第16卷 第3期　　高能物理与核物理　　Vol. 16, No. 3
1992年3月　　HIGH ENERGY PHYSICS AND NUCLEAR PHYSICS　　Mar., 1992

J/ψ 三级二体强衰变过程的自旋-宇称分析*

沈齐兴　　郁　宏
(中国科学院高能物理研究所，北京 100039)

摘　　要

本文给出了级联衰变过程 $e^+ + e^- \to J/\psi \to V + X$, $X \to P_1 + Y$, $Y \to P_2 + P_3$ (V 代表矢量介子，P_i 代表赝标介子)的角分布螺旋度形式，为通过 J/ψ 三级二体强衰变过程对中间态X粒子进行自旋-宇称分析提供理论公式.

一、引　　言

自 1974 年发现 J/ψ 粒子至今的十多年里，J/ψ 衰变一直是一个热门的研究课题. 量子色动力学预言，J/ψ 的辐射衰变过程是胶子球丰富产生的一种过程，从而被认为是研究胶子球的一个理想的领域. 实验上，在 J/ψ 的辐射衰变过程中已发现三个人们很感兴趣的新的共振态：$\iota/\eta(1440)$[1], $\theta/f_2(1720)$[2] 和 $\xi(2230)$[3]，它们(特别是 $\iota/\eta(1440)$) 被认为是胶子球的候选者[4].

Crystal Ball 实验组认为(见文献[1]中 C. Edwards 等人的文章)，在 J/ψ 辐射衰变过程中发现的 $\iota/\eta(1440)$ 主要通过如下的方式产生并衰变到 $K\bar{K}\pi$ 终态:

$$\begin{aligned} J/\psi \to \gamma + \iota/&\eta(1440) \\ &\lfloor\!\!\longrightarrow \pi + a_0(980) \\ &\qquad\qquad\lfloor\!\!\longrightarrow K\bar{K}, \end{aligned}$$

这是一个 J/ψ 的三级二体衰变过程. 最近，DM2[5] 和 Mark III[6] 的分析都表明，在 $\iota/\eta(1440)$ 附近存在三个共振态，分别通过如下过程产生和衰变:

$$\begin{aligned} J/\psi \to \gamma + &X(J^{PC} = 0^{-+}) \\ &\lfloor\!\!\longrightarrow \pi + a_0(980) \\ &\qquad\qquad\lfloor\!\!\longrightarrow K\bar{K}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} J/\psi \to \gamma + &X(J^{PC} = 0^{-+}) \\ &\lfloor\!\!\longrightarrow \bar{K} + K^* \\ &\qquad\qquad\lfloor\!\!\longrightarrow K\pi, \end{aligned}$$

本文 1991 年 5 月10日收到.
* 国家自然科学基金资助.

$$
\begin{array}{l}
J/\psi \rightarrow \gamma + X(J^{PC} = 1^{++}) \\
\qquad\qquad\quad \lfloor\!\longrightarrow \bar{K} + K^* \\
\qquad\qquad\qquad\qquad\quad \lfloor\!\longrightarrow K\pi,
\end{array}
$$

这些也都是 J/ψ 的三级二体衰变过程.

除了 J/ψ 的辐射衰变过程外，J/ψ 的强衰变过程也是一类值得重视的衰变过程. 因为，(1)可以通过测量 $J/\psi \rightarrow \phi + X$, $\omega + X$ 和 $\rho + X$ 的分支比确定构成粒子X的组分. 例如，Mark III[7] 和 DM2[8] 已利用这种方法定量地测定了 η 和 η' 介子的各种 $q\bar{q}$ 份额及混合角.（2）实验上已测得 $J^{PC} = 2^{++}$ 粒子在 J/ψ 辐射衰变过程中产生时的螺旋度振幅之比 x 和 y 的值[9]. 对于主要由 $u\bar{u}$ 和 $d\bar{d}$ 构成的 $f_2(1270)$ 和主要由 $s\bar{s}$ 构成的 $f_2'(1525)$，有 $x \approx 1$ 和 $y \approx 0$，而对于 $\theta/f_2(1720)$ 有 $|x| \approx |y| \approx 1$. 这种差异表明 $\theta/f_2(1720)$ 可能不是 $q\bar{q}$ 束缚态. 而对于 J/ψ 的强衰变过程 $J/\psi \rightarrow V + X$(V 为矢量介子)中产生的 $J^{PC} = 2^{++}$（或 4^{++})粒子 X，存在四个独立的螺旋度振幅之比 x, y, z 和 z'. 这些量的测量有可能为我们提供有关X粒子的性质以及构成X粒子的组分的更多的信息，也可用来检验 QCD 动力学模型.（3）有些 J/ψ 的强衰变道的分支比比相应的辐射衰变道的分支比更大(例如，$BR(J/\psi \rightarrow \omega f_2(1270)) \approx 3 \times BR(J/\psi \rightarrow \gamma f_2(1270))$)，从而为研究 J/ψ 的强衰变道提供了现实的可能性.

