

Λ 超核 ${}^9_{\Lambda}\text{Be}$ 、 ${}^6_{\Lambda\Lambda}\text{He}$ 和 ${}^{10}_{\Lambda\Lambda}\text{Be}$ 的动力学结构*

张超英 孔蕃信

(广西师范大学物理系, 桂林)

刘宪辉

(中国科学院高能物理研究所, 北京)

摘 要

本文在 α 集团模型下, 利用谐振子基展开和广义 Talmi-Moshinsky 变换, 完成了对 Λ 超核 ${}^9_{\Lambda}\text{Be}$ 、 ${}^6_{\Lambda\Lambda}\text{He}$ 和 ${}^{10}_{\Lambda\Lambda}\text{Be}$ 能谱的变分计算. 借助统一的 α - α 、 Λ - Λ 势和修正的 Λ - α 势, 使 ${}^9_{\Lambda}\text{Be}$ 、 ${}^6_{\Lambda\Lambda}\text{He}$ 和 ${}^{10}_{\Lambda\Lambda}\text{Be}$ 的能级得到自洽的描述. 此外, 对上述三个 Λ 超核的结构和粒子间的关联也作了研究和分析, 得到一些有意义的结果.

一、引 言

超核作为带有奇异数的量子力学多体系统一直是人们十分感兴趣的研究课题之一. 人们期望通过对超核的研究能揭示出新的核动力学性质. 由于超子-核子两体散射实验极其困难、材料稀少且误差很大, 它不足以给出 Λ -N 和 Σ -N 等两体相互作用的可靠数据, 而超核能较多地提供超子-核子相互作用方面的信息, 它已受到了人们的普遍重视. 另一方面, 多奇异数的超核作为一种新的多体系统也受到了人们的特别关注, 它们能提供超子-超子之间的相互作用信息. 目前实验观察到的仅有双 Λ 超核 ${}^6_{\Lambda\Lambda}\text{He}$ 和 ${}^{10}_{\Lambda\Lambda}\text{Be}$, 它们的结合能不仅能提供 Λ - Λ 相互作用强度的信息, 而且也成为研究多超子超核系统的出发点.

实验观察到的 Λ 分离能和 $\Lambda\Lambda$ 结合能分别定义为

$$B_{\Lambda}({}^A_{\Lambda}z) = M({}^{A-1}z) + M_{\Lambda} - M({}^A_{\Lambda}z)$$
$$B_{\Lambda\Lambda}({}^A_{\Lambda\Lambda}z) = M({}^{A-2}z) + 2M_{\Lambda} - M({}^A_{\Lambda\Lambda}z)$$

同时 Λ - Λ 束缚能定义为

$$\Delta B_{\Lambda\Lambda}({}^A_{\Lambda\Lambda}z) = B_{\Lambda\Lambda}({}^A_{\Lambda\Lambda}z) - 2B_{\Lambda}({}^{A-1}z)$$

与本文有关的实验数据列于表 1^[1,2].

迄今为止, 大多数作者对 ${}^9_{\Lambda}\text{Be}$ 的研究是采用 α 集团模型, 并大多限于计算其基态结合能^[3-5]. 对 ${}^6_{\Lambda\Lambda}\text{He}$ 和 ${}^{10}_{\Lambda\Lambda}\text{Be}$ 超核的研究还为数不多, 而且多着重于探索 Λ - Λ 相互作用^[6-8]. H. Bandō 等人利用微观 α 集团模型对轻超核的结构进行了较系统的研究^[9].

* 国家自然科学基金资助课题.
本文 1988 年 10 月 28 日收到.

