

在实际磁场中带电粒子径迹的模拟

陈廷杨 姚乃国

(南京大学物理系)

何瑁

(山东大学物理系, 济南)

摘 要

本文介绍了在前冲谱仪中考虑实际磁场分布模拟带电粒子径迹的一种方法。从罗伦兹方程出发对实际磁场采用数值积分, 得到动量精度为0.1%的带电粒子的模拟径迹。

一、引 言

在高能物理实验中, 对带电粒子径迹的模拟在计算谱仪的效率、分辨率以及计算反应截面等方面都要用到。最简单的方法是直线法, 即认为粒子在磁铁中心平面之前作直线运动, 到达磁铁中心后按常数 Δp 方法计算出偏转角, 然后继续以直线运动(图1)。这种近似对于大张角径迹的透射率与实际出入较大。其次是用圆弧近似, 即在磁铁外用直线近似, 进入磁铁后径迹为一圆弧(图1), 这种方法对于大张角径迹的估计比上一种方法精确, 但分辨率计算并没有得到改善。为了得到分辨率、效率和截面更精确的估计和检验寻找径迹的计算机程序的正确性, 都需要有更精确的即更接近实际的模拟带电粒子在磁场中运动的方法。本文介绍我们在美国费米实验室的 E-705 实验中所采用的一种模拟方法。

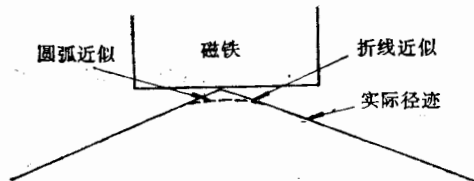


图1 实际径迹和近似径迹

二、原 理

按罗伦兹方程, 电荷为 q , 速度为 \vec{v} 的带电粒子在磁场 \vec{B} 中的运动方程为:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = q\vec{v} \times \vec{B}, \quad (1)$$

式中 \vec{p} 为粒子的动量。选取如图2所示的坐标系, 取 z 轴为入射粒子的方向, y 从下向上, (x, y, z) 成右螺旋。

用 \dot{x} 和 \ddot{x} 分别代表 x 对时间的一次和二次导数, 对 y 和 z 亦相同. 用 x', x'', y' 和 y'' 分别表示 x 和 y 对 z 的一次和二次导数. 由方程(1)可得^[1]

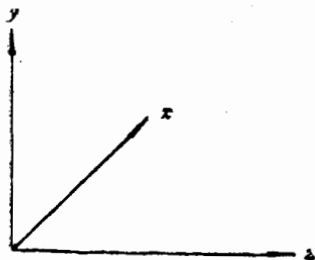


图2 坐标系

$$m\ddot{x} = q(B_z \dot{y} - B_y \dot{z}); \quad (2)$$

$$m\ddot{y} = q(B_x \dot{z} - B_z \dot{x}); \quad (3)$$

$$m\ddot{z} = q(B_y \dot{x} - B_x \dot{y}), \quad (4)$$

式中 B_x 、 B_y 、 B_z 为磁场 \vec{B} 在 x 、 y 和 z 方向的三个分量.

因为所取的坐标系中没有时间 t , 因而采用下面的变数替换, 对 x 有

$$dx/dz = x' = \dot{x}/\dot{z},$$

$$d^2x/dz^2 = x'' = (\ddot{x}\dot{z} - \dot{x}\ddot{z})/\dot{z}^3.$$

按定义, 粒子动量值为

$$p = m(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2)^{1/2} = m\dot{z}(1 + x'^2 + y'^2)^{1/2},$$

所以有

$$\begin{aligned} px'' &= m\dot{z}(1 + x'^2 + y'^2)^{1/2}(\ddot{x}\dot{z} - \dot{x}\ddot{z})/\dot{z}^3 \\ &= q(1 + x'^2 + y'^2)^{1/2}[B_z y' + B_x x' y' - B_y(1 + x'^2)]. \end{aligned} \quad (5)$$

