第13卷 第5期　　高能物理与核物理　　Vol. 13, No. 5
1989年5月　　HIGH ENERGY PHYSICS AND NUCLEAR PHYSICS　　May, 1989

用计算机模拟无规力研究一维核裂变的暂态过程

钟 云 霄
（北京大学技术物理系）

摘　　要

本文应用核裂变的布朗运动模型，借助于计算机产生的无规力，直接解朗之万方程，得到核裂变的一系列暂态规律，与 Weidenmüller 等解 Fokker-planck 方程所得结果一致.

计 算 公 式

近年来，用布朗运动扩散的方法来研究复合核的集体运动，越来越受到人们重视. 由于解多维的 Fokker planck 方程存在着比较大的困难，用计算机模拟无规力直接解朗之万方程无疑是解决多维核裂变的一条切实可行的途径. 为了验证直接解朗之万方程方法的可靠性，在我们过去的工作中[1]，对三种不同形式的位能，不同性质的粘滞性，计算了布朗粒子逃逸几率的稳定值，与用解 Fokker-planck 方程及 Smoluchowski 方程结果进行了比较，得到满意结果. 在这里，我们采用了 Weidenmüler[2] 等人所用的位能形式和所用的粘滞性等数据，计算了裂变几率等的暂态规律，与文献[2]解 Fokker-planck 方程结果基本相同，说明我们所用的方法也适用于暂态过程.

裂变位能取如下形式：

$$U(x) = \mu g x^2 (x - c)(x + b) \tag{1}$$

这里，

$$\mu = \frac{1}{4} A m$$

A 为核子数，m 为核子质量，本文取 $A = 248$.

$$g = 0.013827 \times 10^{42}\,\mathrm{fm}^{-2}\mathrm{sec}^{-2}$$

$$b = 5\,\mathrm{fm} \qquad c = 19.688\,\mathrm{fm}$$

用核裂变的布朗运动模型，核裂变过程就相当于布朗粒子在该位场中运动，x 为形变参量，集体运动的效果相当于给布朗粒子-粘滞力与-无规力. 以 fm 为长度单位，以 $\theta = 10^{-21}$ sec 为时间单位，则朗之万方程可以写为：

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\beta \frac{dx}{dt} + R(t) + F(x) \tag{2}$$

本文 1987 年 10 月 30 日收到.

$R(t)$ 为无规力，$F(x)$ 为外场力．在这里

$$F(x) = -\frac{1}{\mu}\frac{dU}{dx} = 0.013827x[4x^2 + 3(b-c)x - 2bc] \tag{3}$$

取阻尼系数 $\beta = 0.5, 1.0, 5.0$ 等值，并令 $\tau = \frac{1}{\beta}$． 将 0-t 时间分割成很多段时间间隔 Δt 之和，在 Δt 内，无规力已变化多次，而 $F(x)$ 的变化可以忽略，则可得布朗粒子的位置 x 与速度 v 的迭代公式如下：

$$\begin{aligned} v_{n+1} &= v_n \exp(-\Delta t/\tau) + B\exp(-\Delta t/2\tau) \\ &\quad + F_{n+1}\tau[1-\exp(-\Delta t/2\tau)] + F_n\tau[\exp(-\Delta t/2\tau) - \exp(-\Delta t/\tau)], \\ x_{n+1} &= x_n + \tau v_n[1-\exp(-\Delta t/\tau)] + B\tau[1-\exp(-\Delta t/2\tau)] \\ &\quad + F_n\tau[\Delta t - \tau\{1-\exp(-\Delta t/\tau)\}], \end{aligned} \tag{4}$$

这里，x_n，v_n…等为 $t_n = n\Delta t$ 时刻的值．

$$B = \int_0^{\Delta t} R(t)dt,$$

B 为服从高斯分布的无规数，其根方均偏差 σ 为：[3]

$$\sigma = \sqrt{\frac{2KT\Delta t}{\mu\tau}} = 1.7591\left(KT\frac{\Delta t}{\tau}\right)^{\frac{1}{2}}. \tag{5}$$

