

不同快度窗口中带电多重数的奇、偶分布及归一化矩的能量依赖性*

吴元芳 刘连寿

(华中师范大学粒子物理研究所, 武汉)

摘 要

本文从一个简单的具有非零电荷关联长度的物理图象出发, 计算了强子-强子碰撞在不同快度窗口中的奇、偶带电多重数分布, 解释了这些分布的重合和分开. 计算得到的归一化矩的窗口依赖性和能量依赖性与实验一致. 引进了一种新的、特别适合于小快度窗口的归一化矩.

一、引 言

随着质子-反质子对撞机能量的提高, 随着探测技术和数据处理方法的改进, 人们已有可能更细致、深入、有效地研究多重产生过程. 例如从研究全快度区的带电多重数, 发展到研究不同快度窗口的带电多重数^[1]. 近年来, 有人更进一步发展到研究极小快度窗口中的带电多重数^[2]. 我们相信对不同快度窗口, 特别是极小快度窗口中带电多重数的细致研究, 对揭示多重产生的动力学机制有着极其重要的意义.

最近, 关于强子-强子碰撞不同快度窗口中带电多重数有两个引人注目的实验现象^[3,4], 一个是在极小的快度窗口中带电多重数的归一化矩随着质心系能量的升高不象大快度窗口中那样缓慢地单调上升, 而是先有一个急剧的下降, 然后再缓慢地上升 (参看图2). 这一反常现象是很多唯象模型较难解释的; 另一个实验现象 (见图1) 是在质心系能量 $\sqrt{s} = 22\text{GeV}$, 当快度窗口从 $|y| \leq y_w$, $y_w = 0.25$ 增加到 2.0 时, 快度窗口中奇、偶带电多重数的几率分布基本上落在同一曲线上; 当快度窗口增加到 $y_w = 2.5$ 时, 奇、偶带电多重数的几率分布发生偏离, 而且, 这一现象首先出现在大多重数的事件中. 随着快度窗口的进一步加大, 这种奇、偶偏离的现象变得越来越明显, 当观测窗口为整个快度区间时, 便只剩下偶的带电多重数. 虽然, 总电荷守恒使得全快度区只有偶的带电多重数是一个众所周知的事实. 但是, 为什么在小的快度窗口中观测到奇、偶带电多重数的可能性相同呢? 为什么在 $y_w = 2.5$ 的快度窗口中开始观测到偶带电多重数的几率大于奇带电多重数的几率呢? 这一现象又为什么首先出现在大多重数事件中呢? 对这一系列有趣问题的回答将有助于我们了解多重产生的机制.

本文 1989 年 5 月 15 日收到.

* 国家自然科学基金资助的课题.

本文的目的是研究上述两个重要的实验现象,我们将采用尽可能简单的物理图象,以便定性地了解产生这些现象的物理实质。

二、不同快度窗口中带电多重数的奇、偶分布

在小的快度窗口中,既观察到偶带电多重数,又观察到奇带电多重数表明电荷的局域平衡被破坏,正、负电荷之间有不为零的有限快度关联长度。考虑一对正、负粒子间的电荷关联,假设在这一对正、负粒子的质心系中,两个粒子动量的几率分布是各向同性的,那么这两个粒子的快度关联长度 y_g 服从以下分布^[5]:

$$P_g(y_g) = \frac{1}{ch^2 y_g}, \quad (1)$$

其中, y_g 是两个粒子快度间隔的一半。

这一对关联粒子中心的快度分布,可以从实验上观察到的末态粒子快度分布得到启示。由实验给出的分多重数的快度分布^[6,7]。可以知道快度分布与多重数有关联:多重数低时,在快度较大处有明显的峰;多重数高时,峰值移向快度小的区域。这些都是能量守恒约束的必然结果。这一结果告诉我们,在具有不同关联对数的事件中,关联对中心有不同的快度分布:关联对数目少的事件,对的中心分布较宽;而关联对数目多的事件,对的中心分布较窄。