利用微扰 QCD 理论的简单估计表明，J/ψ 的强衰变过程（$J/\psi \rightarrow M + X$, M为普通介子)有利于混杂态（$q\bar{q}g$）的产生，因此可以用来研究混杂态. 在胶子球和混杂态中，有一类共振态具有（$q\bar{q}$）束缚态不可能具有的量子数 J^{PC}(例如 $1^{-+}, 3^{-+}, 0^{--}, 2^{+-}$等)，它们被称为奇特态（exotic states）. 如果实验上能发现奇特态的存在，这将是对 QCD 理论的极大支持.

Mark III 对 J/ψ 如下的强衰变过程进行了测量:

$$
\begin{array}{l}
J/\psi \rightarrow \omega K\bar{K}\pi, \\
J/\psi \rightarrow \phi K\bar{K}\pi,
\end{array}
$$

发现其中的大部分衰变是通过 $K^*\bar{K}$ 中间态进行的[10]，因此可以设想这一类 J/ψ 强衰变过程大部分亦是一种三级二体衰变过程，即

$$
\begin{array}{l}
J/\psi \rightarrow \omega + X \\
\qquad\qquad\quad \lfloor\!\longrightarrow \bar{K} + K^* \\
\qquad\qquad\qquad\qquad\quad \lfloor\!\longrightarrow K + \pi, \\
J/\psi \rightarrow \phi + X \\
\qquad\qquad\quad \lfloor\!\longrightarrow \bar{K} + K^* \\
\qquad\qquad\qquad\qquad\quad \lfloor\!\longrightarrow K + \pi
\end{array}
$$

因此，本文比较系统地研究了 J/ψ 的三级二体强衰变过程

$$
\begin{array}{l}
e^+ + e^- \rightarrow J/\psi \rightarrow V + X \\
\qquad\qquad\qquad\qquad\quad \lfloor\!\longrightarrow P_1 + Y \\
\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \lfloor\!\longrightarrow P_2 + P_3
\end{array}
, \tag{1}
$$

其中V是有质量的矢量介子，$P_i(i = 1,2,3)$ 是赝标介子. 对于粒子 X 的自旋-宇称 $J_X^{P_X} = 0^-, 1^\pm, 2^\pm$ 和粒子Y的自旋-宇称 $J_Y^{P_Y} = 0^+, 1^-, 2^+$，我们分别给出了相应的角分布

螺旋度形式。这些公式可以用来确定粒子X的自旋和宇称，有助于胶子球和奇特态的研究。这些角分布公式不仅适用于 J/ψ 的强衰变过程(1)，也可用于 ψ′(3685)或 Υ 相应的过程，例如

$$e^+ + e^- \to \psi'(3685) \to V + X \quad (X \to P_1 + Y,\ Y \to P_2 + P_3), \tag{2}$$

如果去掉公式中和 z, z' 有关的项，这些公式就成为相应于 J/ψ（或 ψ′(3685) 或 Υ）的辐射衰变过程

$$e^+ + e^- \to J/\psi \to \gamma + X \quad (X \to P_1 + Y,\ Y \to P_2 + P_3), \tag{3}$$

的角分布公式[11]。

二、角分布公式的推导和讨论

过程(1)的 S 矩阵元为

$$\langle VP_1P_2P_3|S-1|e_r^-e_{r'}^+\rangle \sim \langle \phi_{\lambda_J}|T|e_r^-e_{r'}^+\rangle\langle V_{\lambda_V}X_{\lambda_X}|T_1|\phi_{\lambda_J}\rangle$$
$$\langle P_1Y_{\lambda_Y}|T_2|X_{\lambda_X}\rangle\langle P_2P_3|T_3|Y_{\lambda_Y}\rangle, \tag{4}$$

其中 λ_J, λ_V, λ_X 和 λ_Y 分别是 J/ψ, V, X 和 Y 的螺旋度，r 和 r' 分别是电子和正电子的极化指标。 我们选取满足如下条件的螺旋度坐标系： (1) e^+e^- 的质心系(即 J/ψ 的静止系)；(2)矢量介子V的动量方向取为坐标系的 z 轴方向；(3) e^+e^- 束流位于 x-z 平面内；(4) y 轴选为 $\boldsymbol{e}_z \times \boldsymbol{p}_-$ 的方向，其中 $\boldsymbol{e}_z$ 为 z 轴方向的单位矢量，$\boldsymbol{p}_-$ 为电子的动量。在螺旋度坐标系中，存在螺旋度守恒关系：

$$\lambda_J = \lambda_V - \lambda_X, \tag{5}$$

并且有

$$\langle V_{\lambda_V}X_{\lambda_X}|T_1|\phi_{\lambda_J}\rangle \sim A_{\lambda_V,\lambda_X},$$
$$\langle P_1Y_{\lambda_Y}|T_2|X_{\lambda_X}\rangle \sim B_{\lambda_Y,0}D^{J_X*}_{\lambda_X,\lambda_Y}(\phi_1,\theta_1,0),$$
$$\langle P_2P_3|T_3|Y_{\lambda_Y}\rangle \sim D^{J_Y*}_{\lambda_Y,0}(\phi_2,\theta_2,0). \tag{6}$$

