第16卷 第3期 高能物理与核物理 Vol.16, No.3
1992年3月 HIGH ENERGY PHYSICS AND NUCLEAR PHYSICS Mar., 1992

"MOOSE"模型中的't Hooft反常相消条件*

肖振军 鲁公儒[1)] 薛晓舟
(河南师范大学物理系,新乡 453002)

摘 要

本文讨论了 H. Georgi 提出的"MOOSE"复合理论中的一个问题,证明了在 $R_{i/j}\approx 0$ 区域的禁闭相理论分析中't Hooft 反常相消条件的必要性.

"MOOSE"复合理论[1]是一类重要的后标准模型理论,人们构造了以该理论为基础的复合模型[1,2]. 本文将证明: 在"MOOSE"复合理论的 $R_{i/j}\approx 0$ 区域的分析中,如果不考虑 't Hooft 反常相消条件[3]对可能的复合费米子多重态的限制,将会产生"多余"的零质量复合态,使得"MOOSE"复合理论不自洽.

1. "MOOSE" 复合理论

H. Georgi 在文献[1]中提出了"MOOSE"复合理论,构造并计算了具体的简单"MOOSE"模型. "MOOSE"复合理论的基本点是:

(a) 采用半单超色规范群 $G=\prod\limits_i G_i$ 和半单整体对称群 $G=\prod\limits_j G_j$, 并引入了两个参数: 超色复合能标 $\Lambda_{\rm UC}$——在 $\Lambda_{\rm UC}$ 附近一个或多个超色规范作用变强并发生禁闭; 另一个为无量纲参数 $R_{i/j}=\ln[g_i(\Lambda_{\rm UC})/g_j(\Lambda_{\rm UC})]$, 以确定在能标 $\Lambda_{\rm UC}$ 处任意两个规范作用的相对强度.

(b) 在超色能标 $\Lambda_{\rm UC}$ 处, $R_{i/j}$ 有三种可能取值: $R_{i/j}\ll 0$, $R_{i/j}\approx 0$, $R_{i/j}\gg 0$; 当 $R_{i/j}\approx 0$ 时,所有超色规范作用都变强并发生超色禁闭, 给出复合费米子谱(看作是禁闭相分析). 当 $R_{i/j}\gg 0$ 或 $R_{i/j}\ll 0$, 即某一个超色规范作用比其余规范作用强很多时, 该理论只有近似的手征对称性, 看起来象一个包含了较弱规范作用和旁观费米子的 QCD. 如果把低能物理作为 $R_{i/j}$ 的函数, 并且当 $R_{i/j}\gg 0$ 和 $R_{i/j}\ll 0$ 时模型给出相同的不破缺整体对称群和零质量费米子谱(看作是 Higgs 相分析).那么当从两侧向$R_{i/j}\approx 0$ 区域趋近时,如果没有相变发生,将得到与前者一致的复合费米子谱.

(c) 独立凝聚假设(ICH): 假设每一个变强的超色规范群都将使在其下变换的所有费米子获得一个动力学质量(无论该规范群本身是否被其它规范作用产生的动力学质量所破缺),该动力学质量将破缺其它规范对称性. 这些动力学质量将使所有规范群完全破缺,仅留下不破缺的整体对称性. 不破缺的整体对称性或 $U(1)$ 对称性将保证这些费米

本文1991年4月20日收到.
* 河南省教委资助.
1) 河南省基础与应用科学研究所,郑州 450052

子的零质量性. 采用弱规范化 (weakly gauging)[1] 方法,就有可能在低能标使零质量复合费米子通过某种途径获得轻质量.