作为一种近似,取正、负粒子对的中心在其允许的运动学范围内等几率地分布:

$$P_c(y_c) = \frac{1}{2(y_{\max}^{(N)} - y_g)}, \quad (2)$$

其中 $y_{\max}^{(N)}$ 是在有 N 对正、负粒子的事件中,单个粒子所能达到的最大快度值。 $y_{\max}^{(N)} - y_g$ 是正、负粒子对的中心所能达到的最大快度。基于上面提到的不同多重数过程的能量守恒约束,我们简单地让 $y_{\max}^{(N)}$ 线性地依赖于粒子对数目 N :

$$y_{\max}^{(N)} = y_{\max} - aN, \quad (3)$$

a 为比例常数, y_{\max} 是在某种能量下,粒子的运动学极限快度。

考虑由 $|y| \leq y_w$ 确定的一个观测窗口,由于关联长度不为零,一对正、负粒子并非或者全都进入观测窗口,或者全都不进入观测窗口,而是有可能只有一个粒子进入观测窗口。设某对相关联的正、负粒子全都进入观测窗口的几率为 q_2 , 只有其中一个粒子进入观测窗口的几率为 q_1 , 没有粒子进入观测窗口的几率为 q_0 , $q_2 + q_1 + q_0 = 1$ 对 q_2, q_1, q_0 的计算公式见附录。考虑一个有 N 个关联对的事件,在这 N 个对中,有 2 个, 1 个, 0 个粒子落入观测窗口的对的数目分别为 N_d, N_s, N_z ($N_d + N_s + N_z = N$)。这样一个事件的几率可以用一个三项式表示,从而在窗口中观测到 n_{chw} 个带电粒子的条件几率为:

$$P(n_{\text{chw}}|N) = \sum_{N_d, N_s, N_z} \frac{A_N}{N_d! N_s! N_z!} q_2^{N_d} q_1^{N_s} q_0^{N_z} \delta(N - N_d - N_s - N_z) \delta(n_{\text{chw}} - N_s - 2N_d), \quad (4)$$

A_N 是归一化常数,由条件

$$\sum_{n_{\text{chw}}} P(n_{\text{chw}}|N) = 1.$$

以

决定. 对各种可能的 N 作和得到进入窗口中的带电多重数分布:

$$P(n_{chw}) = \sum_N P_{pair}(N)P(n_{chw}|N), \quad (5)$$

其中, $P_{pair}(N)$ 是产生 N 对正、负粒子对的几率. 它可以用实验的多重数分布输入, 也可以采用和实验拟合较好的模型公式. 为了便于计算, 我们采用三火球模型参数化^[8]:

$$P_{pair}(N) = \sum_{N_C N_P N_T} \frac{64 N_C N_P N_T}{\alpha^2 (1-\alpha)^4 \langle N \rangle^6} \exp\left(\frac{-2}{\langle N \rangle} \left[\frac{N_C}{\alpha} + \frac{2(N_P + N_T)}{(1-\alpha)} \right]\right) \delta(N - N_C - N_P - N_T). \quad (6)$$

这一参数化计算公式在现有能量范围内和实验相符, 其参数 α 的值见文献[9].

利用式(4)–(6)我们计算了

$$\sqrt{s} = 22\text{GeV}$$

时, $y_w = 2.0, 2.5, 3.0$ 的窗口中以及全快度区中带电多重数的奇、偶分布曲线, 如图 1 所示. 计算中采用的 $y_{max}^{(N)}$ 和全快度区宽度 y_{max} 见表 1. 从图中可以看出, 直到 $y_w = 2.0$ 时, 带电多重数的奇、偶分布都落在同一曲线上; 当 $y_w = 2.5$ 时, 奇、偶带电多重数的几率分布才开始在大多重数的事件中发生偏离. 当观测窗口加大到 $y_w = 3.0$ 时, 这种偏离变得更为明显. 最后, 在全快度区间只剩下偶的带电多重数分布. 这样, 我们就用正、负电荷之间存在非零快度关联长度的短程关联 (即局域电荷不平衡) 的假设, 对实验观测到的不同快度窗口中奇、偶带电多重数分布作出了满意的定性说明.

奇、偶带电多重数分布首先在大多重数事件中分开, 这是能量守恒约束的必然结果. 因为对大多重数事件, 粒子的平均快度范围小, 而对小多重数事件, 粒子的平均快度范围大, 当观测窗口增大到接近大 N 的平均快度范围时, 便可观测到奇、偶带电多重数的分布发生偏离的现象; 而此时小 N 的平均快度范围有可能还远大于这一观测窗口, 相应的奇、偶分布无明显偏离. 如果我们不考虑能量守恒对单举快度分布的影响, 那么奇、偶带电多重数分布的分开便会同时对不同多重数同时发生, 而不是首先出现在大多重数事件中.