其中 A_{λ_V,λ_X} 称为过程 $J/\psi \to V + X$ 的螺旋度振幅，$B_{\lambda_Y,0}$ 为过程 $X \to P_1 + Y$ 的螺旋度振幅，$D^J_{m,m'}(\alpha,\beta,\gamma)$ 是三维转动算符的矩阵表示，即通常的 D 函数，$\Omega_1 \equiv (\theta_1,\phi_1)$ 为粒子X的静止系中描述粒子Y的动量 $\boldsymbol{p}_Y$ 的极角和方位角(其中 z 轴取为 J/ψ 静止系中X的动量方向)，$\Omega_2 \equiv (\theta_2, \phi_2)$ 为粒子Y的静止系中描述赝标介子 P_2(或 P_3)的动量 $\boldsymbol{p}_2$(或 $\boldsymbol{p}_3$)的极角和方位角(其中 z 轴取为X静止系中粒子Y的动量方向)。

宇称守恒给出如下二个关系式：

$$A_{\lambda_V,\lambda_X} = P_X(-1)^{J_X}A_{-\lambda_V,-\lambda_X},$$
$$B_{\lambda_Y,0} = -P_XP_Y(-1)^{J_X-J_Y}B_{-\lambda_Y,0}. \tag{7}$$

因此，我们可以得到过程(1)的角分布

$$W(\theta_V,\theta_1,\phi_1,\theta_2,\phi_2) \sim \sum_{\lambda_V,\lambda_X,\lambda'_X,\lambda_Y,\lambda'_Y} I_{\lambda_J,\lambda'_J}(\theta_V) A_{\lambda_V,\lambda_X}$$
$$A^*_{\lambda_V,\lambda'_X} B_{\lambda_Y,0}\, B^*_{\lambda'_Y,0} D^{J_X *}_{\lambda_X,\lambda_Y}(\Omega_1)\, D^{J_X}_{\lambda'_X,\lambda'_Y}(\Omega_1)$$
$$D^{J_Y *}_{\lambda_Y,0}(\Omega_2)\, D^{J_Y}_{\lambda'_Y,0}(\Omega_2), \qquad (8)$$

其中

$$I_{\lambda_J,\lambda'_J}(\theta_V) \sim \frac{1}{4}\sum_{r,r'} \langle\phi_{\lambda_J}|T|e^-_r e^+_{r'}\rangle\langle\phi_{\lambda'_J}|T|e^-_r e^+_{r'}\rangle^*, \qquad (9)$$

θ_V 为入射电子束方向和矢量介子运动方向之间的夹角. 在上面选取的螺旋度坐标系中，可以得到

$$I_{1,1}(\theta_V) = I_{-1,-1}(\theta_V) = p^2(1+\cos^2\theta_V),$$
$$I_{1,0}(\theta_V) = I_{0,1}(\theta_V) = -I_{-1,0}(\theta_V) = -I_{0,-1}(\theta_V)$$
$$= \frac{1}{\sqrt{2}} p^2 \sin 2\theta_V,$$
$$I_{1,-1}(\theta_V) = I_{-1,1}(\theta_V) = p^2\sin^2\theta_V,$$
$$I_{0,0}(\theta_V) = 2p^2\sin^2\theta_V, \qquad (10)$$

其中 $p = |\boldsymbol{p}_+| = |\boldsymbol{p}_-|$ 是正、负电子动量的绝对值. 在得到(10)式时，我们已忽略了正比于 $O\left(\frac{m_e}{p}\right)$ 的小项.

由于 $\lambda_J,\lambda_V = 0,\pm1$, (5) 式要求 $|\lambda_X| \leqslant 2$, 考虑到关系式(7)，对于过程 $J/\phi \to V + X$, 只包含五个独立的螺旋度振幅，即 $A_{1,0}, A_{1,1}, A_{1,2}, A_{0,0}$ 和 $A_{0,1}$. 因此，一般地我们可以定义四个独立的螺旋度振幅之比:

$$xe^{i\phi_x} = \frac{A_{1,1}}{A_{1,0}}, \quad ye^{i\phi_y} = \frac{A_{1,2}}{A_{1,0}},$$
$$ze^{i\phi} = \frac{A_{0,0}}{A_{1,0}}, \quad z'e^{i\phi'} = \frac{A_{0,1}}{A_{1,0}}. \qquad (11)$$

下面分三种情况进行讨论:

(一) $J_Y^{P_Y} = 0^+$

当 $J_Y^{P_Y} = 0^+$ 时，由于 $J_Y = 0$, λ_Y 只能取 0 值. 因此，对于过程 $X \to P_1 + Y$, 只依赖于一个螺旋度振幅 $B_{0,0}$. 这时，对于 $J_X = 1^-, 2^-$, (5) 式给出

$$B_{\lambda_Y,0} = -B_{-\lambda_Y,0}, \qquad (12)$$

故 $B_{0,0} = 0$. 因此我们得到

$$W_{1^-}(\theta_V,\theta_1,\phi_1,\theta_2,\phi_2) = W_{2^-}(\theta_V,\theta_1,\phi_1,\theta_2,\phi_2) = 0. \qquad (13)$$

对于 $J_X = 0^-, 1^+, 2^-$, 我们得到如下的角分布公式:

$$W_{0^-}(\theta_V,\theta_1,\phi_1,\theta_2,\phi_2) \sim 1+\cos^2\theta_V, \qquad (14)$$
$$W_{1^+}(\theta_V,\theta_1,\phi_1,\theta_2) \sim (1+\cos^2\theta_V)(2\cos^2\theta_1 + z'^2\sin^2\theta_1)$$
$$- x\sin 2\theta_V \sin 2\theta_1 \cos\phi_1 \cos\phi_x$$

$$+\sin^2\theta_V\sin^2\theta_1(2x^2+z'^2\cos 2\phi_1), \tag{15}$$

$$\begin{aligned} W_{2^-}&(\theta_V,\theta_1,\phi_1,\theta_2)\\ &\sim \frac{1}{4}(1+\cos^2\theta_V)[2(3\cos^2\theta_1-1)^2+3y^2\sin^4\theta_1+3z'^2\sin^2 2\theta_1]\\ &+x\sin 2\theta_V\sin 2\theta_1\cos\phi_1\left[-\frac{\sqrt{3}}{2}(3\cos^2\theta_1-1)\cos\phi_x\right.\\ &\left.+\frac{3\sqrt{2}}{4}y\sin^2\theta_1\cos(\phi_x-\phi_y)\right]\\ &+\sin^2\theta_V\left[\frac{3}{4}\sin^2 2\theta_1(2x^2+z'^2\cos 2\phi_1)\right.\\ &\left.+\frac{\sqrt{6}}{2}y\sin^2\theta_1(3\cos^2\theta_1-1)\cos 2\phi_1\cos\phi_y\right]. \end{aligned} \tag{16}$$

在得到(15)、(16)式时，我们已先对ϕ_2积分。从(14)式看到，当 $J^P_Y=0^+$，$J^P_X=0^-$ 时的角分布公式中不包含 z 和 z'，这表明过程(1)和过程(3)具有相同的角分布(14)式。这时对于所有赝标介子的产生都是各向同性的。(15) 式和(16) 式中都不包含 z，这是由于当 $J^P_X=1^+$ 和 2^- 时，(7)式使得 $z=0$。(15)和(16)式中不包含 θ_2，表明 Y 粒子的衰变产物对 θ_2 是各向同性的。但是 $J^P_X=1^+$ 的角分布(15)对 θ_1 的依赖只包含 $\cos^2\theta_1$ 的依赖关系，而 $J^P_X=2^-$ 的角分布(16)对 θ_1 的依赖除 $\cos^2\theta_1$ 外还有 $\cos^4\theta_1$ 的项。

(二) $J^P_Y=1^-$

当粒子 Y 是 $J^P_Y=1^-$ 的矢量介子共振态时，$\lambda_Y=0,\pm1$，有可能出现二个独立的螺旋度振幅 $B_{0,0}$ 和 $B_{1,0}$。对于 $J^P_X=0^-$，我们得到

$$W_{0^-}(\theta_V,\theta_1,\phi_1,\theta_2,\phi_2)\sim(1+\cos^2\theta_V)\cos^2\theta_2, \tag{17}$$

表明这时过程(1)和(3)有相同的角分布，而且赝标介子 P_1 的出射是各向同性的，但 P_2(或 P_3) 的出射有 $\cos^2\theta_2$ 的依赖关系(最后一点和文献[11]的结论不同)。

对于 $J^P_X=1^-$，(7)式给出 $B_{0,0}=0$，以及 $B_{1,0}=-B_{-1,0}$，我们得到

$$\begin{aligned} W_{1^-}(\theta_V,\theta_1,\phi_1,\theta_2)&\sim|B_{1,0}|^2\sin^2\theta_2\\ &\cdot\left\{(1+\cos^2\theta_V)\left[\sin^2\theta_1+\frac{1}{2}z'^2(1+\cos^2\theta_1)\right]\right.\\ &+\sin^2\theta_V\left[x^2(1+\cos^2\theta_1)+\left(z^2+\frac{1}{2}z'^2\cos 2\phi_1\right)\sin^2\theta_1\right]\\ &\left.+\frac{1}{2}\sin 2\theta_V\sin 2\theta_1\cos\phi_1[x\cos\phi_x-zz'\cos(\phi'-\phi)]\right\}. \end{aligned} \tag{18}$$

