最重要的课题．本文采用一个简单模型，通过 Monte Carlo 模拟，研究了统计涨落对分形结构的影响，找到一种定性地消去系统的统计涨落的方法．

一、引 言

70 年代以来，在有关复杂的多粒子产生现象的研究中，人们通常注意系统的平均特性，如多重数分布的参数化、KNO 标度无关性及其破坏、单举赝快度分布、两粒子快度关联和前后粒子数关联等．为了解释这些平均特性，已经提出了许多唯象模型[1]．近年来，在高能多粒子产生的实验中，观察到大量的高密度尖峰事例，例如：1983 年 JACEE 组发现了几个事例[2]，快度密度的局域涨落达到 $(dn/d\eta)\approx 300$；1987 年 NA 22 组找到了一些事件[3]，局域密度涨落达到 $(dn/d\eta)=100$；1988 年，EMU01 实验组也发现了局域密度涨落为 $(dn/d\eta)=140$ 的事例[4]．如此大的局域密度涨落使得人们认为系统中不仅存在统计涨落，而且也存在动力学起伏．

Bialas 和 Peschanski[5] 提出，利用阶乘矩方法可以消去系统中的统计涨落，研究动力学起伏．对于一个存在着动力学起伏的系统，阶乘矩有如下的反常标度

$$\langle F_i\rangle\propto\delta^{-\phi_i}\quad i\geq 2, \tag{1}$$

式中，δ 为快度子区间的大小，ϕ_i 为间歇指数．这一反常标度表明系统具有分形性质，而分形的维数（即广义维数）与 ϕ_i 有如下关系

$$d_i=1-\frac{\phi_i}{i-1}. \tag{2}$$

这就引起了人们研究多粒子产生的分形结构的广泛兴趣．利用阶乘矩（F 矩）可以消去统计涨落，得到动力学的分形，这是它的优点．但是，通过 ϕ_i 只能得到 $i>1$ 的维数，不能得到 Hausdorff 维数 d_0 和信息维数 d_1 这两种重要维数．因此，在研究粒子数密度涨落的分形特性时，F 矩存在着很大的局限性．

本文 1991 年 9 月 7 日收到．
* 国家教委优秀年青教师基金、国家自然科学基金和霍英东基金资助．

1989年,华家照引入了G矩[6]. 它能用来研究系统的多重分形特性,得到各种类型的维数,但不能消去系统中的统计涨落.

为了寻找既能消去系统中的统计涨落又能分析各种类型分形维数的有效方法，有必要研究统计涨落对分形维数的影响. 本文试图在这方面作一初步探索. 我们在不同情况下计算了逐个事件的三种维数（Hausdorff 维数、信息维数和关联维数）及其分布,讨论了统计涨落对分形结构的影响,给出了一种定性消去统计涨落的方法.

二、模 型

把所讨论的快度区间 ΔY 等分成M份,定义G矩如下[6]:

$$G_q = \sum_{j=1}^{M}{}' P_j^q, \tag{3}$$

式中,

$$P_j = \frac{k_j}{N}, \tag{4}$$

q 为实数,撇号表示求和不包括空子区间，N是总的粒子数， k_j 是第 j 个子区间的粒子数.

若系统有分形结构,G矩存在着如下反常标度.

$$G_q \propto \delta^{\tau(q)}, \tag{5}$$

其中,

$$\tau(q) = d_q(q-1), \tag{6}$$

d_q 为广义维数， $q=0,1$ 和 2 时， d_q 分别为 Hausdorff 维数（D_f)， 信息维数（D_i）和关联维数（D_v).

但是按（4）式定义的 P_j 只是在 $N\to\infty$ 才有几率的含义. 当N有限时,它不代表动力学几率,而含有统计涨落. 因此，用G矩得到的分形结构不是真正的动力学分形结构,而有统计涨落的影响.