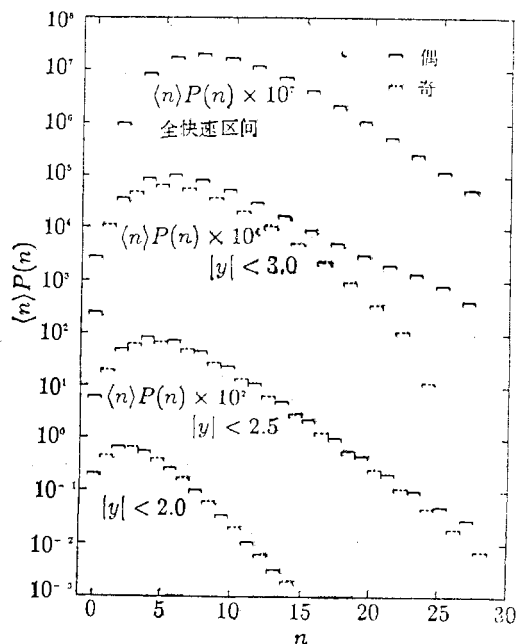


图 1 质心系能量 $\sqrt{s} = 22\text{GeV}$ 时, 不同快度窗口中奇、偶带电多重数分布的计算结果

三、不同快度窗口中归一化矩的反常行为及其消除

在图 2 中, 我们分别给出了在快度窗口 $y_w = 0.25, 0.5, 1.5, 2.5$ 中, 各阶带电多重

域电那

1)

启数守不的

2)

y_g 守

3)

非窗入

1, 个事

4)

数的归一化矩对质心系能量的依赖关系。图中的曲线是按式(4)–(6)计算的结果, 这些

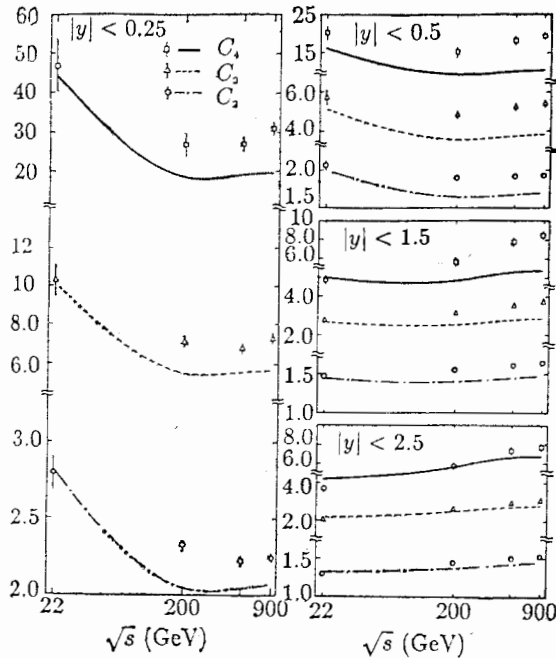


图2 不同快度窗口中的归一化多重数矩。曲线是计算的结果, 数据点取自参考文献[4]

曲线能定性地给出不同快度窗口中, 各阶归一化矩随能量的变化趋势。这说明这一简单的物理图象从本质上反映了不同快度窗口中产生带电粒子的特性。

在质心系能量为 $\sqrt{s} = 22$ GeV 时, $y_w = 0.25$ 的快度窗口内, 带电多重数的各阶归一化矩都反常地大, 其原因主要是由于平均多重数 $\langle n_{chw} \rangle$ 小于 1, 按定义, 归一化矩 $C_{iw} = \langle n_{chw}^i \rangle / \langle n_{chw} \rangle^i$, 从表 2 中我们可以看到, 如果不看归一化矩 C_{iw} 而仅仅看各阶矩 $\langle n_{chw}^i \rangle$, 那么它们在 $y_w = 0.25$ 时并不出现反常增大现象。

我们知道, 采用归一化矩 C_{iw} 代替矩 $\langle n^i \rangle$ 的好处是: 在正常情况下, i 阶矩 $M_i = \langle n^i \rangle$ 和一阶矩 $\langle n \rangle$ 的 i 次方近似成比例地增加。随着能量的升高, $\langle n^i \rangle$ 增大很快, 而 C_i 增加

