

动量相关平均场的 BUU 计算*

张建明 葛凌霄 张丰收

(中国科学院近代物理研究所, 兰州 730000)

卓 益 忠

(中国原子能研究院, 北京 102413)

摘 要

从 Skyrme 力出发, 计算了动量和密度相关的平均场。并在 BUU 理论框架下, 研究了它对重离子碰撞中所发生的横动量、集体流等现象的影响和核状态方程的特征。

一、引 言

80 年代以来, 用 Boltzmann-Uehling-Uhlenbeck (BUU) 或 (VUU) 方程来研究中高能重离子碰撞和研究非正常密度核物质状态方程及性质, 已取得了不少进展和成就^[1,2]。新近, 这种研究集中于 BUU 形式的一些更完善的计算^[3-5]。BUU 理论中, 由于对平均场和两体碰撞的共同考虑, 给出实验观察到的大的边流, 而核内级联模型 (INC) 和实验观察相矛盾, 这个现象可归结来源于具有较大压缩系数 $K=400\text{MeV}$ 的状态方程, 它独立于能量。事实上, 从 BUU 方程的推导^[6]已经看出, 如果考虑核子-核子两体相互作用的非定域性, Vlasov 方程很自然会出现动量相关的平均场项 $(\nabla_p \Sigma^{\text{HF}} \nabla_x)$, Σ^{HF} 为 Hatree-Fock 自能:

$$\Sigma^{\text{HF}}(\mathbf{x}_3, \mathbf{x}_4, t_3) = \delta(t_3 - t_4) \left[\delta(\mathbf{x}_3 - \mathbf{x}_4) \int d\mathbf{x}'_4 V(\mathbf{x}_3, \mathbf{x}'_4) G^{(0)-+}(\mathbf{x}_4, \mathbf{x}'_4) - V(\mathbf{x}_3, \mathbf{x}_4) G^{(0)-+}(\mathbf{x}_3, \mathbf{x}_4) \right], \quad (1)$$

其中第一项为直接项 (Hatree), 第二项为交换项 (Fock), 从而使 BUU 方程变为:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\mathbf{p}}{m^*} \nabla_x - \nabla_x \Sigma^{\text{HF}} \nabla_p \right) f(\mathbf{x}, \mathbf{p}, t) = I_{\text{coll}}(f), \quad (2)$$

I_{coll} 为碰撞项, 取 Uehling-Uhlenbeck 形式:

$$I_{\text{coll}} = - \int \frac{d^3 p_2 d^3 p_1' d^3 p_2'}{(2\pi)^9} \sigma_{nn} U_{12} [f f_2 (1 - f_1') (1 - f_2')]$$

本文 1990 年 4 月 5 日收到。

* 国家自然科学基金和中科院课题基金资助。

$$-f_1'f_2'(1-f)(1-f_2)](2\pi)^3\delta^3(\mathbf{p}+\mathbf{p}_2-\mathbf{p}_1'-\mathbf{p}_2'), \quad (3)$$

其中 δ 函数表示动量守恒, σ_{nn} 表示核子-核子碰撞截面, v_{12} 为两相碰核子的相对速度, 因相互作用的非定域性引起的动量有效质量 m^* 为:

$$\frac{m^*}{m} = \frac{1}{1 + \frac{m}{\mathbf{p}} \cdot \nabla_{\mathbf{p}} \Sigma^{\text{HF}}}, \quad (4)$$

表示了平均场的动量相关性质.

因此, 引入动量相关的平均场是完善 BUU 计算的一个重要方面. 引入平均场的动量相关项, 在较高能量下, 可以得到一些非常硬的状态方程结果, 然而这时的状态方程会相对软一些. 完善 BUU 计算的另一个重要方面, 是碰撞项中用核物质中的核子-核子碰撞截面来替换自由核子-核子碰撞截面. 特别是能量升高后, 涉及到 π 产生的非弹性过程在介质中的增加和弹性过程截面的降低的竞争, 会较灵敏地影响横动量的改变^[7], 得到一些非常硬状态方程的结果. 当然, 还有一些问题, 象介质中的三体力等问题, 还不十分清楚.