位能(1)式的极大值(即峰)在 $x=0$ 处，有两极小值，第一个极小 $x_{10} = -3.41$，与峰相差 4MeV．第二个极小在 $x_{20} = 14.43$ 处，与峰相差 199.2MeV．设初始时，粒子在 x_{10} 附近作如下的分布

$$f(x, v, t=0) = \frac{1}{KT_0}\exp[-E/KT_0], \tag{6}$$

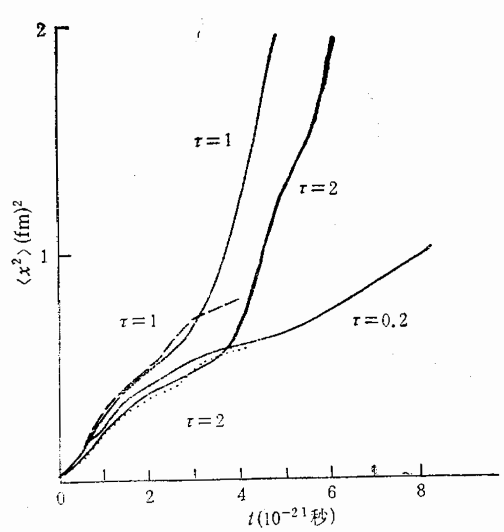

图 1 $KT = 1$MeV 时 $\langle x^2\rangle$ 随 t 变化
实线为本文结果，虚线---及····分别为 $\tau = 1,2$ 时文献[2]的结果．

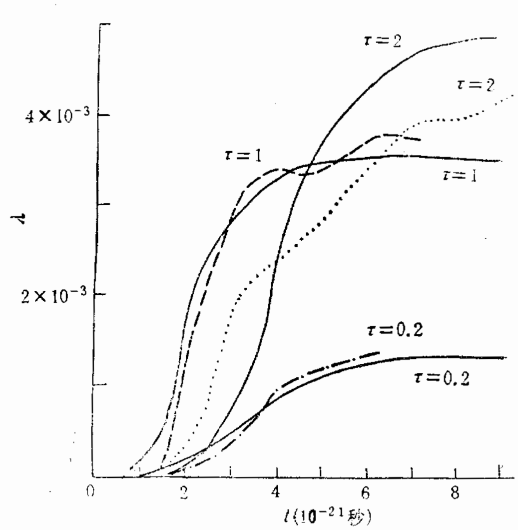

图 2 $KT = 1$MeV 时 λ 随 t 变化
实线为本文结果，虚线为文献[2]结果．

$$E = \frac{1}{2}\mu[v_0^2 + \omega_1^2(x_0 - x_{10})^2], \tag{7}$$

x_0、v_0 即初始时的位置与速度，ω_1 即 x_{10} 附近的谐振频率．$KT_0 = 0.3\text{MeV}$．取 I_0 个粒子作布朗运动，随时记下其位置及速度，当粒子越过高峰时，裂变就发生了．从而求得位置的平方平均偏差及裂变几率随时间的变化．I_0 越大，计算结果越准确，计算表明，I_0 取 1000，所得结果已稳定，误差已在 3% 左右了．