表1 不同粒子对数目的运动学允许快度区间

\sqrt{s} (GeV)	$y_{max}^{(N)}$	y_{max}
22	$y_{max} = 0.128N$	4.5
200	$y_{max} = 0.063N$	5
540	$y_{max} = 0.05N$	6
900	$y_{max} = 0.058N$	7

缓慢。因此 C_i 是一个更好地反映带电多重数分布特征的量。但是, 当 $\langle n \rangle$ 很小, 特别是当 $\langle n \rangle$ 小于 1 时, 上述情况不再成立。 C_i 不再是好的特征量, 为了说明问题, 考虑一个

表2 在两个快度窗口中的多重数矩 $M_i = \langle n^i \rangle$

y_w	0.25			0.5		
	M_2	M_3	M_4	M_2	M_3	M_4
22.	1.044	2.271	6.126	2.987	9.409	36.427
200.	3.242	11.000	46.500	10.639	58.374	395.044
540.	3.868	14.503	68.264	12.916	79.952	616.259
900.	3.930	14.924	70.916	13.168	82.723	643.140

1) 为书写简单, 以下略去下标 chw

简单的不等式

$$C_{iw} = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} n^i P_w(n)}{\left(\sum_{n=0}^{\infty} n P_w(n)\right)^i} = \frac{\sum_{n=1}^{\infty} n^i P_w(n)}{\left(\sum_{n=1}^{\infty} n P_w(n)\right)^i} \geq \frac{1}{\langle n \rangle^{i-1}}. \quad (7)$$

这里在分子中作了代换 $n^i \rightarrow n$, 从而得到 C_i 的一个下限. 虽然以上只是一个粗略的估计, 但是, 由这一不等式已经可以看出, 当快度窗口的平均多重数 $\langle n \rangle$ 小于 1 时, $C_{iw} (i \geq 2)$ 将随着能量的降低而变大. 从这一不等式还可以看出, 出现这种反常的原因是由于在这种低能小窗口的情况下, 没有粒子进入窗口 ($n=0$) 的几率增大. 因此, 在研究极小窗口中多粒子产生的特征时, 为了突出有用的物理信息, 有必要对 $n=0$ 的事件加以特殊处理. 值得注意的是文献[10]从不同的考虑出发, 也得到了同一结论.

对小窗口中 $n=0$ 的事件如何处理, 要针对所讨论的物理问题作专门的研究. 一种简单的办法是扣除 $n=0$ 的事件, 重新作归一化. 设在 N 次非衍碰撞事件中, 没有带电粒子进入观测窗口 $n=0$ 的事件有 N_0 次, 则扣除这些事件后重新归一化的窗口带电多重数分布是:

$$P'_w(n) = \frac{1}{a} P_w(n), \quad a = 1 - \frac{N_0}{N}. \quad (8)$$

利用它重新定义窗口内的归一化多重数矩为:

$$C'_{iw} = \frac{\sum_{n=1}^{\infty} n^i P'_w(n)}{\left[\sum_{n=1}^{\infty} n P'_w(n)\right]^i} = a^{i-1} C_{iw}. \quad (9)$$

它在小窗口里没有反常增大现象, 而且, 随着窗口的加大, 以及能量的升高, 它变化平缓. 如图 3. 图中画出了四种能量下 C'_{4w} 随窗口大小的变化. C'_{3w} 和 C'_{2w} 也有类似的变化趋势.

四、结 论

在这篇短文里, 我们用一个简单的物理图象研究了不同快度窗口中带电多重数的奇、偶分布及其矩的能量依赖性. 图象的要点包括两个方面: 首先, 从实验给出的不同快度窗口中带电多重数的奇、偶分布结果, 假设电荷有不为零的快度关联长度, 即快度空间中局域电荷不平衡; 第二, 基于末态粒子落入各个观察窗口的随机性考虑,