本文在普遍的 Skyrme 力(等效相互作用)的基础上, 计算了 H-F 自洽场, 并通过求解方程(2)来讨论动量相关的平均场的特征及它对横动量、集体流等现象的解释.

二、动量和密度相关的平均场

由文献[6]知, 在取 H-F 近似下, 由于相互作用的瞬时性质, 它只贡献于平均场, 不贡献于两体碰撞. H-F 自能由方程(1)表示, 它仅与单粒子格林函数相关. 如果我们仅仅考虑两体相互作用, 在 H-F 一级图情况下, 得到其平均场形式:

$$U_{\alpha\beta} = \sum_r V_{\alpha r \beta r} n_r, \quad (5)$$

其中,

$$V_{\alpha r \beta r} = \langle \alpha r | V | \beta r \rangle_A, \quad (6)$$

为了从量子力学的非平衡态格林函数得到 BUU 方程, 采用了基本假定, 认为在格林函数随坐标变换十分缓慢的情况下, 可采用局域密度近似^[6]:

$$n(\mathbf{p}) = f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t), \quad (7)$$

$f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$ 为单粒子分布函数, 它可由求解方程(2)得到, 通常的局域密度近似, 密度 ρ 和坐标 \mathbf{r} 的关系是很普遍的, 密度 $\rho(\mathbf{r}, t)$ 是坐标和时间的函数:

$$\rho(\mathbf{r}, t) = \int f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) d\mathbf{p}. \quad (8)$$

文献[8, 9]已在普遍的 Skyrme 力^[11]条件下, 加上三体作用形式对平均场进行了计算, 他们用三体项来模拟密度的依赖, 如果不考虑动量相关前提下, 其结果类似于:

$$U(\rho) = A\rho + B\rho^\sigma \quad (9)$$

的参数化形式^[4]. 方程(9)是一般在 BUU 计算中所采用的形式, A 、 B 及 σ 参数选取需要满足核物质基态性质. 我们采用了扩展的 Skyrme 力, 它是发展的 Skyrme 力和普遍的 Skyrme 力的统一形式, 统一后包含了密度和动量依赖的有效相互作用, 其力的形式为:

$$\begin{aligned}
V(\mathbf{R}, \mathbf{r}) = & t_0(1+x_0 P_\sigma)\delta(\mathbf{r}) + \frac{1}{6} t_3 \rho^a(\mathbf{R})(1+x_3 P_\sigma)\delta(\mathbf{r}) \\
& + \frac{1}{2} t_1(1+x_1 P_\sigma)[\mathbf{K}^2 \delta(\mathbf{r}) + \delta(\mathbf{r}) \mathbf{K}^2] + \frac{1}{2} t_4(1+x_4 P_\sigma)[\mathbf{K}' \rho^a(\mathbf{R})\delta(\mathbf{r}) \\
& + \delta(\mathbf{r}) \rho^a(\mathbf{R}) \mathbf{K}'] + t_2(1+x_2 P_\sigma) \mathbf{K}' \cdot \delta(\mathbf{r}) \mathbf{K} + t_5(1+x_5 P_\sigma) \mathbf{K}' \rho^a(\mathbf{R}) \delta(\mathbf{r}) \mathbf{K} \\
& + i\omega_0(\sigma_1 + \sigma_2) \mathbf{K}' x \delta(\mathbf{r}) \mathbf{K}', \tag{10}
\end{aligned}$$

其中 $\mathbf{R} = \frac{1}{2}(\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2)$, $\mathbf{r} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$, $\mathbf{K} = \frac{1}{2i}(\nabla_1 - \nabla_2)$ 作用在波函数右边, $\mathbf{K}' = \frac{-1}{2i}(\nabla_1 - \nabla_2)$ 作用在波函数左边, P_σ 为自旋交换算符, σ 为泡利矩阵, (10) 中各类参数见文献[10,11].

