

# Z=50—71 核质量与核形状跃变

黄业成 李伟生 甘再国

(中国科学院近代物理研究所, 兰州 730000)

## 摘 要

对 Johansson 质量公式的某些参数及  $\beta$  方程进行修改; 在  $50 \leq Z \leq 71$  区域, 计算了 640 个原子核的质量和双中子分离能。理论值与实验值相比, 方均根误差分别为 0.827 MeV 和 0.406 MeV。双中子分离能理论曲线很好地重现了  $N = 82$  的中子满壳层效应和  $N > 90$  时原子核发生大形变的特性。

## 一、引 言

原子核最基本的性质之一是它的质量或总结合能。稳定核质量资料对质量公式参数的建立, 扮演着很重要的角色。然而, 很多事实表明, 若将早期建立的质量公式向远离  $\beta$  稳定区推广, 结果几乎都是要失败的。因为当时人们没有考虑到远离  $\beta$  稳定线核素的核结构特性, 而且那时也不可能提供这些核素的实验资料。

当前人们在建立(或修改)质量公式时, 有这样一种趋势, 即公式参数越来越多, 有的多达五、六十个, 甚至几百个。由此而来的问题是参数的物理意义变得越来越使人难以理解。本文所引用的 Johansson 质量公式, 参数较少, 参数的物理意义比较明晰。在原质量公式的基础上, 我们对描写原子核形变参数的  $\beta$  方程进行修改, 对其余的一些参数也作了适当的变动, 然后对原子核质量和双中子分离能的实验值进行拟合, 从而确定质量公式的自由参数  $a_1, a_2, a_4$  和  $a_6$ , 完成  $Z = 51-71$  的原子核质量和双中子分离能的计算。

## 二、理论模型

对应于某一核素的双中子分离能  $S_{2n}$  为

$$S_{2n}(N, Z, \beta) = -M(N, Z, \beta) + M(N-2, Z, \beta) + 2M_n, \quad (1)$$

式中  $M(N, Z, \beta)$  为 Johansson 质量公式<sup>[1-4]</sup>所表达的原子核质量, 即:

$$M(N, Z, \beta) = M_w(N, Z) - E_{def}(N, Z, \beta) - E_{shell}(N, Z, \beta), \quad (2)$$

$M_w$  是 Weizsacker 质量公式,  $E_{def}(N, Z, \beta)$  是对强形变核的修正项。考虑到介于满壳层与强形变之间的过渡核素, 壳修正项  $E_{shell}(N, Z, \beta)$  的加入是必要的。

$$M_w(N, Z) = ZM_H + NM_n - a_1A + a_2A^{2/3} + a_3\frac{Z^2}{A^{1/3}} + a_4\left(1 - \frac{a_5}{A^{1/3}}\right)\left(\frac{I^2 + a_6I}{4A}\right) + \delta, \quad (3)$$

其中  $M_H$ ,  $M_n$  分别为质子和中子质量, 而  $I = N - Z$ , 对能项的形式取自文献 [5].

$$\delta = \begin{cases} \frac{12}{A^{1/2}} - \frac{10}{A}, & \text{当 } N \text{ 和 } Z \text{ 均为奇数时} \\ \frac{10}{A}, & \text{当 } N \text{ 或 } Z \text{ 为奇数时} \\ -\left[\frac{12}{A^{1/2}} - \frac{10}{A}\right], & \text{当 } N \text{ 和 } Z \text{ 都为偶数时} \end{cases} \quad (4)$$

(2)式的第二项

$$E_{\text{def}}(N, Z, \beta) = K\beta^2 - 7.1A^{2/3}(1-x)\beta^2 + 0.68A^{2/3}(1+2x)\beta^3, \quad (5)$$

$x$  为可裂变参数<sup>[6]</sup>

$$x = \frac{Z^2/A}{51.77[1 - 1.79(N-Z)^2/A^2]}, \quad (6)$$

(2)式的第三项

$$E_{\text{shell}}(N, Z, \beta) = \varepsilon(\beta_0 - \beta), \quad (7)$$

$\beta$  为原子核的形变参数,  $\beta_0$  是  $50 \leq Z \leq 82$  区域内  $\beta$  的最大值.(7)式表明, 当  $\beta = 0$  (双满壳核)时, 壳能  $E_{\text{shell}}(N, Z, \beta)$  具有最大值; 而当  $\beta = \beta_0$  时, 原子核发生大形变, 壳能为零.