这个角分布有二个特点，其一是只包含一个螺旋度振幅 $B_{1,0}$；其二是对 θ_2 的依赖关系只是 $\sin^2\theta_2$ 的形式，并且是作为一个总的公共因子出现。

对于 $J^P_X=1^+$，(7)式给出 $A_{0,0}=0,B_{1,0}=B_{-1,0}$，$B_{0,0}\neq0$，因此角分布公式中将不包含与 z 有关的项，但含有与

$$u\equiv|B_{1,0}/B_{0,0}| \tag{19}$$

有关的项:

$$
\begin{aligned}
& W_{1^+}(\theta_V,\theta_1,\phi_1,\theta_2) \\
& \sim (1+\cos^2\theta_V)\left\{u^2\sin^2\theta_2\left[\sin^2\theta_1+\frac{1}{2}z'^2(1+\cos^2\theta_1)\right]\right. \\
& \left.+\cos^2\theta_2[2\cos^2\theta_1+z'^2\sin^2\theta_1]\right\} \\
& +\sin^2\theta_V\left\{u^2\sin^2\theta_2\left[x^2(1+\cos^2\theta_1)-\frac{1}{2}z'^2\sin^2\theta_1\cos 2\phi_1\right]\right. \\
& \left.+\cos^2\theta_2\sin^2\theta_1(2x^2+z'^2\cos 2\phi_1)\right\} \\
& +\frac{x}{2}\sin 2\theta_V\sin 2\theta_1\cos\phi_1\cos\phi_x(u^2\sin^2\theta_2-2\cos^2\theta_2),
\end{aligned} \tag{20}
$$

与(19)式不同,这里不仅包含了与 $\sin^2\theta_2$ 有关的项,也包含了与 $\cos^2\theta_2$ 有关的项.

对于 $J_X^P x=2^+$,(7) 式给出 $B_{0,0}=0$, $B_{1,0}=-B_{-1,0}$, 我们得到角分布公式如下:

$$
\begin{aligned}
& W_{2^+}(\theta_V,\theta_1,\phi_1,\theta_2)\sim|B_{1,0}|^2\sin^2\theta_2 \\
& \cdot\left\{(1+\cos^2\theta_V)\left[\frac{3}{4}\sin^2 2\theta_1+\frac{1}{2}y^2(1-\cos^4\theta_1)\right.\right. \\
& \left.+\frac{1}{2}z'^2(1-3\cos^2\theta_1+4\cos^4\theta_1)\right]+\sin^2\theta_V\left[x^2(1-3\cos^2\theta_1+4\cos^4\theta_1)\right. \\
& -\frac{\sqrt{6}}{4}y\sin^2 2\theta_1\cos 2\phi_1\cos\phi_y+\frac{1}{2}z'^2\sin^2\theta_1(4\cos^2\theta_1-1)\cos 2\phi_1 \\
& \left.+\frac{3}{4}z^2\sin^2 2\theta_1\right]+\sin 2\theta_V\sin 2\theta_1\cos\phi_1 \\
& \times\left[\frac{\sqrt{3}}{2}x\cos 2\theta_1\cos\phi_x+\frac{\sqrt{2}}{2}xy\cos^2\theta_1\cos(\phi_x-\phi_y)\right. \\
& \left.\left.-\frac{\sqrt{3}}{2}zz'\cos 2\theta_1\cos(\phi'-\phi)\right]\right\},
\end{aligned} \tag{21}
$$

这个角分布形式具有和(18)式相同的二个特点.

对于 $J_X^P x=2^-$, 我们得到角分布

$$
\begin{aligned}
& W_{2^-}(\theta_V,\theta_1,\phi_1,\theta_2) \\
& \sim\frac{1}{2}(1+\cos^2\theta_V)\left\{u^2\sin^2\theta_2\left[\frac{3}{2}\sin^2 2\theta_1+y^2(1-\cos^4\theta_1)\right.\right. \\
& \left.+z'^2(1-3\cos^2\theta_1+4\cos^4\theta_1)\right]+\cos^2\theta_2\left[(3\cos^2\theta_1-1)^2+\frac{3}{2}y^2\sin^4\theta_1\right. \\
& \left.\left.+\frac{3}{2}z'^2\sin^2 2\theta_1\right]\right\}+\sin^2\theta_V\left\{u^2\sin^2\theta_2\left[x^2(1-3\cos^2\theta_1+4\cos^4\theta_1)\right.\right. \\
& \left.-\frac{\sqrt{6}}{4}y\sin^2 2\theta_1\cos 2\phi_1\cos\phi_y-\frac{1}{2}z'^2\sin^2\theta_1(4\cos^2\theta_1-1)\cos 2\phi_1\right]
\end{aligned}
$$