表1 ${}^4_1\text{He}$ 、 ${}^6_{\Lambda\Lambda}\text{He}$ 、 ${}^8_\Lambda\text{Be}$ 和 ${}^{10}_{\Lambda\Lambda}\text{Be}$ 的结合能 (MeV)

| | ${}^4_1\text{He}$ | ${}^6_{\Lambda\Lambda}\text{He}$ | ${}^8_\Lambda\text{Be}$ | ${}^{10}_{\Lambda\Lambda}\text{Be}$ |
|--|-------------------|----------------------------------|-------------------------|-------------------------------------|
| $B_\Lambda({}^4_\Lambda z)$ | 3.12 ± 0.02 | | 6.71 ± 0.04 | |
| $B_{\Lambda\Lambda}({}^6_{\Lambda\Lambda} z)$ | | 10.92 ± 0.6 | | 17.71 ± 0.08 |
| $\Delta B_{\Lambda\Lambda}({}^6_{\Lambda\Lambda} z)$ | | 4.68 ± 0.6 | | 4.29 ± 0.1 |

在他们的研究中一般采用拟合 ${}^4_1\text{He}$ 基态 Λ 结合能的唯象 Λ -N 势 $V_{\Lambda N}$ 和适用于 ${}_{\Lambda\Lambda}({}^1s_0)$ 态的单高斯唯象 Λ - Λ 势 $V_{\Lambda\Lambda}$ 。通常, $V_{\Lambda\Lambda}$ 的力程被选取为等效于双 π 交换势的力程, 其强度参数 $V^{\Lambda\Lambda}$ 则由拟合双 Λ 超核 ${}^6_{\Lambda\Lambda}\text{He}$ 或 ${}^{10}_{\Lambda\Lambda}\text{Be}$ 的结合能实验数据而确定。从他们的计算结果看, ${}^8_\Lambda\text{Be}$ 基态结合能的理论值稍许偏大, 并且用相同的唯象 Λ - Λ 势不能统一描述 ${}^6_{\Lambda\Lambda}\text{He}$ 和 ${}^{10}_{\Lambda\Lambda}\text{Be}$ 的结合能。如在 Bodmer 等关于 ${}^6_{\Lambda\Lambda}\text{He}$ 和 ${}^{10}_{\Lambda\Lambda}\text{Be}$ 的变分计算中^[5], 若采用拟合 ${}^6_{\Lambda\Lambda}\text{He}$ 结合能实验数据所得的 Λ - Λ 势强度 $V^{\Lambda\Lambda}$, 则理论计算的 ${}^{10}_{\Lambda\Lambda}\text{Be}$ 结合能呈现束缚过紧, 反之采用拟合 ${}^{10}_{\Lambda\Lambda}\text{Be}$ 结合能实验数据的 Λ - Λ 势强度 $V^{\Lambda\Lambda}$, 计算的 ${}^6_{\Lambda\Lambda}\text{He}$ 结合能又偏小。三体力 $V_{\Lambda NN}$ 的引入亦没能明显地改善此相互作用的不协调性。

本文采用少体理论方法, 在 α 集团模型下对 ${}^8_\Lambda\text{Be}$ 、 ${}^6_{\Lambda\Lambda}\text{He}$ 和 ${}^{10}_{\Lambda\Lambda}\text{Be}$ 进行了变分计算。在计算 ${}^{10}_{\Lambda\Lambda}\text{Be}$ 结合能时, 我们认为 Λ -N 的 p 态相互作用比 Λ -N 的 s 态相互作用要弱^[13], 再根据 ${}^8_\Lambda\text{Be}$ 的实验能谱对 $V_{\Lambda\alpha}$ 略加修正, 以期望在统一的 Λ - Λ 势下自洽地描述好 ${}^8_\Lambda\text{Be}$ 、 ${}^6_{\Lambda\Lambda}\text{He}$ 和 ${}^{10}_{\Lambda\Lambda}\text{Be}$ 的所有能谱。同时, 我们还利用变分波函数对它们的结构和粒子关联进行了计算和分析, 得到一些有意义的结果。第二节介绍变分方法和唯象等效势。计算结果和讨论在第三节中给出。