在核物质情况下, 采用平面波近似:

$$\phi_a(\mathbf{r}) = \frac{1}{\sqrt{\Omega}} e^{i\mathbf{R}_a \cdot \mathbf{r}} \chi_{\sigma_a} \chi_{\tau_a}, \tag{11}$$

Ω 为体积, χ_{σ_a} , χ_{τ_a} 分别为自旋和同位旋波函数. 对于碰撞系统为非对称情况下, 定义非对称参数为:

$$\alpha = (\rho_n - \rho_p) / \rho, \tag{12}$$

核物质密度相关于费米能量:

$$\rho = \frac{2}{3\pi^2} K_F^3; \quad \rho_n = \frac{1}{2}(1 + \alpha)\rho; \quad \rho_p = \frac{1}{2}(1 - \alpha)\rho \tag{13}$$

由方程(5)和(8)得非对称核物质的平均场为:

$$\begin{aligned}
U_{\tau_a}(\rho, \mathbf{p}_\lambda) = & \frac{m_{\tau_a}^*}{m_{\tau_a}} \left\{ t_0 \left[\left(1 + \frac{x_0}{2}\right) \rho(\mathbf{R}, t) - \left(x_0 + \frac{1}{2}\right) \rho_{\tau_a}(\mathbf{R}, t) \right] \right. \\
& + \frac{1}{6} t_3 \rho^a(\mathbf{R}, t) \left[\left(1 + \frac{x_3}{2}\right) \rho(\mathbf{R}, t) - \left(x_3 + \frac{1}{2}\right) \rho_{\tau_a}(\mathbf{R}, t) \right] \\
& + \frac{1}{8\pi^2} [t_1(1-x_1) + t_4 \rho^a(\mathbf{R}, t)(1-x_4) + 3t_2(1+x_2) + 3t_5 \rho^a(\mathbf{R}, t)(1+x_5)] \\
& \times \int p_\lambda^i d p_\lambda f_{\tau_a}(\mathbf{R}, \mathbf{p}_\lambda, t) + \frac{1}{4\pi^2} \left[t_1 \left(1 + \frac{x_1}{2}\right) + t_4 \rho^a(\mathbf{R}, t) \left(1 + \frac{x_4}{2}\right) \right. \\
& + t_2 \left(1 + \frac{x_2}{2}\right) + t_5 \rho^a(\mathbf{R}, t) \left(1 + \frac{x_5}{2}\right) \left. \right] \times \int p_\lambda^i d p_\lambda f_{-\tau_a}(\mathbf{R}, \mathbf{p}_\lambda, t) \\
& \left. + \left(\frac{m_{\tau_a}}{m_{\tau_a}^*} - 1 \right) \left(\frac{p_\lambda^2}{2m} - V_c \right) \right\}, \tag{14}
\end{aligned}$$

其中有效质量 $\frac{m^*}{m}$ 为:

$$\begin{aligned}
\frac{m_{\tau_a}^*}{m_{\tau_a}} = & \left\{ 1 + \frac{2m_{\tau_a}}{\hbar^2} \frac{1}{4} \left\{ \left[t_1 \left(1 + \frac{x_1}{2}\right) \rho(\mathbf{R}, t) - \left(x_1 + \frac{1}{2}\right) \rho_{\tau_a}(\mathbf{R}, t) \right] \right. \right. \\
& + t_4 \rho^a(\mathbf{R}, t) \left[\left(1 + \frac{x_4}{2}\right) \rho(\mathbf{R}, t) - \left(x_4 + \frac{1}{2}\right) \rho_{\tau_a}(\mathbf{R}, t) \right] \\
& \left. \left. + t_2 \left[\left(1 + \frac{x_2}{2}\right) \rho(\mathbf{R}, t) + \left(x_2 + \frac{1}{2}\right) \rho_{\tau_a}(\mathbf{R}, t) \right] \right\} \right\}
\end{aligned}$$

$$+ t_5 \rho^a(\mathbf{R}, t) \left[\left(1 + \frac{x_3}{2} \right) \rho(\mathbf{R}, t) + \left(x_3 + \frac{1}{2} \right) \rho_{\tau\alpha}(\mathbf{R}, t) \right] \}^{-1}, \quad (15)$$

下标 $\tau\alpha$ 分别代表质子和中子, (14) 中动量积分从 0 到 ∞ .

