

强引力下 Dirac 粒子的真空能隙

李元杰

(华中理工大学物理系, 武汉)

摘 要

本文以强引力的 de Sitter 度规和 Einstein-Yukawa 理论的 Reissner-Nordström 度规为例, 讨论了在原子核内或在强子内 Dirac 粒子的真空禁带能隙, 结果表明, 在强引力下, 粒子的真空能隙形成一个势阱。

在弯曲时空中, Dirac 粒子的真空能隙早就为人们所注视. 1977年 M. Soffel 等讨论了 Schwarzschild 度规下的 Dirac 粒子真空能隙^[1], 1982年 M. Soffel 全面地评述了这方面的工作^[2]. 在弯曲时空中, 由于能隙产生变形, 会引起许多有趣的物理机制, 如 Starobinsky-Unruh 过程, Hawking 蒸发等^[3] 由于真空能隙宽度的变化还可以产生受激释放引力能的机制. 在物理学的其它领域, 能隙理论也占有极重要地位. 如有一门新型学科称为能隙工程. 就是利用各种能隙变形制造特殊性能的材料, 总之, 对能隙的研究具有十分重要的意义.

另一方面, 与强作用可匹敌的强引力理论出现, 使运用引力方法研究微观粒子结构与性质成为可能. 如基本粒子的质量、自旋与强引力之关系, 强作用与强引力之关系都已有广泛的研究^[4,5]并引起人们浓厚的兴趣.

本文首先在原子核内, 然后在强子内引入球对称的强引力度规, 考察 Dirac 粒子在这些度规背景下的真空能隙. 求出能隙曲线方程.

假定在原子核内有一球对称度规

$$ds^2 = -e^{\nu} dt^2 + e^{\lambda} dr^2 + r^2 d\Omega^2 \quad (1)$$

这里, ν, λ 是 r 的函数, $d\Omega^2 = d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2$. 度规(1)满足 Einstein-Yukawa 方程

$$G_{\mu\nu}(f) = -\kappa_f (T_{\mu\nu})_{\text{Yukawa}} \quad (2)$$

其中 $T_{\mu\nu}$ 是汤川势 $\phi(r) = g e^{-\mu r}/r$ 产生的能动张量, g 是强耦合常数, μ 是中间介子

的质量, $G_f = \frac{k_f}{8\pi}$ 是强引力常数. 利用

$$T_{11} = \frac{1}{8\pi} \left[\left(\frac{\partial \phi}{\partial r} \right)^2 + \mu^2 \phi^2 \right] f_{11} \quad (3)$$

可积分得^[5]:

$$e^{\nu} = \left[1 - \frac{2G_f^m}{r} - \frac{A_f r^2}{3} + \frac{G_f g^2 e^{-2\mu r}}{r^2} \right] \quad (4)$$

A_f 是宇宙因子.

在度规(1)下, 质量 M 的 Dirac 粒子之哈密顿-雅可比方程可写为

$$g^{\mu\nu} \frac{\partial s}{\partial x^\mu} \frac{\partial s}{\partial x^\nu} + M^2 = 0 \quad (5)$$

s 是哈密顿主函数,

$$g^{tt} = -e^{-\nu}, \quad g^{rr} = e^{-\lambda},$$

$$g^{\theta\theta} = \frac{1}{r^2}, \quad g^{\varphi\varphi} = \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta}.$$

代入方程(5)得

$$-e^{-\nu} \left(\frac{\partial s}{\partial t} \right)^2 + e^{-\lambda} \left(\frac{\partial s}{\partial r} \right)^2 + \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial s}{\partial \theta} \right)^2 + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \left(\frac{\partial s}{\partial \theta} \right)^2 + M^2 = 0 \quad (6)$$

对 s 分离变量

$$s = -\omega t + R(r) + \Theta(\theta) + l\varphi$$

则(6)式可写成

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{d\Theta}{d\theta} \right)^2 + \frac{l^2}{\sin^2 \theta} &= k^2 \\ e^{-\nu} \omega^2 r^2 - e^{-\lambda} r^2 \left(\frac{dR}{dr} \right)^2 - M^2 r^2 &= k^2 \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

由(7)式第二式求出

$$\left(\frac{dR}{dr} \right)^2 = \frac{e^\lambda}{r^2} (e^{-\nu} r^2 \omega^2 - M^2 r^2 - k^2) \geq 0 \quad (8)$$

故有

$$\omega^2 \geq \frac{e^\nu}{r^2} (M^2 r^2 + k^2)$$

显然

$$\omega \geq \omega^+ \quad \text{或} \quad \omega \leq \omega^- \quad (9)$$

其中

$$\omega^\pm = \pm e^{\nu/2} \sqrt{M^2 + \frac{k^2}{r^2}} \quad (10)$$

(9), (10)二式表明, 在核内, Dirac 粒子不可能处在能隙 (ω^-, ω^+) 的范围之中. 在 $r = r_N \equiv \partial G_f m = \hbar/m$ 时, $e^\nu = 0$ ^[5]. 其中 r_N 是核的半径, 于是在核半径处, 真空能隙消失, 至于 $r > r_N$ 时, 只存在弱引力, 我们可以认为时空几乎是平直的, 真空能隙应为 $(-M, M)$. 按照以上讨论, 我们最后得到粒子在核内外真空能隙曲线的形状如

图1所示. 从图1中, 我们看到真空能隙上边缘形成一个阱, 在 $r = r_N$ 处, 突变的阱壁是竖直陡上去的. 值得指出的是, 这样一个‘势阱’与通常所见的粒子势阱有所不同, 它是靠牺牲粒子静质量而得到的, 尽管这种新型阱会带来什么物理机制, 我们暂时尚不清楚. 但如果粒子在阱内存在束缚能态, 我们将可以用来研究核的发射和吸收谱, 并对一些观察结果进行修正.