二、变分方法和唯象等效相互作用

考虑 ${}^6_{\Lambda\Lambda}\text{He}$ 、 ${}^8_\Lambda\text{Be}$ 和 ${}^{10}_{\Lambda\Lambda}\text{Be}$ 分别有如下的集团结构:

$${}^6_{\Lambda\Lambda}\text{He} = \alpha + \Lambda + \Lambda \quad {}^8_\Lambda\text{Be} = \alpha + \alpha + \Lambda$$

$${}^{10}_{\Lambda\Lambda}\text{Be} = \alpha + \alpha + \Lambda + \Lambda$$

其中 α 集团被视为无内部结构的粒子。下面首先简介求解含短程强相互作用的少体系统束缚态的变分法, 然后再讨论唯象等效相互作用。

1. 变分方法

考虑三体系统, 以 r_i 表示其内部 Jacobi 坐标 ($i=1, 2$), 相应的折合质量为 μ_i 。可能的三组 Jacobi 坐标族见图 1, 分别记为 α 、 β 和 γ 坐标族 (set)。该体系的内部哈密顿量为

$$H = -\frac{\hbar^2}{2\mu_1} \nabla_{r_1}^2 - \frac{\hbar^2}{2\mu_2} \nabla_{r_2}^2 + V \quad (123)$$

引入零级哈密顿量

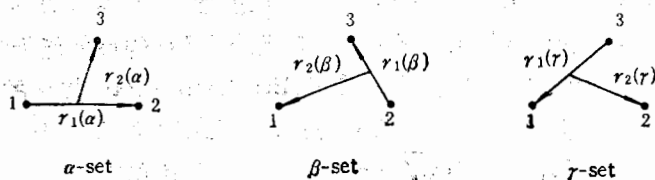


图 1 三体系统的内部 Jacobi 坐标族

$$H_0 = -\frac{\hbar^2}{2\mu_1} \nabla_{r_1}^2 + \frac{1}{2} \mu_1 \omega^2 r_1^2 - \frac{\hbar^2}{2\mu_2} \nabla_{r_2}^2 + \frac{1}{2} \mu_2 \omega^2 r_2^2 \quad (2)$$

这里 ω 为变分参数。 H_0 的本征函数 $\Phi_{[I]}$ 为二谐振子的乘积态, $[I]$ 表示量子数集合 $[n_1 l_1, n_2 l_2; LM]$ 。 三体系统的波函数可以 $\Phi_{[I]}$ 为基展开, 在一最佳子集空间对角化哈密顿量(1), 可以得到体系的近似本征解。

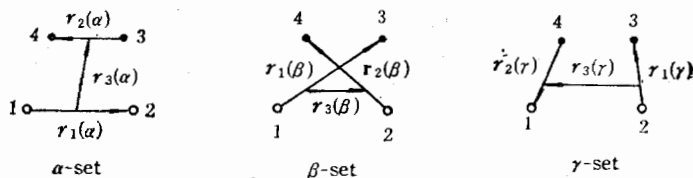
式(1)、(2)和 $\Phi_{[I]}$ 可在三族 Jacobi 坐标系的任何一族下表示出来。 因为哈密顿量 H 和 H_0 是坐标变换下保持不变的, 所以 α 坐标系下的本征函数 $\Phi_{[I]^\alpha}$ 可以用 α' 坐标系中的本征函数 $\Phi_{[I]^\alpha}$ 展开

$$\Phi_{[I]^\alpha} = \sum_{[I']^\alpha} A_{[I]^\alpha \rightarrow [I']^\alpha} \Phi_{[I']^\alpha} \quad (3)$$

其中 α' 表示 β 或 γ , 求和中要求条件 $2(n_1^{\alpha'} + n_2^{\alpha'}) + l_1^{\alpha'} + l_2^{\alpha'} = 2(n_1^\alpha + n_2^\alpha) + l_1^\alpha + l_2^\alpha$ 成立。 $A_{[I]^\alpha \rightarrow [I']^\alpha}$ 称为广义 Talmi-Moshinsky 变换系数 (GTM)^[10]。 势矩阵元的计算可以借助于 GTM 系数来完成。