H. Georgi 的"MOOSE" 复合理论与满足互补原理[4]的前子 (Preon) 理论[5]有许多共同点。但在前子模型理论的禁闭相分析中,是用不破缺的整体手征对称性和 't Hooft 反常相消条件来保证复合费米子的零质量性 (相对于超色复合能标 Λ_{MC}). 当整体手征对称性不破缺时, ''t Hooft 反常相消条件可以保证有零质量复合费米子存在[6]. 但在"MOOSE" 复合理论中, H. Georgi 则着重强调用不同途径分析结果的一致性和不破缺的整体手征对称性 (或整体 $U(1)$ 对称性) 来保证复合费米子的零质量性. 在 $R_{i/j} \approx 0$ 区域(禁闭相)的分析中,没有明确表明他考虑了 't Hooft 反常相消条件. 这就可能产生一个问题: 如果在 $R_{i/j} \approx 0$ 区域的禁闭相分析中不考虑 't Hooft 反常相消条件对复合费米子谱的限制,就可能得到与 Higgs 相分析结果不同的"多余"的三费米子复合态, 它们同样受到不破缺的整体手征对称性或 $U(1)$ 对称性的保护而为零质量复合费米子 (相对于 Λ_{UC}). 这时 "MOOSE" 复合理论的自洽性就被破坏.

2. 在 "MOOSE" 模型的 $R_{i/j} \approx 0$ 区域的理论分析中 't Hooft 反常相消条件的必要性

H. Georgi 在文献[1]中提出的一个 "MOOSE" 复合模型是:

$$\begin{tikzcd} \underline{SU(N)} \arrow[r, "A"] & SU(K) \arrow[r, "B"] & SU(N) \arrow[r, "C"] & \underline{SU(K+M)}\,. \\ & & SO(M) \arrow[u, "D"'] & \end{tikzcd} \tag{1}$$

按照[1]中关于 "MOOSE" 结构的约定,与(1)式对应的模型规范群又可以表示为:

$$G = [SU(K) \times SU(N) \times SO(M)]_{UC} \times [SU(N) \times SU(K+M) \times U(1)]_{global}. \tag{2}$$

在 G 下变换的左手零质量费米子谱为:

$$\begin{aligned} &A(K,1,1,,\bar{N},1,1), \quad B(\bar{K},N,1,1,1,-1), \\ &C(1,\bar{N},1,1,K+M,K/K+M), \quad D(1,N,M,1,1,0). \end{aligned} \tag{3}$$

相对于基本费米子谱(3), "MOOSE" 结构(1)中超色规范群部分是反常相消的.

(a) $R_{i/j} \ll 0$ 和 $R_{i/j} \gg 0$ 区域的理论分析. 如果 $SU(K)$ 规范作用最强, 那么由独立凝聚假定,在动力学质量 ($\langle AB\rangle \neq 0, \langle DD\rangle \neq 0, \langle BC\rangle \neq 0$) 的作用下, 超色规范群发生破缺,不破缺的整体对称群为:

$$G'_{global} = SO(N) \times SU(K) \times SO(M) \times U(1)'' \tag{4}$$

存活下来的零质量费米子为: $C_1(N,K,1,1)$ 或者 $A(N,K,1,1)$ (当 $SU(N)$ 超色规范作用最强时). 可以认为零质量费米子是 $C_1(N,K,1,1)$ 和 $A(N,K,1,1)$ 的线性组合

$$F(N,K,1,1) = \alpha C_1(N,K,1,1,) + \beta A(N,K,1,1). \tag{5}$$

(b) $R_{i/j} \approx 0$ 区域的理论分析. "MOOSE" 模型(1)的不破缺规范对称群为:

$$\begin{aligned} G_0 = {} & [SU(K) \times SU(N) \times SO(M)]_{UC} \times [SO(N) \times SU(K) \times SO(M) \\ & \times U(1)'']_{global} \end{aligned} \tag{6}$$

费米子谱(3)在 G_0 下的分解为:

$$A(K,1,1;N,1,1,1),\quad B(\bar{K},N,1;1,1,1,-1),$$
$$C_1(1,\bar{N},1;1,K,1,1),\quad C_2(1,\bar{N},1;1,1,M,0),$$
$$D(1,N,M;1,1,1,0). \tag{7}$$

文献[1]给出复合费米子 $ABC_1(N,K,1,1)$ (超色指标已略去);这与(5)式中的结果是一致的. 复合费米子 $ABC_1(N,K,1,1)$ 的零质量性由整体手征对称群 $SU(K)$ 和整体 $U(1)$ 对称群来保证. 但分析计算表明: 当 $N=3$ 时,除了复合费米子 $ABC_1(3,K,1,1)$ 之外,还有 $C_1C_1C_2(1,K\times K,M,2)$, $C_1C_2C_2(1,K,M\times M,1)$ 超色单态复合费米子存在,它们的零质量性同样由整体手征对称群 $SU(K)$ 和整体 $U(1)$ 对称群来保证. 这时 $R_{i/j}\approx 0$ 区域的物理结果和 $R_{i/j}\gg 0$ 区域的物理结果就不相同了,"MOOSE" 复合理论的自洽性被破坏. 进一步的分析表明: 如果要求在禁闭相复合费米子谱必须满足 't Hooft 反常相消条件,"多余"的复合态就可以被排除掉.