三、计算结果与讨论

方程(2)的求解采用实验粒子加网格法, 初始状态假设坐标和动量空间为球形分布, 半径分别为 $R = 1.124A^{1/3}$ 和 P_F , 选取试验粒子数为 100/粒子, 时间步长为 $0.5\text{fm}/c$, 网格大小 1fm^3 , 试验粒子的传播由牛顿方程确定. Ulasov 方程基态稳定程度已做了初步检验, 可认为稳定程度大约为 $150\text{fm}/c^{[12]}$.

碰撞项中, 采用了自由核子-核子的弹性和非弹性碰撞截面, 介质效应未进行修正, 平均场中未考虑库仑相互作用的影响. 因此, 我们仅研究了对称系统 $^{93}\text{Nb} + ^{93}\text{Nb}$ 碰撞, 入射能为 $800\text{MeV}/A$. 对于对称系统, 平均场(14)可写成较简单的形式:

$$U(\rho, \mathbf{p}) = \frac{1}{4} \left(3t_0 + \frac{t_3}{2} \rho^a \right) \rho + \left(\frac{m}{m^*} - 1 \right) \frac{p_1^2}{2m} + \frac{1}{4} [3t_1 + 3t_4 \rho^a + (5 + 4x_2)t_2 + (5 + 4x_3)t_3 \rho^a] \int p_1^2 f(\mathbf{r}, \mathbf{p}_r, t) d\mathbf{p}_r, \quad (16)$$

方程(16)取入射道在无穷远处的能量, 以便和(4)自洽, p_1 为入射动量, 其特征如图 1 所示, 它是在考虑了单粒子分布函数为零温的 Fermi-Thomas 分布时计算的, 曲线 B 为硬势(即(9)中 $A = -124\text{MeV}$, $B = 70.5\text{MeV}$, $\sigma = 2$, $K = 375.5\text{MeV}$), A 为软势((9)式中 $A = -356\text{MeV}$, $B = 303\text{MeV}$, $\sigma = 7/6$, $K = 200\text{MeV}$); a 、 b 和 c 分别为 $K = 1.02\text{fm}^{-1}$, 2.03fm^{-1} 和 4.06fm^{-1} 时的动量和密度相关势(16), 所取的 SKM 参数, 它给出的基态性质为 $K = 215.5\text{MeV}$, $m^*/m = 0.79$, $\rho_0 = 0.16\text{fm}^{-3}$ 和每核子结合能为 $E_B = -15.8\text{MeV}$.

从图 1 我们可以看到, 当两个碰撞核相互逼步时, 动量依赖力贡献于排斥力, 当入射能量低时, 这种排斥力较小, 随着入射能量的增加, 这种排斥力会越来越大, c 线所标明的动量已完全是排斥势, 即使在较小密度时也是这样. 如果同硬势(曲线 B)相比较, 动量相关的势当入射能量达到一定程度后, 会变得更硬, 而 SKM 参数下所提取的 $K = 215.5\text{MeV}$, 远小于硬势的 $K = 375.5\text{MeV}$.

在两核碰撞过程中, 势场随时间的动力学发展也表示在图 2 中, 它仅仅表示了每个时刻在两核重叠密度极大处的势的大小, 从图中可以看到, 对 800MeV , $^{93}\text{Nb} + ^{93}\text{Nb}$ 碰撞, SKM 参数下排斥位为主.

通过(14)和(16)式所表示的平均场同硬势相比, 可以看出, 当入射能量较高时, 势场随密度的变化显得更加陡峭.