对于含有两个全同粒子的体系, 选择 α 坐标族 (指标 1 和 2 用来表示两个全同粒子) 较为方便, 因为交换对称性易于在 α set 内考虑。 含有全同粒子体系的空间波函数必须与自旋波函数作适当组合, 以获得具有正确对称性的总的波函数。

上面的讨论很容易推广到四体系统。 对于 ${}^{10}_\Lambda\text{Be}$, Jacobi 坐标族选择见图 2, 因为两个 α 粒子和两个 Λ 粒子的交换对称性容易在 α 坐标族中加以考虑。 四体系统的基函数选取为三个谐振子的乘积态 $\Phi_{[J]}(123)$, $[J]$ 表示一组量子数 $[n_1 l_1, n_2 l_2, n_3 l_3, l_{23}; LM]$, 其中 l_{23} 为 l_2 和 l_3 耦合的中间角动量。 系统的波函数可用 $\Phi_{[J]}(123)$ 来展开, 近似的本征解可在适当的基空间中对角化 H 量而得到, 相互作用矩阵元可借助于四体 GTM 系数来计算^[10]。

图 2 四体系统 ${}^{10}_\Lambda\text{Be}$ 的内部 Jacobi 坐标族

2. 唯象等效相互作用

集团间的等效相互作用的选取是由它能够给出相应壳心核 ${}^6\text{Be}$ 和 ${}^4\text{He}$ 的低能态性

质来决定. 对于 α - α 势我们采用 Ali-Bodmer 提出的形式^[11], 参数取 $d_0(3b)$ 和 $d_2(3b)$ 两组. 该势能够拟合低能 α - α 散射实验数据, 并且给出 ${}^9\text{Be}$ 的最低能级为 0.108 MeV (实验值为 0.092 MeV). 对于 Λ - Λ 势我们采用 Dalitz-Rajasekaran 提出的单高斯形式的中心势^[6], 其力程等于双 π 交换 Yukawa 势的力程, 其强度由拟合 ${}^6_\Lambda\text{He}$ 的结合能得到.

$$V'_{\Lambda\Lambda} = V^{\Lambda\Lambda} \exp(-r^2/\beta^2): \quad (\text{自旋单态})$$

$$V^{\Lambda\Lambda} = -52.25 \text{ MeV} \quad \beta = 1.034 \text{ fm} \quad (4)$$

我们认为 ${}^6_\Lambda\text{He}$ 和 ${}^{10}_\Lambda\text{Be}$ 中的 Λ - Λ 相互作用应该相同, 而 Λ - α 等效势对 ${}^6_\Lambda\text{He}$ 和 ${}^{10}_\Lambda\text{Be}$ 略有不同. 因为从壳模型的观点看, 八个核子不可能同时处于 $(0S)$ 轨道, 而二个 Λ 超子与四个核子则可以同时处于 $(0S)$ 轨道. 因为 s 态 Λ -N 相互作用比 p 态 Λ -N 相互作用强^[13], 所以 ${}^6_\Lambda\text{He}$ 中的 Λ - α 等效相互作用应比 ${}^9\text{Be}$ 和 ${}^{10}_\Lambda\text{Be}$ 中的 $V_{\Lambda\alpha}$ 强一些. 由拟合 ${}^6_\Lambda\text{He}$ 结合能所得的 Λ - α 等效势适用于计算 ${}^6_\Lambda\text{He}$ ^[12].

