

快报

原子核裂变的宏观模型计算

陈信义 胡济民
(清华大学, 北京 100084) (北京大学, 100871)

摘 要

用密度可变的连续介质模型计算了 $A \geq 100$ 区域 β 稳定核宏观位能曲面, 得到了合理的裂变位垒高度, 预言了鞍点态裂变核电荷的双重心分布。

原子核的宏观位能曲面以往由液滴模型^[1]给出。对于鞍点态形变较大的核, 密度的变化对位能曲面影响较大, 如仍将裂变核看作是均匀带电的形变液滴, 虽可拟合出合理的裂变位垒高度, 但难免影响其它计算结果的可靠性^[2]。在象裂变这样的大形变核过程中, 应考虑核密度自由度。

把原子核看作密度可变的连续介质, 并假定结合能中形变相关部分可由质子密度 ρ_p 和中子密度 ρ_n 的如下泛函表示^[3]

$$E[\rho_p, \rho_n] = \alpha \int |\nabla \rho_0| dV + \beta \int [(\rho_p - \rho_n)^2 + s(\rho_p + \rho_n - \rho_0)^2] / (\Phi \rho_0) dV + \frac{e^2}{2a} \iint \frac{\rho_p(\mathbf{r}_1)\rho_p(\mathbf{r}_2)}{|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|} dV_1 dV_2. \quad (1)$$

其中 $\Phi = (1 - \gamma |\nabla \rho_0| / \rho_0)^{-1}$, 而 α, β, γ, s 和 a 为待定参量。我们将参考密度 ρ_0 取成修改的费米分布形式

$$\rho_0 = \frac{z}{4\pi} \frac{1 + \exp(-R)}{1 + \exp(r/\mu - R)}, \quad (2)$$

式中 z 为待定参量, 并将表面弥散层厚度参量 a 取作长度单位, 而

$$R = R_0 f / \mu, \\ f = 1 + \alpha_2 P_2(\cos\theta) + \alpha_4 P_4(\cos\theta) + \alpha_6 P_6(\cos\theta), \\ \mu = \left[1 + \left(\frac{\partial f}{\partial \theta} / f \right)^2 \right]^\sigma. \quad (3)$$

其中 R_0 是球形核半径, α_2, \dots 是形变参量。通过引入因子 μ (参量 σ 约为 0.5) 保证了表面弥散层厚度基本上与形变无关, 而 $[1 + \exp(-R)]$ 可使当 $r \rightarrow 0$ 时 $\nabla \rho_0$ 收敛。

在约束 $\int \rho_p dV = Z, \int \rho_n dV = N$ 下对 (1) 式作变分, 令 $\delta E = 0$, 得

$$\rho_p = \frac{1}{2} \rho_0 (1 + \Phi F), \quad (4)$$

$$\rho_n = \frac{1}{2} \rho_0 \left[1 + \Phi \left(\frac{2}{1+s} \lambda_n + \frac{1-s}{1+s} F \right) \right], \quad (5)$$

$$F = \frac{1+s}{2s} \left[\frac{1-s}{1+s} \lambda_n + \lambda_p - \frac{e^2}{2a\beta} \int \frac{\rho_p(\mathbf{r}_1)}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_1|} dV_1 \right], \quad (6)$$

$$\lambda_n = (N - Z) / \int \rho_0 \Phi dV, \quad (7)$$

$$\lambda_p = \left[\frac{e^2}{2a\beta} \int \rho_0 \Phi \int \frac{\rho_p(\mathbf{r}_1)}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_1|} dV_1 dV - N + Z \right] / \int S \rho_0 \Phi dV. \quad (8)$$

方程(4)和式(6)–(8)是质子密度 ρ_p 所满足的积分方程,它可通过迭代求解.文中以 $\rho_p = (Z/A)\rho_0$ 作为迭代的初始密度,而当相邻两次迭代能量的差小于 0.1MeV 时停止迭代.

表1是参量的取值.微观壳校正取 Möller 和 Nix 的计算结果^[4],用这组参量从 $A = 16-260$ 计算 1526 个核质量,与实验数据的均方差为 0.91MeV.数值计算在 VAX 机上完成,主要计算结果列举如下.