流角随碰撞时间的变化由图 3 表示, 而图 4 则表示了 $t = 40\text{fm}/c$ 时的流角分布, 流角及其分布的定义见文献[13]. 从图 3 和图 4 中看出, 无论软势, 硬势和动量相关 SKM 参数势的 BUU 计算, 都得到了不为零的流角分布, 这是未考虑平均场效应的 INC 模型所不及的. 流角随时间的发展从零很快达到饱和值, 软势和硬势达到饱和值的时间 ($t =$

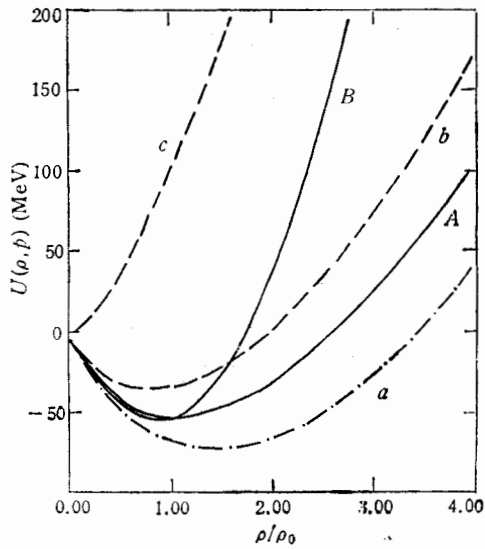


图 1 不同入射能量时平均场随密度的变化
曲线 A 表示软势, B 表示硬势, a、b 和 c 分别
表示入射粒子动量为 $K = 1.02 \text{ fm}^{-1}$ 、 2.03
 fm^{-1} 和 4.06 fm^{-1} 的 SKM 参数
下的动量相关势

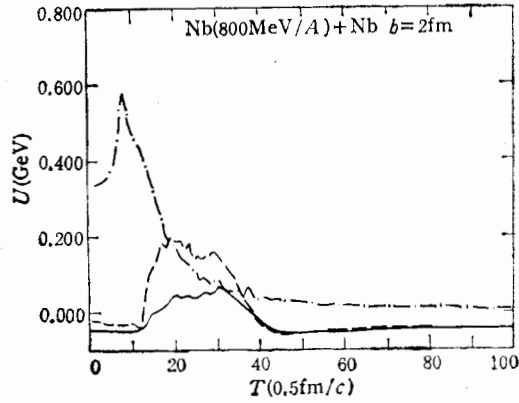


图 2 在重叠区最大密度处的平均场
随时间 t 的变化过程

—表示软势 (Soft),
-·-表示 SKM 参数势,
----表示硬势 (Hard)

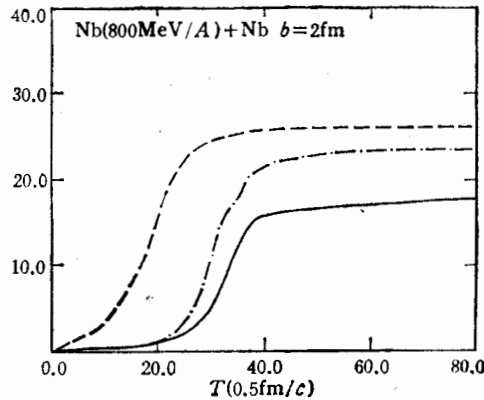


图 3 三种不同的平均场下流角随时间 t 的变化
—软势 (Soft), -·-硬势 (Hard), ----SKM 参数势

18fm/c) 要比动量相关势 ($t = 10 \text{ fm}/c$) 似乎要慢, 这意味着考虑动量相关势后体系达到动力学平衡的时间要快于动量不相关势, 这可以从图 5 看出。图 5 表示了组合系统(入射核和靶核)四极动量 $\theta = \sum_{i=1}^N (2p_x^2 - p_y^2 - p_z^2)$ 的动力学发展, 它和组合系统激发能随