$$V_{\Lambda\alpha} = -V_1 \exp(-B_1 r^2) + V_2 \exp(-B_2 r^2)$$

$$V_1 = 40.45 \text{ MeV} \quad B_1 = 0.3475 \text{ fm}^{-2}$$

$$V_2 = 2.419 \text{ MeV} \quad B_2 = 0.774 \text{ fm}^{-2} \quad (5)$$

其中 α 粒子的核子密度取拟合实验值的双高斯形式. 我们调节 Λ - α 等效势 $V_{\Lambda\alpha}$ 的吸引强度, 以拟合 ${}^9\text{Be}$ 结合能的实验值, 这样就得到修正的 Λ - α 势 $V^m_{\Lambda\alpha}$.

$$V^m_{\Lambda\alpha} = -V^m_1 \exp(-B_1 r^2) + V_2 \exp(-B_2 r^2)$$

$$V^m_1 = 36.405 \text{ MeV}$$

我们用 $V^m_{\Lambda\alpha}$ 来计算超核 ${}^9\text{Be}$ 和 ${}^{10}_\Lambda\text{Be}$ 的能谱, 以期在统一的 Λ - Λ 势下自洽地描述 ${}^6_\Lambda\text{He}$ 、 ${}^9\text{Be}$ 和 ${}^{10}_\Lambda\text{Be}$.

三、计算结果和讨论

1. ${}^9\text{Be}$ 的动力学结构

${}^9\text{Be}$ 基态总角动量和宇称为 $\frac{1}{2}^+$, 总轨道角动量和自旋角动量分别为 0 和 $\frac{1}{2}$. 两个 α 粒子的交换对称性要求 $l_1 = \text{偶}$, 正宇称要求 $l_1 + l_2 = \text{偶}$, l_1 、 l_2 和 L 应满足角动量耦合规则. 取截断近似条件 $2(n_1 + n_2) + l_1 + l_2 \leq N_0$, 当 N_0 分别取值 8, 10 和 12 时, 基态波函数的展开基数目分别为 22, 34 和 50; $J^\pi = \left(\frac{3}{2}^+, \frac{5}{2}^+\right)$ 态的展开基数目分别是

表 2 ${}^9\text{Be}$ 基态和 $(3/2^+, 5/2^+)$ 态能谱计算结果 (MeV)

| α - α 势 | Λ - α 势 | 基态展开基数 | | | $(3/2^+, 5/2^+)$ 态展开基数 | | |
|-----------------------|------------------------|--------------|-------|-------|------------------------|-------|-------|
| | | 22 | 34 | 50 | 33 | 57 | 90 |
| V^{Ali} | $V^m_{\Lambda\alpha}$ | -5.95 | -6.55 | -6.61 | -2.96 | -3.18 | -3.28 |
| V^{Ali} | $V_{\Lambda\alpha}$ | -8.07 | -8.27 | -8.35 | -4.69 | -4.93 | -5.06 |
| CB | EFF 2 | -7.62 ± 0.13 | | | | | |
| exp | | -6.62 | | | -3.54 | | |

33, 57 和 90. 在基态与 $\left(\frac{3^+}{2}, \frac{5^+}{2}\right)$ 态的计算中, 变分参数 $\hbar\omega$ 的最佳值分别为 10 MeV 和 9.0 MeV. 变分计算结果见表 2. 计算结果表明收敛性很好, 采用等效势 $V_{\alpha\alpha}^m$ 计算的 ${}^{\Lambda}_{\Lambda}\text{Be}$ 能谱与实验符合较好. 表 2 中第 3 行是采用拟合 ${}^{\Lambda}_{\Lambda}\text{He}$ 结合能的等效势 $V_{\Lambda\alpha}$ 计算的 ${}^{\Lambda}_{\Lambda}\text{Be}$ 能谱, 第 4 行是 Bodmer 等人单考虑两体势时计算的 ${}^{\Lambda}_{\Lambda}\text{Be}$ 基态能级. ${}^{\Lambda}_{\Lambda}\text{Be}$ 的第二个 $\left(\frac{1^+}{2}\right)_{II}$ 和 $\left(\frac{3^+}{2}, \frac{5^+}{2}\right)_{II}$ 态能级的计算值分别为 2.9 MeV 和 4.5 MeV, 它们均属非束缚态.