(5)式可以写作

$$x'' = X(x), \quad (6)$$

式中

$$X(x) = (q/p)(1 + x'^2 + y'^2)^{1/2}[B_z y' + B_x x' y' - B_y(1 + x'^2)]. \quad (7)$$

同理可得

$$y'' = Y(y), \quad (8)$$

$$Y(y) = (q/p)(1 + x'^2 + y'^2)^{1/2}[-B_x x' - B_y x' y' + B_z(1 + y'^2)]. \quad (9)$$

因此, 原则上只要对方程(6)和(8)进行数值积分, 就可以求出带电粒子在实际磁场中的真正径迹. 数值积分的初值条件为:

$$\begin{aligned} x|_{z=z_0} &= x_0 && \text{—— 反应点 } x \text{ 的位置;} \\ x'|_{z=z_0} &= x'_0 && \text{—— 出射粒子 } x \text{ 方向斜率;} \\ y|_{z=z_0} &= y_0 && \text{—— 反应点 } y \text{ 的位置;} \\ y'|_{z=z_0} &= y'_0 && \text{—— 出射粒子 } y \text{ 方向斜率.} \end{aligned}$$

三、模拟过程

在入射粒子和靶核产生反应后, 从反应模型出发可得到次级粒子数^[2]和每一个次级粒子的动量及其出射方向. 设某一特定的电荷为 q 的带电粒子在某一角度以动量 \vec{p} 飞出, 这时它的 p_x 、 p_y 和 p_z 三个动量分量都已经确定, 因此

$$x' = dx/dz = \dot{x}/\dot{z} = p_x/p_z;$$

$$y' = p_y/p_z,$$

这两个值均为已知值。从反应点出发, 在没有磁场的区域内, 因为 $B_x = B_y = B_z = 0$ 所以从方程(7)和(9)可知 $X(z) = Y(z) = 0$, 因而 $x'' = y'' = 0$ 。即粒子作直线运动。但一旦粒子进入有磁场的区域中, 粒子的运动方向就要发生改变, 但其总动量仍保持不变。

各点的磁场强度 \vec{B} 及其三个分量 B_x 、 B_y 和 B_z 都是坐标 x 、 y 和 z 的函数。在 E-705 实验中, 实际上测量的是空间一定点上的三个磁场分量值, 在 z 方向分为 235 个分点, x 和 y 方向各为 18 个分点, 因而实际上测量的是 $235 \times 18 \times 18 = 76140$ 个点上的磁场 B_x 、 B_y 和 B_z 的值。对于某

一个特定的点 (x_1, y_1, z_1) 要计算它的磁场, 必须根据它最邻近的 8 个点的磁场值, 用数值微分法求得其导数, 再用泰勒展开法求出 (x_1, y_1, z_1) 处的磁场 B_x 、 B_y 和 B_z (图 3)。

这样, 从方程(6)和(8)可以根据进入磁场区域的点的位置 (x_0, y_0, z_0) 和斜率, 求得在磁场存在的各处粒子的坐标 (x, y, z) 和 x' 、 y' , 直到粒子飞离磁场区域为止, 以后粒子又作直线运动。为了节约机时, 在磁场边缘区域取步长为 $\Delta z = 1\text{cm}$, 在谱仪的主磁场区域, 取 $\Delta z = 0.1\text{cm}$ 。