为了研究统计涨落对动力学分形结构的影响,我们采用了一种简单的模型,即有无穷嵌套的自相似结构的随机级联模型——α 模型. 模型的主要思想是,把快度区间 ΔY 先等分成 λ 个子区间,再将每个子区间等分成 λ 个子区间,依此类推,重复 ν 步后,子区间的大小为 δy，子区间的数目

$$M = \frac{\Delta Y}{\delta y} = \lambda^\nu. \tag{7}$$

假设 $\lambda=2$，各步所对应子区间分别为 $\delta_1,\delta_2;\delta_{11},\delta_{12},\delta_{21},\delta_{22},\cdots$，对应的几率为

$$\begin{aligned} &p_1 = w_1, \quad p_2 = 1-w_1, \\ &p_{11} = w_{11}p_1, \ p_{12} = (1-w_{11})p_1; \\ &p_{21} = w_{21}p_2, \ p_2 = (1-w_{21})p_2. \end{aligned} \tag{8}$$

式中，$w_j(j=1,2,11,21,\cdots)$ 为基元分割的几率. 经过 ν 次分割后，第m个子区间中的几率为

$$P_m = w_1 w_2 \cdots w_\nu. \tag{9}$$

假定 α 模型描写了系统的动力学，可以得到动力学矩

$$\langle C_i \rangle = \frac{1}{M} \sum_m (MP_m)^i. \tag{10}$$

当 $\delta \to 0$ 时，它的反常标度性决定了动力学的多重分形维数.

$$\langle C_i \rangle \propto \delta^{-\phi_i}. \tag{11}$$

在以 α 模型为动力学的基础上，用二项式分布模拟粒子数的统计涨落，来计算 G 矩，得到多重分形维数. 再将它们和纯动力学分形维数比较，就可以研究统计涨落对分形结构的影响.

三、Monte Carlo 模拟

如下给出了三种情况的 Monte Carlo 模拟的流程图:

(1) 没有统计涨落只有动力学起伏的系统，如图 1.

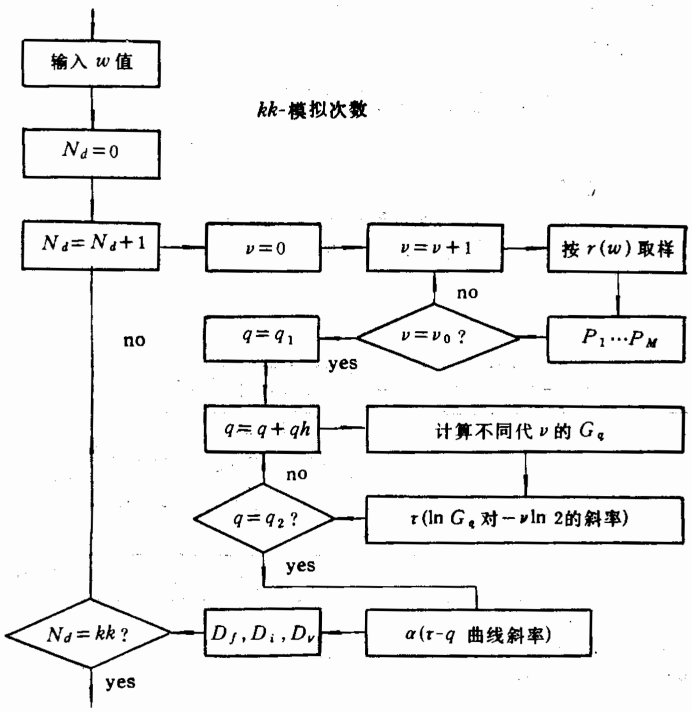

图 1　纯动力学系统的 MC 模拟流程图

(2) 只有统计涨落不存在动力学起伏的系统，如图 2.

(3) 既有统计涨落又有动力学起伏的系统，如图 3.