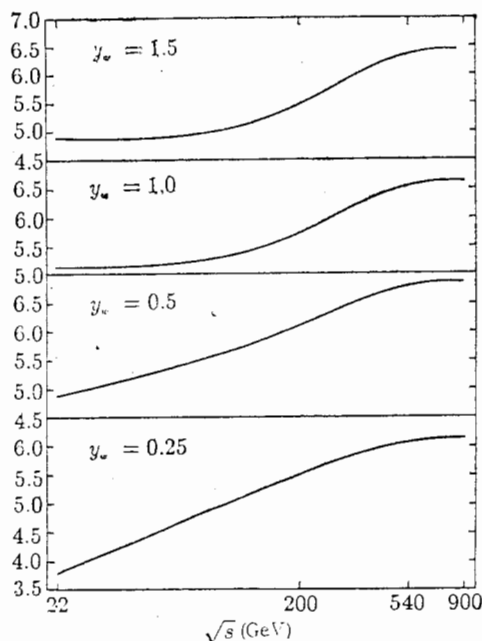


图 3 按等式(9)定义的归一化多重数矩

假设相关联的正、负粒子对全进入、不进入和只有一个粒子进入观测窗口的几率服从三项

式分布。

在实际计算中,我们还采用了两个近似假定一个是相关联的正、负粒子的动量服从各向同性分布(1)式;另一个是相关对的中心快度服从均匀分布(2)式。然而,所得到的物理结果定性上并不依赖于这两个近似假定。

从计算结果和实验符合的情况,我们可以得出以下结论:

第一,强子-强子碰撞未态的正、负粒子间存在着不为零的快度关联长度,即快度空间中局域电荷不平衡。

第二,在研究极小快度窗口的多重数分布时,必须对 $n = 0$ 的事件作特殊处理。

附录 正、负粒子对有 2, 1, 0 个粒子落入窗口的几率

设当关联长度为 y_g 时,一个关联对有 2, 1, 0 个粒子落入观测窗口的几率分别为 $P_{ci}(y_g)$ ($i = 2, 1, 0$), 则对各种可能的 y_g 积分,得到一个任意关联长度的对有 2, 1, 0 个粒子落入窗口的几率:

表 (A-I) 在 y_g 不同积分段中的 $P_{ci}(y_g)$

$0 < y_w \leq \frac{y_{\max}^{(N)}}{3}$					
y_g	0	y_w	$(y_{\max}^{(N)} - y_w)/2$	$(y_{\max}^{(N)} + y_w)/2$	$y_{\max}^{(N)}$
P_{c2}	$\frac{y_w - y_g}{y_{\max}^{(N)} - y_g}$	0	0	0	
P_{c1}	$\frac{2y_g}{y_{\max}^{(N)} - y_g}$	$\frac{2y_w}{y_{\max}^{(N)} - y_g}$	$\frac{y_{\max}^{(N)} - 2y_g + y_w}{y_{\max}^{(N)} - y_g}$	0	
P_{c0}	$\frac{y_{\max}^{(N)} - 2y_g - y_w}{y_{\max}^{(N)} - y_g}$	$\frac{y_{\max}^{(N)} - 2y_g - y_w}{y_{\max}^{(N)} - y_g}$	$\frac{y_g - y_w}{y_{\max}^{(N)} - y_g}$	1	
$\frac{y_{\max}^{(N)}}{3} \leq y_w \leq y_{\max}^{(N)}$					
y_g	0	$(y_{\max}^{(N)} - y_w)/2$	y_w	$(y_{\max}^{(N)} + y_w)/2$	$y_{\max}^{(N)}$
P_{c2}	$\frac{y_w - y_g}{y_{\max}^{(N)} - y_g}$	$\frac{y_w - y_g}{y_{\max}^{(N)} - y_g}$	0	0	
P_{c1}	$\frac{2y_g}{y_{\max}^{(N)} - y_g}$	$\frac{y_{\max}^{(N)} - y_w}{y_{\max}^{(N)} - y_g}$	$\frac{y_{\max}^{(N)} - 2y_g + y_w}{y_{\max}^{(N)} - y_g}$	0	
P_{c0}	$\frac{y_{\max}^{(N)} - 2y_g - y_w}{y_{\max}^{(N)} - y_g}$	0	$\frac{y_g - y_w}{y_{\max}^{(N)} - y_g}$	1	
$y_w \geq y_{\max}^{(N)}$					
y_g	0	$y_{\max}^{(N)}$			
P_{c2}	1				
P_{c1}	0				
P_{c0}	0				

$$q_i = \int_0^{y_{\max}^{(N)}} P_g(y_g) P_{ci}(y_g) dy_g. \quad (\text{A-1})$$

其中,关联长度的几率分布 $P_g(y_g)$ 由(1)式给出。

(y_{max}^(N)