表1 参量值

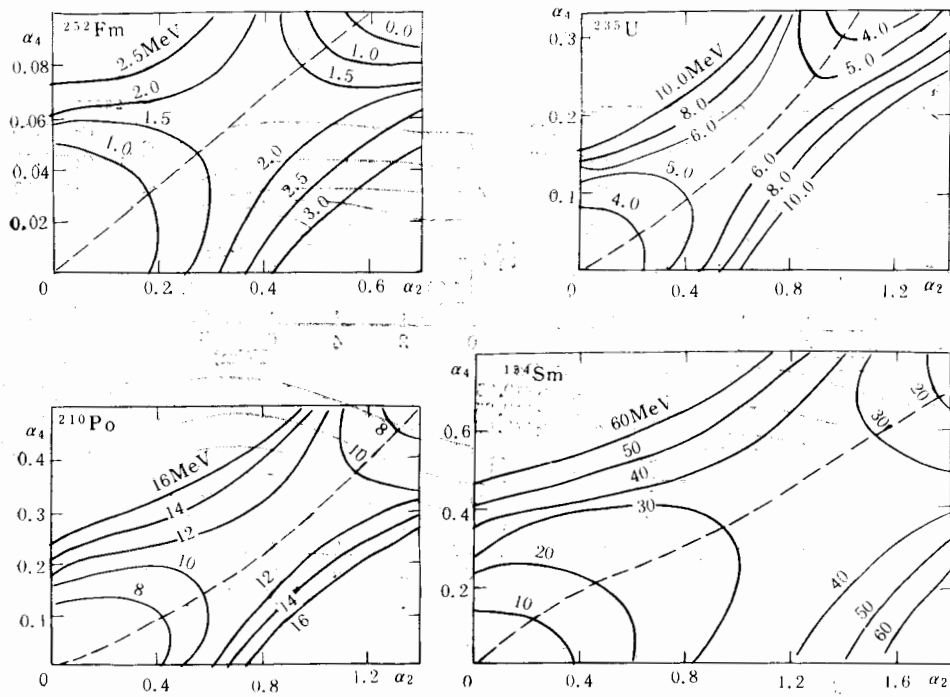
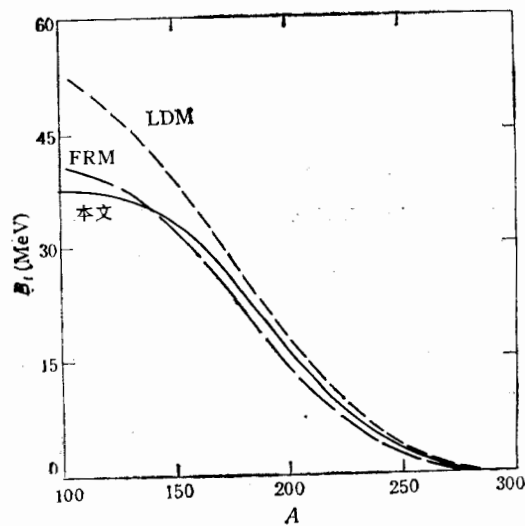
$a(\text{fm})$	t	$\alpha(\text{MeV})$	$\beta(\text{MeV})$	γ	s	δ
0.5361	0.325	14.5843	26.1003	0.45	0.5347	0.545

1. 位能曲面

图1以 $\alpha_2-\alpha_4$ 平面上的等能量线形式给出了 ^{252}Fm , ^{235}U , ^{210}Po 和 ^{154}Sm 核的宏观位能曲面.取球形核能量作为能量零点,等能量线所示值是关于 α_6 的极小值.由图可知,裂变所经途径沿 α_2 和 α_4 都增大的方向.沿这方向的位能极大值为裂变位垒高度,而相应的 α_2 , α_4 和 α_6 即为鞍点态形变参量值.

2. 裂变位垒高度

图2曲线表示 $A \geq 100$ 区域 β 稳定核的裂变位垒高度与质量数的关系.在 $A > 140$ 区域本文结果与有限力程模型(FRM,考虑表面弥散效应的液滴模型)结果^[5]相近,但在 $A < 140$ 区域比 FRM 低,而比液滴模型(LDM)结果^[1]更低.这是因为轻核鞍点态形变较大,密度的重新分布对能量的效应更显著.计算发现,若将 ρ_0 简单地取为费米分布,则在 $A < 200$ 区域算出不合理的裂变位垒.原因在于费米分布的表面弥散层厚度与形变有关,形变越大弥散层厚度越不均匀,这在物理上是不合理的.如把费米分布修改成(2)式可克服这一困难.