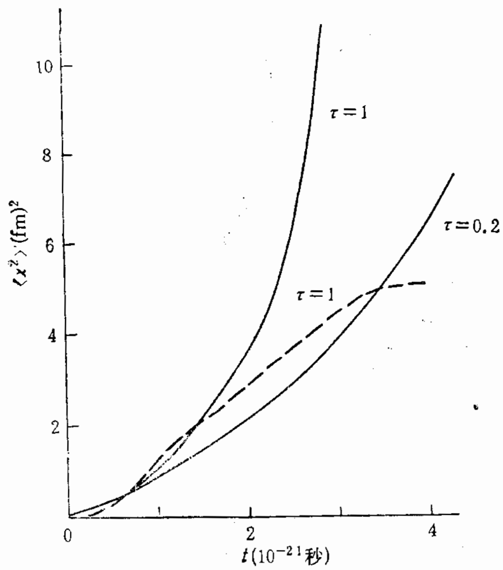

图 3　$K = 4\text{MeV}$ 时 $\langle x^2\rangle$ 随 t 变化
实线为本文结果，虚线为文献[2]结果．

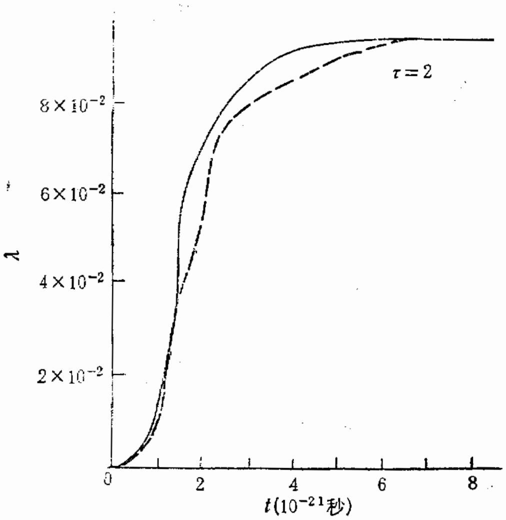

图 4　$KT = 4\text{MeV}$ 时裂变几率随 t 变化
实线为本文结果，虚线为文献[2]结果

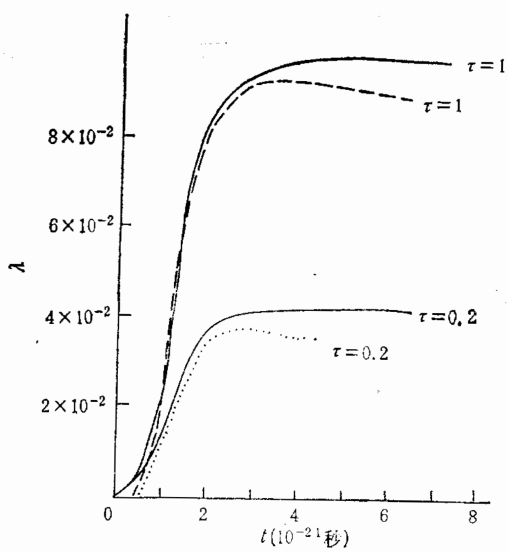

图 5　$KT = 4\text{MeV}$ 时裂变几率随 t 的变化
实线为本文结果，虚线为文献[2]结果．

计 算 结 果

对 $A=248$ 的核,取 $KT=1\mathrm{MeV}$ 与 $4\mathrm{MeV}$ 进行了计算,裂变几率 λ 与位置的平方平均偏差 $\langle x^2\rangle$ 随时间的变化见图 1—5. 与文献[2]结果基本相符.粘滞性越大(即 τ 越小),阻力越大,但无规也越大,因而 λ 与 $\langle x^2\rangle$ 都不是 τ 的单调函数,我们计算结果与文献[2]的结果均说明了这一点. 解 Fokker-planck 方程方法很难推广到多维,而本文所用方法可以推广到多维. 推广的计算正在进行中.

参 考 文 献

[1] 钟云霄,原子核物理,**9**(1987),28.

[2] P. Grange, L. Jun-qing, H. A. Weidenmulrer, *Phys. Rev., C,* **27**(1983), 2063.

[3] S. Chandraseckhar, *Rev. Mod. Phys.,* **15**(1943), 1.

STUDY ON THE INSTANTANEOUS PROCESS OF NUCLEAR FISSION WITH A COMPUTER GENERATED RANDON FORCE

ZHONG YUNXIAO

(Department of Technical Physics, Peking University)

ABSTRACT

The fission probability and the mean square deviation of position as a function of time are calculated by solving the Langevin equation directly with a computer generated randon force. The fesults are compared with the results by Weidenmüller et al. which are obtained by solving the Fokker-Planck equation numerically. The method may be easy to extend to multiple dimension cases.