图 4、图 5 和图 6 分别给出了只有动力学起伏不存在统计涨落的系统、没有动力学起伏只存在统计涨落的系统以及既有动力学起伏又有统计涨落的混合系统三种情况的模拟

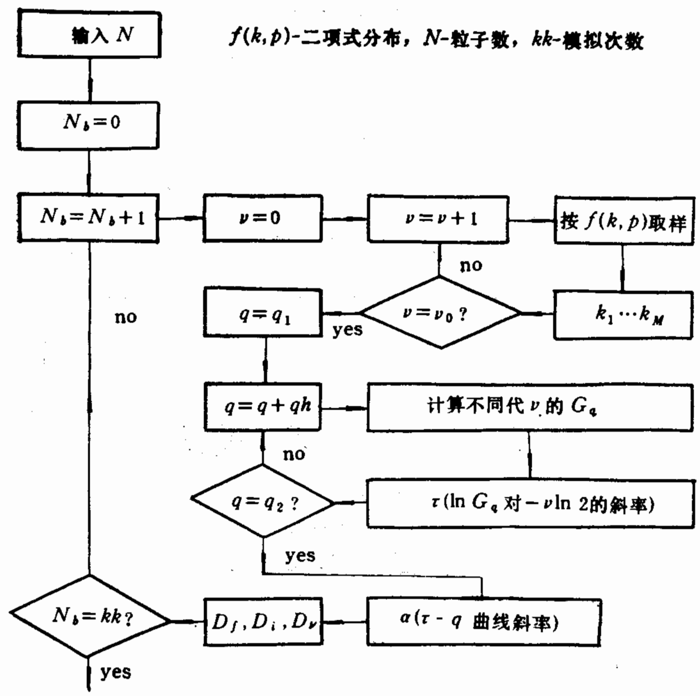

图 2 纯统计系统的 MC 模拟流程图

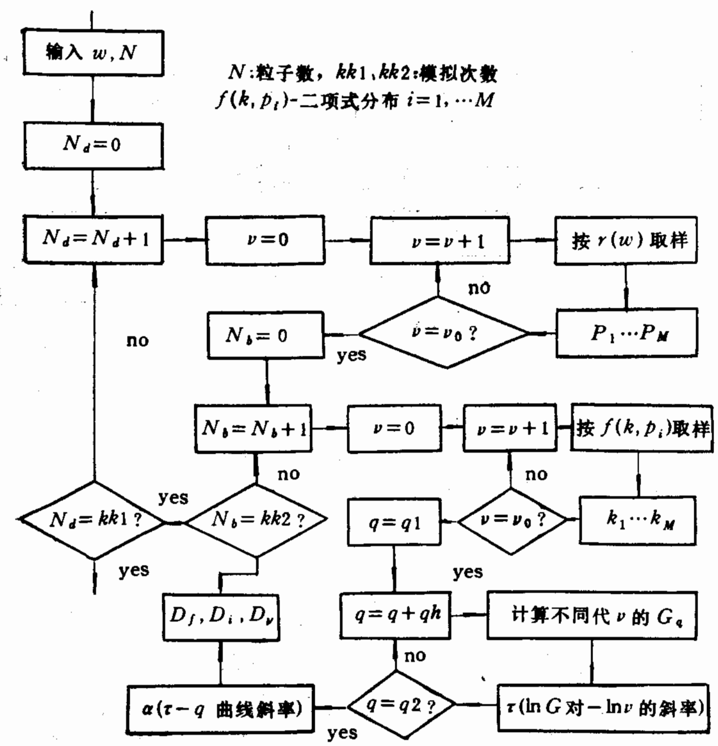

图 3 混合系统的 MC 模拟流程图

结果．模型的基元几率 w 取二组值(0,1)和(0.4，0.6)，对应几率为 0.1 和 0.9．在实际的实验中，存在着动力学几率基础上的统计涨落，系统是一种混合系统．从模拟得到的结果可知，统计涨落使得维数的分布变宽，平均维数变小．当多重数增大到 $N=300$ 时，统计涨落的影响可以近似忽略．