时间发展相联系, 在 t 为 4×10^{-23} 秒时复合系统的四极动量就趋于较小的稳定值, 似乎是表明了初始动量已基本上热化了。

考虑动量相关势后, 显然增大了流角饱和值(见表 1), 流角分布范围变大, 峰值移向

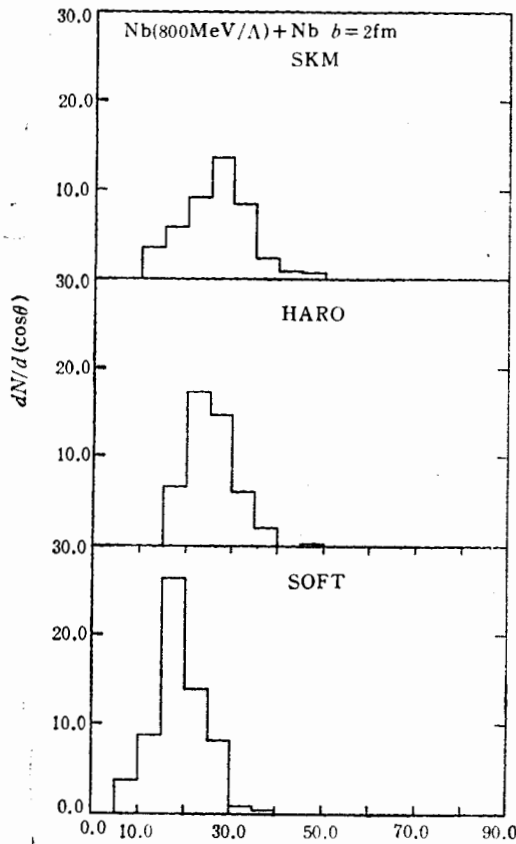


图4 三种不同平均场下的流角分布
(时间 $t = 40\text{fm}/c$ 时)

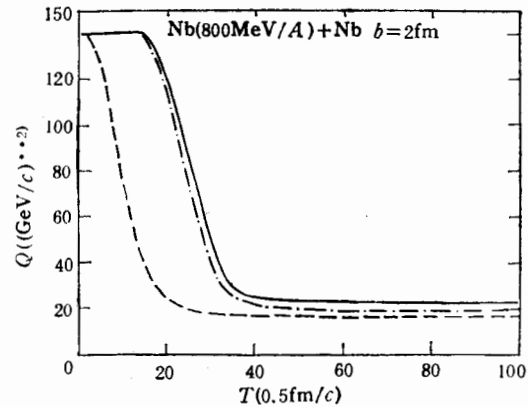


图5 三种不同平均场下四极动量随时间 t 的演化
——软势, ---硬势, -·-SKM 参数势

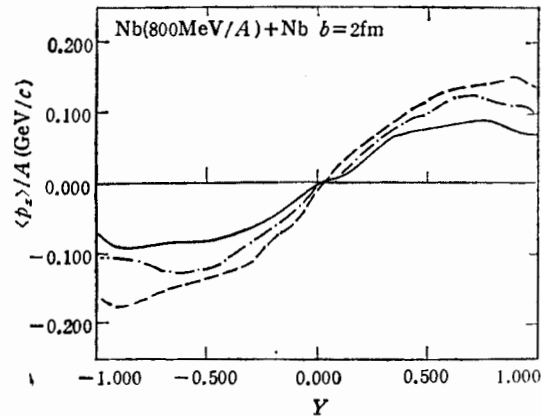


图6 三种不同平均场下每核子横动量分布
——软势, ---硬势, -·-SKM 参数势

大角度值,由(16)式所给出的动量相关平均场近似要比 Bertsch 等人提出的动量相关平均场给出了相对较大的横动量和流角。本文采用了 Danielewicz 等人提出的横动量分析方法^[14],每核子的平均横动量 $\langle p_x \rangle / A$ 作为快度 Y (在质心系中)的函数,表1列出了由软势、硬势和动量相关势所给出的结果, Y_{cm} 为质心快度(0.62), $\left. \frac{dp_x}{dY} \right|_{Y=0}$ 为 $Y = 0$ 处的斜率^[15],是为了克服文献[14]中不应考虑的旁观粒子对横动量的贡献而引进的。