$$+\cos^2\theta_2\sin^2\theta_1\left[6x^2\cos^2\theta_1+\frac{\sqrt{6}}{2}y(3\cos^2\theta_1-1)\cos 2\phi_1\cos\phi_y\right.$$

$$\left.\left.+3z'^2\cos^2\theta_1\cos 2\phi_1\right]\right\}+\frac{x}{4}\sin 2\theta_V\sin 2\theta_1\cos\phi_1.$$

$$\{u^2\sin^2\theta_2[2\sqrt{3}\cos 2\theta_1\cos\phi_x+2\sqrt{2}y\cos^2\theta_1\cos(\phi_x-\phi_y)]$$

$$+\cos^2\theta_2[2\sqrt{3}(1-3\cos^2\theta_1)\cos\phi_x+3\sqrt{2}y\sin^2\theta_1\cos(\phi_x-\phi_y)]\},\tag{22}$$

其中包含了所有的螺旋度振幅。

从(17)—(22)式可以看到，如果积去 ϕ_1，则对于 $J_X=0$，角分布形式不变，它不依赖于 θ_1；对于 $J_x=1$，角分布对 θ_1 的依赖只包含 $\cos^2\theta_1$ 的依赖关系；而对于 $J_X=2$，角分布对 θ_1 的依赖除 $\cos^2\theta_1$ 外还有 $\cos^4\theta_1$ 的项。所以，实验上可以从积去 ϕ_1 的角分布对于 θ_1 的不同依赖关系确定粒子 X 的自旋 J_X 的值。在 J_X 确定后，由于 1^- 和 2^+ 的角分布只整体地依赖于 $\sin^2\theta_2$，而 1^+ 和 2^- 的角分布没有这种特性，从而可以从角分布对 θ_2 的不同依赖关系确定粒子 X 的宇称 P_X。

（三）$J_Y^{P_Y}=2^+$

当粒子 Y 为 $J_Y^{P_Y}=2^+$ 的张量介子共振态时，$\lambda_Y=0,\pm1,\pm2$，有可能出现三个独立的螺旋度振幅 $B_{0,0}, B_{1,0}$ 和 $B_{2,0}$。对于 $J_X^{P_X}=0^-$，我们得到，

$$W_{0^-}(\theta_V,\theta_1,\phi_1,\theta_2,\phi_2)\sim(1+\cos^2\theta_V)(3\cos^2\theta_2-1)^2,\tag{23}$$

角分布不依赖于 z 和 z'，表明它既适用于过程(1)，也适用于过程(3)。它的主要特点是不依赖于 θ_1 和 ϕ_1，即赝标介子 P_1 的出射是各向同性的。

对于 $J_X^{P_X}=1^-$，我们得到

$$W_{1^-}(\theta_V,\theta_1,\phi_1,\theta_2)\sim|B_{1,0}|^2\sin^2 2\theta_2$$

$$\cdot\left\{(1+\cos^2\theta_V)\left[\sin^2\theta_1+\frac{1}{2}z'^2(1+\cos^2\theta_1)\right]\right.$$

$$+\sin^2\theta_V\left[x^2(1+\cos^2\theta_1)+z^2\sin^2\theta_1+\frac{1}{2}z'^2\sin^2\theta_1\cos 2\phi_1\right]$$

$$\left.+\frac{1}{2}\sin 2\theta_V\sin 2\theta_1\cos\phi_1[x\cos\phi_x-zz'\cos(\phi'-\phi)]\right\},\tag{24}$$

由于 $B_{0,0}=0$，这个角分布只包含一个螺旋度振幅 $B_{1,0}$；对 θ_2 的依赖是 $\sin^2 2\theta_2$ 作为整体的公因子出现。

对于 $J_X^{P_X}=1^+$，由于 $A_{0,0}=0$，角分布不含与 z 有关的项：

$$W_{1^+}(\theta_V,\theta_1,\phi_1,\theta_2)$$

$$\sim(1+\cos^2\theta_V)\{3u^2\sin^2 2\theta_2[2\sin^2\theta_1+z'^2(1+\cos^2\theta_1)]$$

$$+(3\cos^2\theta_2-1)^2[4\cos^2\theta_1+2z'^2\sin^2\theta_1]\}$$

$$+\sin^2\theta_V\{3u^2\sin^2 2\theta_2[2x^2(1+\cos^2\theta_1)-z'^2\sin^2\theta_1\cos 2\phi_1]$$

$$+2(3\cos^2\theta_2-1)^2\sin^2\theta_1[2x^2+z'^2\cos 2\phi_1]\}$$

$$+x\sin 2\theta_V\sin 2\theta_1\cos\phi_1\cos\phi_x[3u^2\sin^2 2\theta_2-2(3\cos^2\theta_2-1)^2],\tag{25}$$