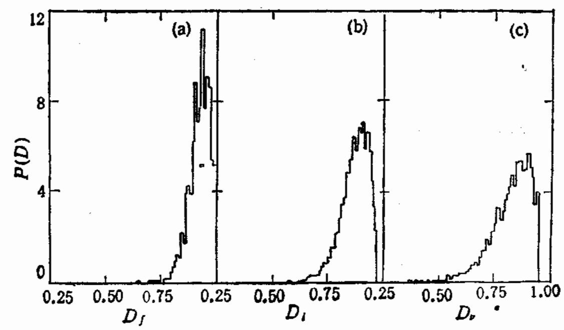

图 4　纯动力学系统的三种维数的分布

(a) Hausdorff 维数，(b) 信息维数，(c) 关联维数

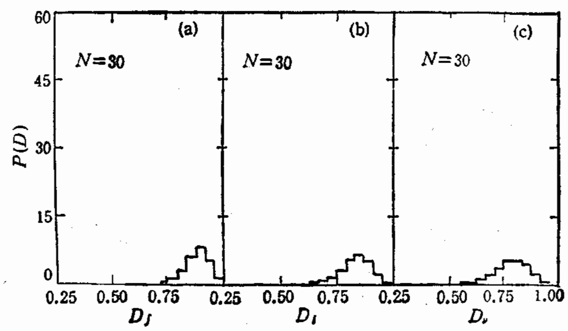

图 5.1　纯统计系统的三种维数分布（粒子数 30），

(a) Hausdorff 维数，(b)信息维数，(c) 关联维数

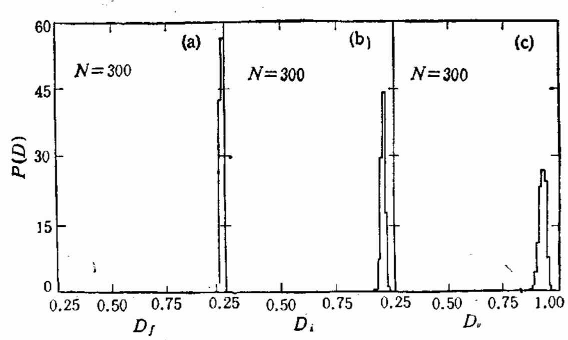

图 5.2　纯统计系统的三种维数分布(粒子数 300)