(5)式中的参数  $K$  和 (7)式中的  $\varepsilon$ , 原公式是以  $N = 82$  为界, 对  $N < 82$  和  $N > 82$  的不同区域取不同的值. 考虑到由于上述的赋值方法, 形变能和壳能在  $N = 82$  这一点上的不连续, 引起双中子分离能不连续变化的缺陷, 我们只给  $K$  和  $\varepsilon$  一个确定的数值. 基于同样考虑, 对下式的  $S_1$ ,  $S_2$  和  $S_3$  作了同样的处理.

原子核的形变参数  $\beta$  的表达式为:

$$\beta = S_1A^{-1/3}\{U(1-U)(2-U) + S_2V(1-V)(2-V) + S_3U(1-U)V(1-V)\}(1+\eta), \quad (8)$$

上式的第四项  $\eta$  是作为对  $\beta$  方程的修正而引入的, 这是因为按原方程算出的  $\beta$  值与实验值相比, 在  $N = 87$  附近有较大的偏离. 当  $N < 87$  时, 理论值偏大, 而  $N > 87$  时则偏小. 因此, 要求  $\eta$  的形式必须满足只对  $N = 87$  附近的核素给出合理的修正, 而远离  $N = 87$  的核素,  $\eta$  的贡献接近于零(或可以忽略).

$$\eta = \frac{S_4V^2(1-V)^2}{(1+|Z-61.5|)(1+|N-88.5|)} \times \frac{N-87.1}{|N-87.1|}, \quad (9)$$

这里  $S_4$  作为可调参数, 由理论  $\beta$  值与实验值拟合而确定.  $U, V$  则定义为:

$$U = \frac{Z - Z_{82}}{\Delta Z_{82}}, \quad V = \frac{N - N_{82}}{\Delta N_{82}}. \quad (10)$$

$Z_{82}$ ,  $N_{82}$  表示幻数  $Z$  和  $N$  的数值,  $\Delta Z_{82}$ ,  $\Delta N_{82}$  则是  $Z$  和  $N$  所对应的两个幻数间的数值

差。显然,当  $Z = Z_{\text{幻}}$  或  $N = N_{\text{幻}}$  时,  $\beta$  具有极小值,原子核为单满壳核。当  $Z = Z_{\text{幻}}$  及  $N = N_{\text{幻}}$  时,  $\beta = 0$ , 原子核为双满壳核。

根据上面的描述,这个质量模型的参数列如表 1。

表 1 质量公式中的参数

体积能常数 $a_1$	表面能常数 $a_2$	库仑能常数 $a_3$	对称能常数			$K$	$e$	$\beta_0$	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$
			$a_4$	$a_5$	$a_6$							
自由参数	自由参数	0.72	自由参数	2.25	自由参数	168.1	57.18	0.355	1.454	1.40	6.10	62.0

### 三、结果和讨论

#### 1. 原子核形变参数

根据  $\beta$  方程算出的  $\beta$  值与实验结果<sup>[7]</sup>比较(图 1),除  $Z = 50(\text{Sn})$  的曲线两者偏离稍大外,其余都符合得很好。 $N = 82$  时,  $\beta$  有极小值。当  $N > 90$  时,  $\beta$  值较大,表明原子核发生大形变。 $\beta$  方程的建立,对于那些尚缺少形变参数实验值的核质量计算来说,提供了很方便的条件。

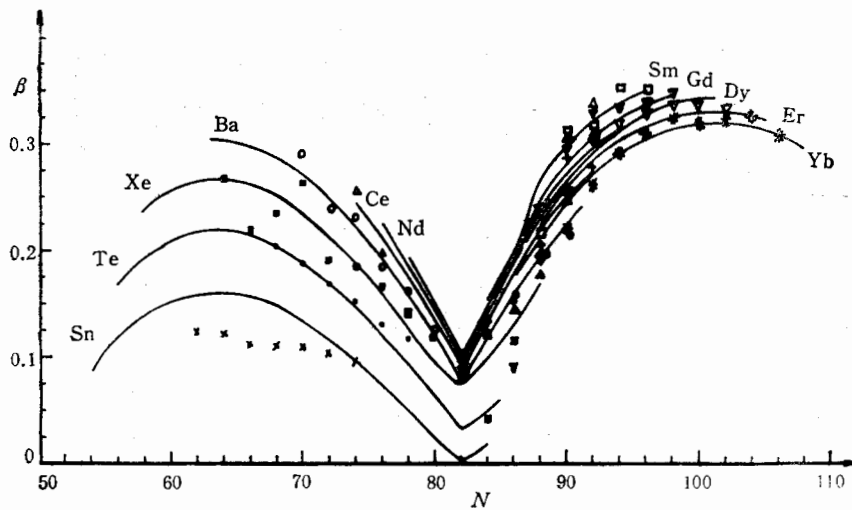


图 1 原子核的形变参数(——理论值,打点表示的为实验值)