其中对 θ_2 的依赖不仅有 $\sin^2 2\theta_2$ 的项，还包含有 $(3\cos^2\theta_2 - 1)^2$ 的项。

对于 $J_X^{P_X} = 2^+$，(7) 式给出

$$B_{0,0} = 0,\quad B_{1,0} = -B_{-1,0},\quad B_{2,0} = -B_{-2,0}. \tag{26}$$

因此，角分布只包含二个独立的螺旋度振幅 $B_{1,0}$ 和 $B_{2,0}$:

$$\begin{aligned}
&W_{2^+}(\theta_V,\theta_1,\phi_1,\theta_2)\\
&\sim (1+\cos^2\theta_V)\{|B_{1,0}|^2\sin^2 2\theta_2[6\sin^2 2\theta_1 + 4y^2(1-\cos^4\theta_1)\\
&\quad + 4z'^2(1-3\cos^2\theta_1+4\cos^4\theta_1)] + |B_{2,0}|^2\sin^4\theta_2[6\sin^4\theta_1\\
&\quad + y^2(1+6\cos^2\theta_1+\cos^4\theta_1) + 4z'^2(1-\cos^4\theta_1)]\}\\
&+ 2\sqrt{3}\sin 2\theta_V \sin 2\theta_1\cos\phi_1\Big\{|B_{1,0}|^2\sin^2 2\theta_2\Big[2x\cos 2\theta_1\cos\phi_x\\
&+ 2\sqrt{\frac{2}{3}}xy\cos^2\theta_1\cos(\phi_x-\phi_y) - 2zz'\cos 2\theta_1\cos(\phi'-\phi)\Big]\\
&+ |B_{2,0}|^2\sin^4\theta_2\Big[x\sin^2\theta_1\cos\phi_x - \frac{1}{\sqrt{6}}xy(3+\cos^2\theta_1)\cos(\phi_x-\phi_y)\\
&- zz'\sin^2\theta_1\cos(\phi'-\phi)\Big]\Big\} + 2\sin^2\theta_V\{|B_{1,0}|^2\sin^2 2\theta_2[4x^2(1-3\cos^2\theta_1\\
&+ 4\cos^4\theta_1) - \sqrt{6}y\sin^2 2\theta_1\cos 2\phi_1\cos\phi_y + 3z^2\sin^2 2\theta_1\\
&+ 2z'^2\sin^2\theta_1(4\cos^2\theta_1-1)\cos 2\phi_1] + |B_{2,0}|^2\sin^4\theta_2[4x^2(1-\cos^4\theta_1)\\
&+ \sqrt{6}y(1-\cos^4\theta_1)\cos 2\phi_1\cos\phi_y + 3z^2\sin^4\theta_1 + 2z'^2\sin^4\theta_1\cos 2\phi_1]\}.
\end{aligned} \tag{27}$$

对于 $J_X^{P_X} = 2^-$，(7) 式给出 $A_{0,0} = 0$ 以及

$$B_{0,0} \neq 0,\quad B_{1,0} = B_{-1,0},\quad B_{2,0} = B_{-2,0}, \tag{28}$$

角分布中将不包含与 z 有关的项:

$$\begin{aligned}
&W_{2^-}(\theta_V,\theta_1,\phi_1,\theta_2)\\
&\sim (1+\cos^2\theta_V)\Big\{u^2\sin^2 2\theta_2[6\sin^2 2\theta_1 + 4y^2(1-\cos^4\theta_1) + 4z'^2(1-3\cos^2\theta_1\\
&+ 4\cos^4\theta_1)] + v^2\sin^4\theta_2[6\sin^4\theta_1 + y^2(1+6\cos^2\theta_1+\cos^4\theta_1) + 4z'^2(1\\
&- \cos^4\theta_1)] + (3\cos^2\theta_2-1)^2\Big[\frac{4}{3}(3\cos^2\theta_1-1)^2 + 2y^2\sin^4\theta_1 + 2z'^2\sin^2 2\theta_1\Big]\Big\}\\
&+ \sin 2\theta_V\sin 2\theta_1\cos\phi_1\{u^2\sin^2 2\theta_2[4\sqrt{3}x\cos 2\theta_1\cos\phi_x\\
&+ 4\sqrt{2}xy\cos^2\theta_1\cos(\phi_x-\phi_y)] + v^2\sin^4\theta_2[2\sqrt{3}x\sin^2\theta_1\cos\phi_x\\
&- \sqrt{2}xy(3+\cos^2\theta_1)\cos(\phi_x-\phi_y)]\\
&+ (3\cos^2\theta_2-1)^2\Big[-\frac{4\sqrt{3}}{3}x(3\cos^2\theta_1-1)\cos\phi_x + 2\sqrt{2}xy\sin^2\theta_1\cos(\phi_x-\phi_y)\Big]\Big\}\\
&+ \sin^2\theta_V\{u^2\sin^2 2\theta_2[-2\sqrt{6}y\sin^2 2\theta_1\cos 2\phi_1\cos\phi_y + 8x^2(1-3\cos^2\theta_1\\
&+ 4\cos^4\theta_1) - 4z'^2\sin^2\theta_1(4\cos^2\theta_1-1)\cos 2\phi_1]\\
&+ v^2\sin^4\theta_2[2\sqrt{6}y(1-\cos^4\theta_1)\cos 2\phi_1\cos\phi_y + 8x^2(1-\cos^4\theta_1)
\end{aligned}$$