(a) Hausdorff 维数，(b) 信息维数，(c) 关联维数

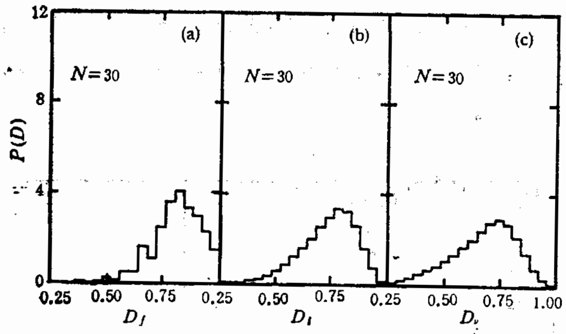

图 6.1 混合系统的三种维数分布(粒子数 30)
(a) Hausdorff 维数, (b) 信息维数, (c) 关联维数

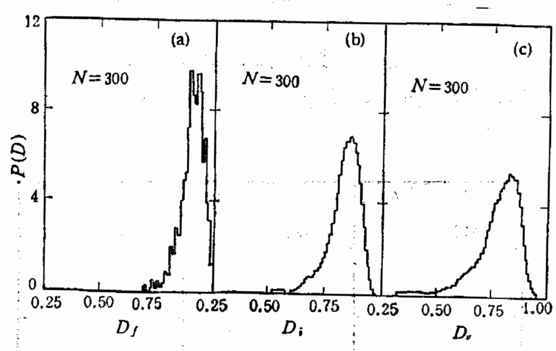

图 6.2 混合系统的三种维数分布(粒子数 300)
(a) Hausdorff 维数, (b) 信息维数, (c) 关联维数

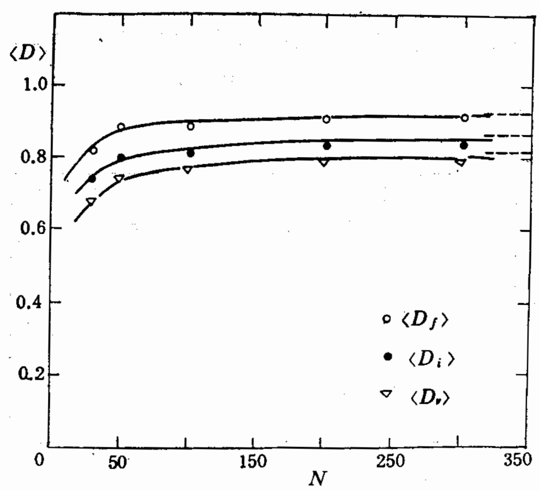

图 7 混合系统的三种平均维数对粒子数的依赖关系曲线以函数
$\langle D\rangle = A - Be^{-CN}$ 拟合得到,虚线是纯动力学系统的三种平均维数

Bialas 引入阶乘矩消去了系统中的统计涨落，但通过 F 矩不能给出系统中的分维和信息维数；而华家照的 G 矩中存在着统计涨落．如何消去系统中的统计涨落，较好地分析粒子密度涨落的动力学分形特性，是一个很重要而又很困难的问题．我们对上述三种情况进行了模拟，定性讨论了统计涨落对各种维数分布的影响．图 7 是平均维数与多重数的关系曲线．随着多重数的增加，混合系统的平均维数更接近于纯动力学系统的平均维数．在相同能量的同一类型碰撞中，如果不同多重数的事件由相同的动力学产生，那么，在实验上，画出平均维数与多重数的关系曲线，曲线的渐近值就是系统的动力学的平均维数．这样就定性给出一种消去系统中统计涨落的方法．

在实际的物理系统中，由于既存在着动力学起伏又存在着统计涨落，如何消去统计涨落来研究动力学起伏、分析系统的分形特性，这是目前尚未解决的问题．本文用 Monte Carlo 方法研究了统计涨落对分形的维数分布的影响，给出了一种在不同多重数事件由相同的动力学产生这一条件下定性消去统计涨落的方法，有助于这个问题的解决．

参　考　文　献

[1] G. Pancheri et al., *Phys. Lett.*, **B151**(1985), 453; **B109**(1985), 69;
T. Siostand et al., *Phys. Lett.*, **B188**(1987), 149;
B. Andersson et al., *Nucl. Phys.*, **B281**(1987), 289;
A. Capella et al., *Phys. Lett.*, **B81**(1979), 18; **B114**(1982), 450;
S. Barshay, *Phys. Lett.*, **B116**(1982), 193.

[2] T. H. Burnett et al., (JACEE), *Phys. Rev. Lett.*, **50**(1983), 2062.

[3] M. Adamas et al., (NA22), *Phys. Lett.*, **B185**(1987), 200.

[4] M. I. Adamovich et al., (EMU01), *Phys. Lett.*, **B201**(1988), 397.

[5] A. Bialas and R. Peschanski, *Nucl. Phys.*, **B203**(1986), 703; **B308**(1988), 857; *Phys. Lett.*, **B207**(1988), 59.

[6] R. Hwa, Preprint, OITS-404(1989).

Monte Carlo Investigation of Fractal Structure of Multiparticle Production in High Energy Collision

YU LIANZHI　LIU LIANSHOU　CAI XU

(Institute of Particle Physics, Hua-Zhong Normal University, Wuhan 430070)

ABSTRACT

Fluctuations of the produced particles of the final states in high energy collisions may be the break through for investigating multi-particle dynamics. How to eliminate the statistical noise of the system is one of the most important problems. In this paper the influence of the statistical noise on fractal structure is analysed and a kind of method for eliminating statistical noise is proposed by using the Monte Carlo simulation based on a simplt dynamical model.