四、校 验

模拟程序建立后, 用常数磁场情况来校验方法的正确性和精度。因为当 $B_x = B_z = 0$ 和 $B_y = \text{常数}$ 时, 微分方程组(2)–(4)可有正确的解析解。径迹在 $x-z$ 平面上的投影为一圆弧, 因而粒子的确切轨迹可以求出, 从而可得到粒子经过探测器时丝的位置。如果是漂移室, 还可得到漂移距离。E-705 谱仪^[3]有三个多丝正比室和 6 个漂移室, 在上述模拟中不考虑漂移室的误差, 径迹重建和识别后得到的粒子动量的误差是由于多丝正比室给出的位置误差引起的。为了减小这一误差, 在多丝正比室中引入了“漂移”距离的方法^[4], 这里简述如下: 设粒子在探测器 x 丝面上给出讯号丝的位置为 x_0 , 丝距为 Δx , 则粒子可能打在 x_0 左边或右边, 如果引入 $1/4$ 丝距为正比室的“漂移”距离, 把多丝正比室和漂移室作同样的处理, 则可得到与漂移室可比拟的分辨率。例如 E-705 实验中第二个正比室的 x 丝面中的丝距为 0.15cm , u 和 v 丝面中(各与垂直方向成 $\pm 16.7^\circ$ 夹角) 丝距为 0.1588cm , 用上述方法得到多丝正比室 x 方向分辨率为 $220\mu\text{m}$, y 方向分辨率为 $350\mu\text{m}$ 。在这种情况下, 由于探测器的位置误差所引起的动量误差很小。在 E-705 模拟中, 入射粒子为 $300\text{GeV}/c$ 的质子, $p-p$ 反应后次级粒子的动量在 $6-150\text{GeV}/c$ 范围内, 在这一动量范围内由于探测器位置分辨引起的动量相对误差 $\Delta p/p$ 可以略去不计。用上面讲的逐步积分方法求得粒子径迹, 求出其动量, 与数据产生的实际动量进行比较, 得 $\Delta p/p \approx 0.1\%$ 。这一误差主要是由于数值积分以及把连续分布磁场用阶梯函数近似所造

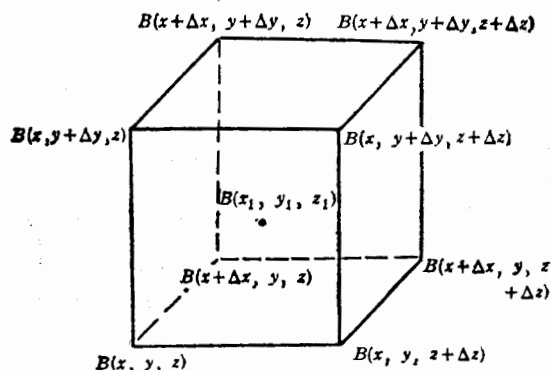


图 3 待定磁场和已知磁场的位置

成的。

经过上述方法校验后,对在实际磁场分布产生 1000 个事例,每个事例的平均次级粒子数为 15 条,共约有 10000 条径迹通过谱仪,由此可计算出谱仪对某种粒子(如 J/ψ) 的接收度、谱仪的分辨率等参数,供物理分析时计算截面和质量宽度之用。

参 考 文 献

- [1] H. Wind; *Nuc. Ins. & Meth.*, **V115** (1974), p. 431; **V153** (1978), p. 195; **V161** (1979), p. 327.
- [2] S. Conetti et al., *IEEE Trans. Nuci. Sci.*, **NS-36** (1989) p. 112.
- [3] C. M. Jenkins et al., *IEEE Trans. Nuci. Sci.*, **NS-36** (1989) p. 117.
M. Binkely et al., Fermilab Proposal E-705 (1981).
- [4] Ting-Yang Chen and Nai-Guo Yao "An Improvement to The Space Coordinates of The Charged Tracks", To be published in *Nucl. Ins. & Meth. in Phy. Research A*.

THE TRACK SIMULATIONS OF CHARGED PARTICLES IN THE REAL MAGNETIC FIELDS

CHEN TINGYANG YAO NAIGUO

(*Department of Physics, Nanjing University*)

HE MAO

(*Department of Physics, Shandong University, Jinan*)

ABSTRACT

A simulation method for trajectories of charged particles in the real magnetic fields is introduced for the forward spectrometer in experiments of high energy physics. By using the numerical integrations to the Lorentz equation, simulation tracks with good accuracy have been obtained.