$$
- 4z'^2\sin^4\theta_1\cos 2\phi_1]
$$

$$
+ (3\cos^2\theta_2 - 1)^2\left[\frac{4\sqrt{6}}{3} y\sin^2\theta_1(3\cos^2\theta_1 - 1)\cos 2\phi_1\cos\phi_y + 4x^2\sin^2 2\theta_1\right.
$$

$$
\left. + 2z'^2\sin^2 2\theta_1\cos 2\phi_1\right]\Bigg\}, \tag{29}
$$

其中

$$
v = |B_{2,0}/B_{0,0}|. \tag{30}
$$

从(23)—(25)、(27)及(29)式可以看到，在对ϕ_1积分后，对于$J_X = 0$，其角分布形式不变，与θ_1无关；$J_X = 1$ 的角分布对θ_1的依赖只包含 $\cos^2\theta_1$ 的依赖关系；而对 $J_X = 2$，角分布对θ_1的依赖除 $\cos^2\theta_1$ 外还含有 $\cos^4\theta_1$ 的项。因此，实验上可以从积去ϕ_1的角分布对θ_1的不同依赖关系确定粒子X的自旋。在自旋J_X确定后，同样可以从角分布对θ_2的不同依赖关系确定X粒子的宇称。

三、小　　结

本文研究了 J/ψ 三级二体强衰变过程（1），当粒子X的自旋-宇称 $J_X^{P_X} = 0^-$，$1^\pm$，$2^\pm$，粒子Y的自旋-宇称 $J_Y^{P_Y} = 0^+, 1^-, 2^+$ 时，分别给出了相应的角分布公式。在粒子Y被认定的情况下，可以通过实验对这些角分布的拟合，确定粒子X的自旋和宇称，同时提供有关X粒子螺旋度振幅之比 x, y, z 和 z' 的实验值。这将有助于对胶子球和混杂态的研究。

如果令 $z = z' = 0$，这些角分布公式将适用于相应的 J/ψ 辐射衰变的三级二体过程(3)。

上述讨论也完全适用于 ψ'(3685) 和 Υ。

参　考　文　献

[1] D. L. Scharre et al., *Phys. Lett.*, **97B**(1980), 329;
C. Edwards et al., *Phys. Rev. Lett.*, **49**(1982), 259;
W. Toki, SLAC-PUB-3262(1983);
J.-E. Augustin et al., *Phys. Rev.*, **D42**(1990), 10.
[2] C. Edwards et al., *Phys. Rev. Lett.*, **48**(1982), 458;
R. M. Baltrusaitis et al., *Phys. Rev.*, **D35**(1987), 2077;
J.-E. Augustin et al., *Phys. Rev. Lett.*, **60**(1988), 2238.
[3] K. F. Einsweiler, SLAC-PUB-3202(1983);
R. M. Baltrusaitis et al., *Phys. Rev. Lett.*, **56**(1986), 107.
[4] 沈齐兴，高能物理与核物理，**15**(1991)，358.
[5] G. Szklarz, LAL 89-61 (1989).
[6] Z. Bai et al., *Phys. Rev. Lett.*, **65**(1990), 2507.
[7] D. Coffman et al., *Phys. Rev.*, **D38**(1988), 2695.
[8] J. Jousset et al., *Phys. Rev.*, **D41**(1990), 1389.
[9] L. Köpke and N. Wermes, *Phys. Rep.*, **174**(1989), 67.
[10] J. J. Becker et al., *Phys. Rev. Lett.*, **59**(1987), 186.
[11] S. Banerjee, *Phys. Rev.*, **D40**(1989), 3641.

Spin and parity analysis for the three-step two-body hadronic decay processes of J/ψ

SHEN QIXING YU HONG

(*Institute of High Energy Physics, Academia Sinica, Beijing* 100039)

ABSTRACT

The helicity formalism of the angular distribution for the cascade decay process $e^+ + e^- \to J/\psi \to V + X, X \to P_1 + Y, Y \to P_2 + P_3$ (V represents a vector meson and $P_i (i = 1,2,3)$ are the pseudoscalar mesons) is presented in this paper. It provides the theoretical formulas for the spin-parity analysis of the intermediate state X through a three-step two-body hadronic decay processes of J/ψ.