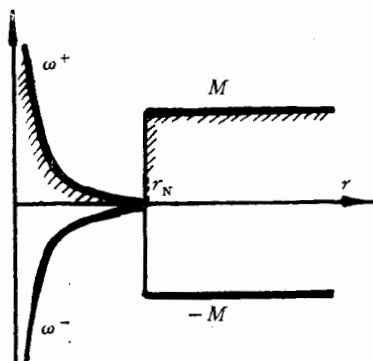


图1 核内、外的真空能隙

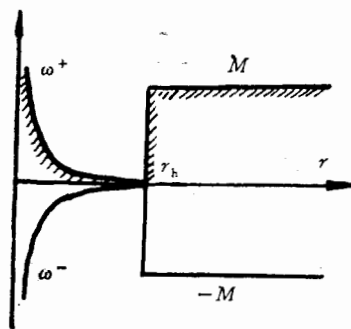


图2 强子内、外的真空能隙

三

现在, 我们再取一个强子内部的球对称强引力度规为:

$$ds^2 = -\left(1 - \frac{1}{3} \Lambda_f r^2\right) dt^2 + \left(1 - \frac{1}{3} \Lambda_f r^2\right)^{-1} dr^2 + r^2 d\Omega^2 \quad (11)$$

其中, $\Lambda_f = 8\pi G_f \rho_h$, ρ_h 是强子流体密度. 将

$$\begin{aligned} g^{tt} &= -\left(1 - \frac{\Lambda_f}{3} r^2\right)^{-1} & g^{\theta\theta} &= 1/r^2 \\ g^{rr} &= \left(1 - \frac{\Lambda_f}{3} r^2\right) & g^{\varphi\varphi} &= 1/r^2 \sin^2\vartheta \end{aligned}$$

代入方程(5)得

$$\begin{aligned} -\left(1 - \frac{\Lambda_f}{3} r^2\right)^{-1} \left(\frac{\partial s}{\partial t}\right)^2 + \left(1 - \frac{\Lambda_f}{3} r^2\right) \left(\frac{\partial s}{\partial r}\right)^2 + \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial s}{\partial \theta}\right)^2 \\ + \frac{1}{r^2 \sin^2\theta} \left(\frac{\partial s}{\partial \varphi}\right)^2 + M^2 = 0 \end{aligned} \quad (12)$$

完全类似于第二部分的计算, 我们容易得到

$$\omega^2 \geq \left(\frac{k^2}{r^2} + M^2\right) \left(1 - \frac{\Lambda_f}{3} r^2\right) \quad (13)$$

于是有

$$\omega \geq \omega^+ \text{ 或 } \omega \leq \omega^- \quad (14)$$

其中

$$\omega^\pm = \pm \left(\frac{k^2}{r^2} + M^2\right)^{1/2} \left(1 - \frac{\Lambda_f}{3} r^2\right)^{1/2} \quad (15)$$

所以, 在强子内部有 Dirac 粒子的真空能隙曲线如图2所示. 图2与图1十分相似, 这

说
粒
放
这

[1]
[2]
[3]
[4]
[5]

nu
we
tri

说明在微观粒子内部真空能隙曲线具有相似的结构。它们普遍将构成一个‘势阱’。如果粒子进入这个‘势阱’, 必定与核或强子产生束缚态, 而将其一部分静质量以能量形式释放出来, 这是一种通过真空能隙势阱向外释放结合能的机制。由于束缚能很难精确求解, 这是此方法受到限制的原因。

参 考 文 献

- [1] M. Soffel, B. Muller and W. Greiner., *J. Phys.*, A10(1977), 551.
- [2] M. Soffel, B. Muller and W. Greiner., *Phys. Rep.*, V85, N2, May (1982).
- [3] 刘辽, 广义相对论, 高等教育出版社(1987).
- [4] C. Sivaram and K. P. Sinha, *Lettere Al Nuovo Cimento* V9. N17. (1974), 704.
- [5] C. Sivaram and K. P. Sinha, *Phys. Rep.*, 51 N3. (1979), 111—187.

VACUUM GAP OF DIRAC PARTICLE IN THE STRONG GRAVITY

LI YUANJIE

(Department of Physics, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan)

ABSTRACT

In this paper, we discussed the vacuum gap of Dirac particle in the interior of a atomic nucleus and of a hadron. Results of the calculating showed that the vacuum gap is as a potential well, whether in de Sitter metric for the case of strong gravity, or in Reissner-Nordström metric for the case of yukawa field.