表 1 复合费米子谱与 't Hooft 指标, $N=3$

$[SU(K)\times SU(3)\times SO(M)]_{UC}\times[SO(3)\times SU(K)\times SO(M)\times U(1)'']_{global}$	
$A(K,1,1;3,1,1,1)$ $B(\bar{K},3,1;1,1,1,-1)$ $C_1(1,\bar{3},1;1,K,1,1)$, $C_2(1,\bar{3},1;1,1,M,0)$ $D(1,3,M;1,1,1,0)$	't Hooft indices
$ABC_1(1,1,1;3,K,1,1)$	l_1
$C_1C_1C_2^{(a)}(1,1,1;1,K\times(K+1)/2,M,2)$	l_2
$C_1C_1C_2^{(b)}(1,1,1;1,K\times(K-1)/2,M,2)$	l_3
$C_1C_2C_2(1,1,1;1,K,M\times M,1)$	l_4

如表 1 所示,基本费米子和复合费米子所满足的 't Hooft 方程为:

$$[SU(K)]^3:\ 3=3l_1+M(K+4)l_2+M(K-4)l_3+M^2l_4. \tag{8}$$
$$[SU(K)]^2U(1)'':\ 3=3l_1+2M(K+2)l_2+2M(K-2)l_3+M^2l_4. \tag{9}$$
$$[U(1)'']^3:3K=3Kl_1+4MK(K+1)l_2+4MK(K-1)l_3+KM^2l_4. \tag{10}$$

上述三个 't Hooft 方程的满足 I. Bars 条件 $|l_i|\lesssim 1$[7] 的唯一正整数解为:

$$l_1=1,\ l_i=0(i=2,3,4). \tag{11}$$

相应的复合费米子为: $ABC_1(3,K,1,1)$, 其中超色指标已略去. 这个结果和 Higgs 相分析结果是一致的,"MOOSE" 复合理论的自洽性因此而得到保证. 综上所述,本文证明了在 "MOOSE" 模型的禁闭相分析中,'t Hooft 反常相消条件的必要性.

参 考 文 献

[1] H. Georgi, *Nucl. Phys.*, **B266**(1986), 274;
[2] D. A. Kosower, *Phys. Lett.*, **169B**(1986), 234;
H. Georgi, *Report given in Conf. of Particle Phys.* (Japan, 1990).
[3] G't Hooft, In Recent Development in Gauge Theories, ed. G't Hooft et al., (Plenum Press, 1980).
[4] S. Raby et al., *Nucl. Phys.*, **B169**(1980), 373;
S. Dimopoulos et al., *Nucl. Phys.*, **B173**(1980), 208.
[5] 鲁公儒,杨炳麟等, *Phys. Rev.*, **D40**(1989), 223;

肖振军，薛晓舟，《高能物理与核物理》14，(1990)，311；肖振军，鲁公儒，薛晓舟，*Commun. Theor. Phys.*, Vol. 16, No.2 (1991), 115.

[6] S. Coleman and B. Grossman, *Nucl. Phys.*, **B203**(1982), 205.

[7] I. Bars, *Nucl. Phys.*, **B208**(1982), 77.

The't Hooft Anomaly Matching condition in "Moose" Model

XIAO ZHENJUN　LU GONGRU　XUE XIAOZHOU

(*Physics Department, Henan Normal University, Xinxiang* 453002)

(*Institute of Fundamental and Applied Science of Henan, Zhengzhou* 450052)

ABSTRACT

In this paper one problem in H.Georgi's "MOOSE" model is discussed, and the necessity of 't Hooft anomaly matching condition for the confining phase theoretical analysis in $R_{i/j}\approx 0$ region is proven.