×Sn ●Te ■Xe ○Ba ▲Ce +Nd △Sm □Gd ▼Dy ▽Er \*Yb

#### 2. 形变能和壳能

图 2 是根据(5)式和(7)式算出的形变能和壳能曲线。 $N = 82$  时,形变能为极小值,壳能为极大值;而当原子核为双满壳( $Z = 50, N = 82$ )时,  $E_{\text{def}}(N, Z, \beta) = 0$ ,  $E_{\text{shell}}(N, Z, \beta)$  为最大值。若中子数向两边延伸,形变能增大并达到一个极大值;壳能递减后随之变为极小值。这两个因素相互影响,相互制约,它们的变化规律决定于形变参

数的变化。

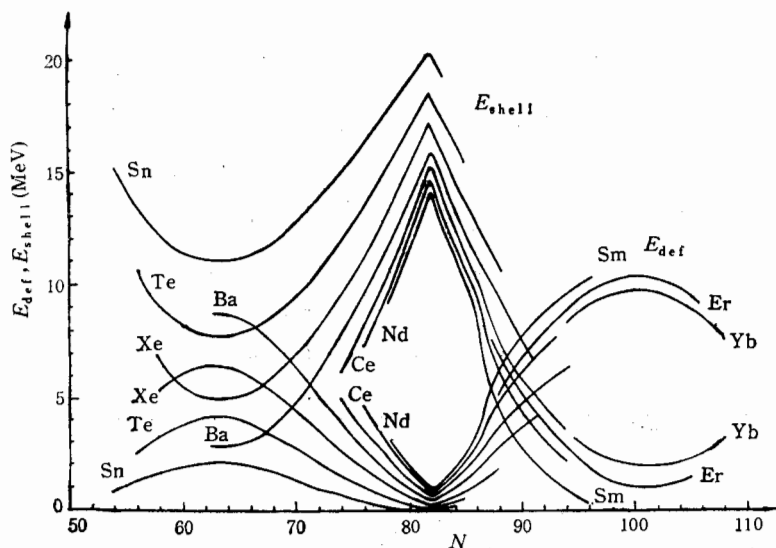


图 2 原子核的形变能和壳能

### 3. 原子核质量计算和质量公式参数的确定

我们把(3)式中的  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_4$  和  $a_6$  作为自由参数,在  $50 \leq Z \leq 71$  区域对 640 个原子核的质量实验数据(文献[8]给出的数据有相当一部分是外推的),与理论计算进行符合,方均根误差为 0.827 MeV。图 3 是理论计算与实验值的比较。 $N=82$  时,误差仍然很小,没有通常出现的那种较大的系统性偏差,这是由于壳修正项  $E_{shell}(N, Z, \beta)$  选择得比较合适的结果。

质量公式的自由参数最后确定为:

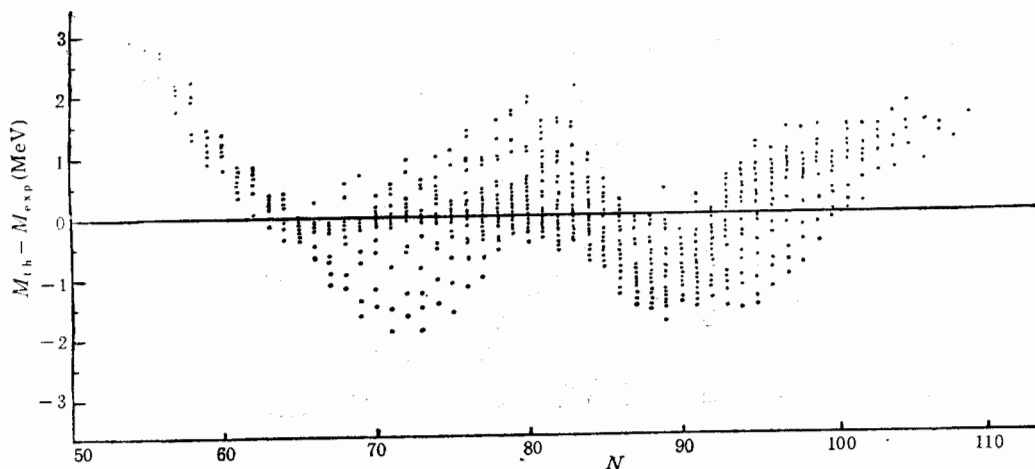


图 3 原子核质量理论值与实验值比较

$$\begin{aligned}
 a_1 &= 16.155 \text{ MeV}, \\
 a_2 &= 19.807 \text{ MeV}, \\
 a_4 &= 144.97 \text{ MeV}, \\
 a_6 &= 5.8.
 \end{aligned}$$