由图6可知,动量相关平均场的引入,在入射能量较高时,明显灵敏于横动量计算结果,横动量变大是排斥力变大的必然结果,由图1可看出,由于参加碰撞的核子有大的相对动量,两个核重叠区域产生排斥位。

BUU 是一体密度的理论,不包括复杂碎片,这里也只讨论了特定参数的情况,因此同实验作比较只能是趋势性的。不同平均场的比较所提供的状态方程的信息;介质效应对状态方程的影响^[7];核状态方程的硬度和有效质量的影响将另外讨论。

表 1

	$\langle p_x \rangle \text{MeV}/c$	$\langle p_x \rangle_{Y_{cm}}$	$\langle p_x \rangle_{max}$	$d\langle p_x \rangle/dY _{Y=0}$	流角 θ_f
软 势	60	70	90	140	17.3
硬 势	76	87	125	180	23.2
动量相关势	102	120	160	220	26.3

四、总 结

为完善 BUU 方程的计算, 获取核物质状态方程的进一步信息, 我们在 H-F 和局域密度近似下, 得到了一种密度和动量相关的平均场, 应用这种平均场到 BUU 计算中, 研究了平均场的特征和对边流现象的影响。

1. 引进动量相关的平均场后, 在能量较高时, 它可以使软的状态方程获得硬的无动量相关平均场的结果。

2. 可以看出横动量转移灵敏地被动量相关平均场所影响。

3. 计算结果类似于文[16]给出的结果, 本文使用的动量相关平均场在能量较高时, 给出了相对较大的流角和横动量, 而且比文献[16]中值要大, 说明了 Skyrme 力具有更强的动量依赖。

参 考 文 献

- [1] G. F. Bertsch, H. Kruse and S. Das Gupta, *Phys. Rev.*, **C29**(1984), 673.
- [2] G. F. Bertsch and S. Das Gupta, *Phys. Repts.*, **149**(1987), 207.
- [3] C. Gale, G. F. Bertsch and S. Das Gupta, *Phys. Rev.*, **C35**(1987), 1666.
- [4] F. Sebille et al., *Nucl. Phys.*, **A501**(1989), 137.
- [5] J. Q. Wu and C. M. Ko, *Nucl. Phys.*, **A499**(1989), 810.
- [6] 葛凌霄、卓益忠, 高能物理与核物理, **13**(1989), 652.
- [7] 刘建业、葛愉成、葛凌霄, 高能物理与核物理, **15**(1991), 71.
- [8] D. Vautherin and D. M. Brink, *Phys. Rev., Phys. Rev.*, **C5**(1972), 626.
- [9] P. Bonche, S. Koonin and J. W. Negle, *Phys. Rev.*, **C13**(1976), 1226.
- [10] Ge Lingxiao, Zhuo Yizhong and W. Norenberg, *Nucl. Phys.*, **A489**(1986), 77.
- [11] Zhuo Yizhong, Shen Qingbiao and Tianye, *Physics Vol. 1*(1985), 231.
- [12] 张丰收、葛凌霄, 高能物理与核物理 **11**(1990), 1045.
- [13] M. Gyulassy et al, *Phys. Lett.*, **110B** (1982), 185.
- [14] P. Danielewicz and G. Odyniec, *Phys. Lett.*, **157B**(1985), 146.
- [15] K. G. R. Doss et al., *Phys. Rev. Lett.*, **57**(1986), 302.
- [16] G. E. Brown, *Nucl. Phys.*, **A488**(1988), 689c.

BUU Calculation With Momentum Dependent Mean Field

ZHANG JIANMING GE LINGXIAO ZHANG FENGSHOU

(Institute of Modern Physics, Academia Sinica, Lanzhou730000)

ZHUO YIZHONG

(Institute of Atomic Energy, Beijing 102413)

ABSTRACT

With a Skyrme force the Momentum and density dependent mean field was calculated. The effects on the collective flow produced from heavy ion collision with and without the momentum dependent potential were discussed in the framework of BUU theory.