对的中心

到一

分段考虑,

[1]

[2]

[3]

[4]

[5]

[6]

[7]

[8]

[9]

[10]

E
Idity
zerc
The
four
tabl

按假设, 关联对的中心在 $-(y_{\max}^{(N)} - y_g)$ 到 $(y_{\max}^{(N)} - y_g)$ 之间等几率地分布, 分布的密度为 $1/2(y_{\max}^{(N)} - y_g)$. 因此, $p_{ci}(y_g)$ 决定于对的中心在多大的区间中时, 有 $i (= 2, 1, 0)$ 个粒子落入窗口.

先假定 $y_g < y_w$ 此时, 当关联对的中心在 $\pm(y_w - y_g)$ 之间时, 这个对的两个粒子都落入窗口; 当对的中心在 $y_w - y_g$ 到 $y_w + y_g$ 或 $-(y_w - y_g)$ 到 $-(y_w + y_g)$ 之间时, 有一个粒子落入窗口; 当对的中心在 $-(y_w + y_g)$ 的左边或 $y_w + y_g$ 的右边时, 没有粒子落入窗口.

如果 $y_g > y_w$, 则不可能两个粒子都落于窗口。当对的中心在 $y_g - y_w$ 到 $y_g + y_w$ 或 $-(y_g - y_w)$ 到 $-(y_g + y_w)$ 之间时, 有一个粒子落入窗口; 在这两个区域之外时, 没有粒子落入窗口.

(A-1) 式中对 y_g 的积分应分段进行。除了 y_w 是显然的分段点之外, 还有 $(y_{\max}^{(N)} \pm y_w)/2$ 也是分段点。 y_g 大于或小于 $(y_{\max}^{(N)} \pm y_w)/2$ 分别对应于 $y_g \mp y_w$ 大于或小于 $y_{\max}^{(N)} - y_g$. 由简单的几何考虑, 容易得到 y_g 在不同区段中的 $p_{ci}(y_g)$ 如表 (A-I) 代入式 (A-1) 积分后就得到 q_i .

参 考 文 献

- [1] G. J. Alner et al. (UA5 Collaboration), *Phys. Lett.*, **160B**(1985), 193.
- [2] A. Bialas, R. Peschanski, *Nucl. Phys.*, **B273** (1986), 703; **B308** (1988), 857; *Phys. Lett.*, **207B** (1988), 59.
- [3] M. Adamus, et al., *Z. Phys.*, **C37** (1988), 215.
- [4] R. E. Ansorge et al (UA5 Collaboration), *Zeit. Phys.*, **C**(1989), to be published.
- [5] Cai Xu, Chao Weiqin and Meng Tachung, *Phys. Rev.*, **D33**(1986), 1287.
- [6] Arnison, G. et al, (UA1 Collaboration), *ibid.*, **123B** (1983).
- [7] Rushbrooke, J. G., in Proceeding of the XIV International Symposium on Multiparticle Dynamics Lake J-hone, 1983.
- [8] Liu Lianshou and Meng Tachung, *Phys. Rev.*, **D27** (1983), 2640; Chou Kuangchao, Liu Lianshou and Meng Tachung, *Phys. Rev.*, **D28**(1983), 1080.
- [9] 蔡励、吴元芳和刘连寿, «高能物理与核物理», **11**(1987), 554,
- [10] Rudolph C. Hwa, Preprint OITS 407, March 1989.

EVEN-ODD CHARGED MULTIPLICITY DISTRIBUTIONS AND ENERGY DEPENDENCE OF NORMALIZED MULTIPLICITY MOMENTS IN DIFFERENT RAPIDITY WINDOWS

WU YUANFANG LIU LIANSHOU

(Institute of Particle Physics, Hua-Zhong Normal University, Wuhan)

ABSTRACT

The even and odd multiplicity distributions for hadron-hadron collision in different rapidity windows are calculated, starting from a simple picture for charge correlation with non-zero correlation length. The coincidence and separation of these distributions are explained. The calculated window-and energy-dependence of normalized moments recover the behaviour found in experiments. A new definition for normalized moments is proposed, especially suitable for narrow rapidity windows.