#### 4. 双中子分离能

人们通常把中子分离能曲线突然下降与一个新的壳层开始相联系。当一个新的壳层开始时,分离能为两个壳层的能量差。显然,当 $N$ 为幻数时,双中子分离能曲线会发生很大的不连续。对于形变核,核子在形变势阱中运动,它的能级和能隙随形变而变化,中子结合能将增高。因此, $S_{2n}$ 的增加,表明原子核发生形变。图4是双中子分离能的理论曲线

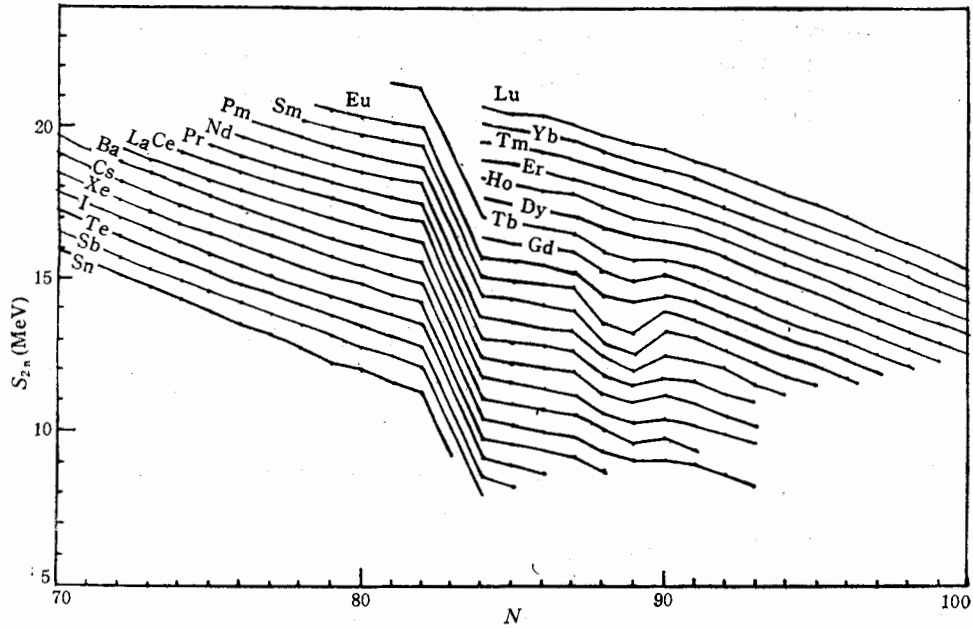


图4 双中子分离能理论曲线

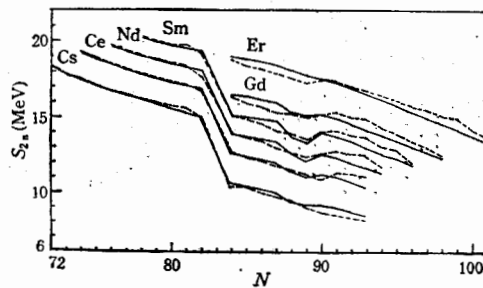


图5 双中子分离能曲线理论与实验值比较  
(—理论值, ---实验值)

线。理论结果重现了  $N = 82$  的中子满壳效应和  $N = 90$  时原子核发生大形变的特性。这是稀土区丰中子核素的形变区域, 形变大约自  $Z = 66(\text{Dy})$  起, 至  $Z = 55(\text{Cs})$  止。图 5 是  $S_{2n}$  的理论值与实验值的比较, 在误差范围内符合得相当好。理论上对这一特性的再现, 正是由于  $\beta$  方程的修正项  $\eta$  引起的结果。若令  $\eta = 0$ , 也即  $S_4 = 0$ , 双中子分离能曲线就不可能重现原子核形变了。与 517 个核素的实验值<sup>[9,10]</sup>比较, 双中子分离能的方均根误差为 0.406MeV。

图 6 是利用 Liran 质量公式对同一区域的计算结果<sup>[11]</sup>。由图可见, 实验值当  $N = 90$  时,  $S_{2n}$  增高, 而 Liran 的理论值却把它压平了, 理论结果不能重现  $N = 90$  时原子核发生大形变的特性。