图 1 位能曲面(关于 α_3 已取极小值)图 2 裂变位垒高度 B_f 与质量数 A 的关系

3. 鞍点态裂变核的电荷分布

图 3 以 $Y-Z$ (对称轴) 截面上的等密度线形式给出了 ^{252}Fm , ^{235}U , ^{210}Po 和 ^{184}Sm 鞍点态裂变核的电荷分布。容易看出它们呈双重心形式, 这与均匀带电的形变液滴的差别

十分明显。中子密度也呈类似分布。电荷双重心分布是通过求解 ρ_p 所满足的积分方程得到的,它由能量取最小值的条件决定。

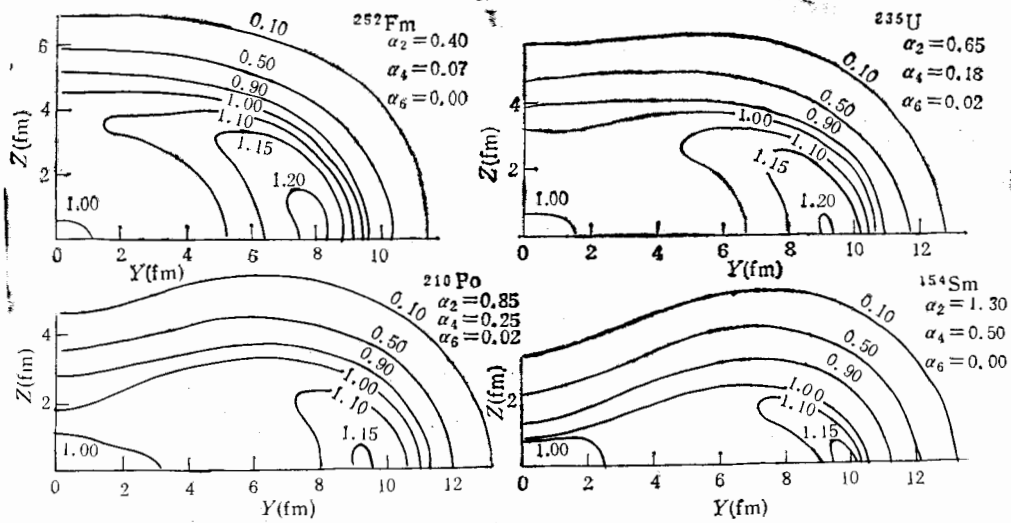


图3 鞍点态裂变核的电荷分布

综上所述,通过引入一个能量的密度泛函,并由能量取最小值的条件对这泛函作变分决定密度,同时考虑核密度自由度,在较大区域得到了合理的裂变位垒高度,而且预言了鞍点态裂变核电荷的双重心分布。

感谢国家博士后科学基金的支持。

参 考 文 献

- [1] S. Cohen, F. Plasil and W. J. Swiatecki, *Ann. Phys.*, **82**(1974), 557.
- [2] 陈信义、胡济民, *高能物理与核物理*, **13**(1989), 380.
Chen Xinyi and Hu Jimin, "A Macroscopic Model for Fast Rotating Nuclei", *Chinese J. of Nucl. Phys.*, 待发表.
- [3] 胡济民、郑春开, *原子核物理*, **7**(1985), 1.
- [4] P. Möller and J. R. Nix, *Atomic Data and Nuclear Data Tables*, **26**(1981), 165.
- [5] A. J. Sierk, *Phys. Rev.*, **C33**(1986), 2039.

Calculation of Nuclear Fission Using a Macroscopic Model

CHEN XINYI

(*Qinghua University, Beijing 100084*)

HU JIMIN

(*Beijing University, 100871*)

ABSTRACT

The continuous medium model with variable densities is used to calculate the macroscopic potential energy surfaces of β -stable nuclei with $A \geq 100$. The reasonable fission barriers are obtained and the double mass center charge distributions of fissioning nuclei at saddle points are predicted.