表 2 给出一些质量模型的比较。本工作所用的参数是最少的, 在核质量计算中仍然获得较小的方均根偏差。

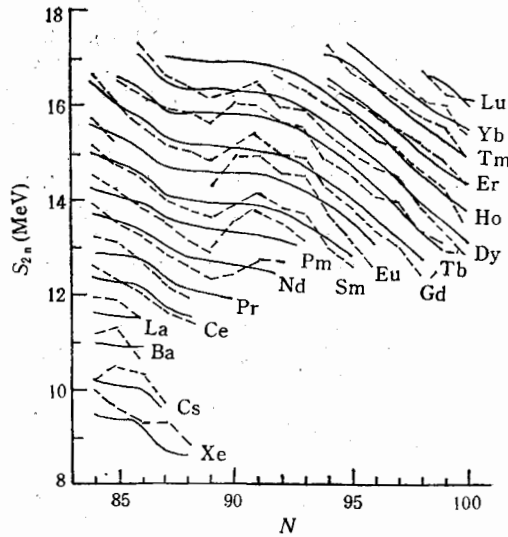


图 6 利用 Liran 质量公式计算的  $S_{2n}$  值, 不能显示  $N = 90$  时的形变特性 (——Liran 公式, - - - - 实验值)

表 2 质量模型比较<sup>[12]</sup>

模 型	所用参数	所用的核数据	方均根偏差 (keV)
Pape, Antony	/	85	271
Dussel, Gaurier, Zuker	45	1328	287
Möller, Nix	26	1593	849
Möller, Myers, Swiatecki	29	1593	777
Comay, Kelsen, Zidon	/	1632	424
Satpathy, Nayak	238	1593	456
Tachibana, Uno, Yamada	281	1657	538
Spanier, Johnson	28	886	699
Janecke, Masson	928	1633	339
Masson, Janecke	471	1582	344
本工作	13	640	827, 406 (对 $S_{2n}$ )

### 5. 小结

在分项检验的基础上, 同时对原子核质量和双中子分离能的计算可能是对质量公式更为严格的检验。本文提供的公式在给定的区域内适合于很丰中子和很缺中子的远离  $\beta$  稳定线核素的质量计算。

## 参 考 文 献

- [ 1 ] S. A. E. Johansson, *Arkiv för Fysik*, **22**(1962), 414.
- [ 2 ] S. A. E. Johansson et al., *Arkiv för Fysik*, **36**(1967), 353.
- [ 3 ] S. A. E. Johansson et al., AMCO-7, P. 429—435, Edited by O. Klepper, Darmstadt, 1984.
- [ 4 ] L. Spanier et al., *Atomic Data and Nuclear Data Tables*, **39**(1988), 259.
- [ 5 ] R. Bengtsson P. Möller et al., *Physica Scripta*, **29**(1984), 402.
- [ 6 ] M. A. Preston et al., *Structure of Nucleus*, P. 571, 1975.
- [ 7 ] S. Raman et al., *Atomic Data and Nuclear Data Tables*, **36**(1987), 18.
- [ 8 ] A. H. Wapstra et al., *Atomic Data and Nuclear Data Tables*, **39**(1988), 281.
- [ 9 ] G. Audi et al., AMCO-7, P. 124, Edited by O. Klepper Darmstadt, 1984.
- [ 10 ] A. H. Wapstra et al., *Nucl. Physics*, **A432**(1985), 57—139.
- [ 11 ] S. Liran et al., *Atomic Data and Nuclear Data Tables*, **17**(1976), 431—441.
- [ 12 ] P. E. Haustein, *Nuclear Far From Stability*, (V) P. 56 Ontario, Canada 1987.

Nuclear Masses and Nuclear Shape Transitions in  $Z=50-71$ 

HUANG YECHENG, LI WEISHENG, GAN ZAIGUO

*(Institute of Modern Physics, Academia Sinica, Lanzhou 730000)*

## ABSTRACT

Some parameters and the  $\beta$  equation of Johansson mass formula were modified. In the fit to the experimental masses and two-neutron separation energies ( $S_{2n}$ ) of 640 nuclides in the region of  $50 \leq Z \leq 71$ , four free parameters are presented. The root-mean-square deviation of the mass values and  $S_{2n}$  are 0.827 MeV and 0.406 MeV respectively. The characters of transition from spherical to deformed shapes ( $N > 90$ ) are also reproduced by the curves of  $S_{2n}$ .