变分所计算的态中量子数 $(l_1 l_2)$ 、 n_1 和 n_2 取各种可能值的几率见表 3—4. 显然基态中 $(l_1 l_2)$ 取值主要为 (00), n_1 和 n_2 的取值主要分别为 1 和 0. 这说明基态下的 ${}^{\Lambda}_{\Lambda}\text{Be}$ 体系处于转动很小且 α - α 之间有小的振动的状态. $\left(\frac{3^+}{2}, \frac{5^+}{2}\right)$ 态中 $(l_1 l_2)$ 的取值主要为 (20), n_1 和 n_2 的取值主要为 0, 此状态对应于壳心核 ${}^8\text{Be}$ 处于 $l = 2$ 的激发状态.

表 3 ${}^{\Lambda}_{\Lambda}\text{Be}$ 基态与 $(3/2^+, 5/2^+)$ 态中 $(l_1 l_2)$ 取值几率

| $(l_1 l_2)$ | (00) | (02) | (20) | (22) | (24) | (42) | (44) |
|--------------------|--------|--------|--------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|
| $1/2^+$ 态 | 0.9658 | | | 0.337×10^{-1} | | | 0.529×10^{-3} |
| $(3/2^+, 5/2^+)$ 态 | | 0.1619 | 0.8080 | 0.202×10^{-1} | 0.867×10^{-2} | 0.899×10^{-3} | 0.847×10^{-4} |

表 4 ${}^{\Lambda}_{\Lambda}\text{Be}$ 基态与 $(3/2^+, 5/2^+)$ 态中 n_1 和 n_2 的取值几率

| n_1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|--------------------|--------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|
| $1/2^+$ 态 | 0.2063 | 0.6052 | 0.1655 | 0.113×10^{-1} | 0.109×10^{-1} | 0.724×10^{-3} | 0.210×10^{-6} |
| $(3/2^+, 5/2^+)$ 态 | 0.8368 | 0.1088 | 0.285×10^{-1} | 0.679×10^{-2} | 0.172×10^{-1} | 0.537×10^{-3} | 0.143×10^{-2} |
| n_2 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| $1/2^+$ 态 | 0.9746 | 0.111×10^{-1} | 0.113×10^{-1} | 0.924×10^{-3} | 0.484×10^{-3} | 0.648×10^{-6} | 0.280×10^{-5} |
| $(3/2^+, 5/2^+)$ 态 | 0.9327 | 0.144×10^{-1} | 0.265×10^{-1} | 0.495×10^{-2} | 0.126×10^{-2} | 0.827×10^{-2} | 0.119×10^{-1} |

表 5 ${}^{\Lambda}_{\Lambda}\text{Be}$ 基态与 $(3/2^+, 5/2^+)$ 态中 α - α 间方均根距离 (fm)

| | $1/2^+$ 态 | | $(3/2^+, 5/2^+)$ 态 | |
|-----------------|-----------|--|--------------------|--|
| | 能级 (MeV) | $\langle r_{\alpha\alpha}^2 \rangle^{1/2}$ | 能级 (MeV) | $\langle r_{\alpha\alpha}^2 \rangle^{1/2}$ |
| 本文结果 | -6.61 | 3.61 | -3.28 | 3.14 |
| Bodmer | -8.00 | 3.62 | | |
| Bandō | -7.31 | 3.46 | -4.25 | 约 3.30 |
| ${}^8\text{Be}$ | | 4.10 | | 约 4.20 |

α 集团之间的方均根距离计算结果见表 5. ${}^{\Lambda}_{\Lambda}\text{Be}$ 中 $\langle r_{\alpha\alpha}^2 \rangle^{1/2}$ 大于 ${}^4\text{He}$ 的方均根半径 1.47 fm 的二倍, 这支持了我们所采用的 α 集团模型. ${}^{\Lambda}_{\Lambda}\text{Be}$ 中 $\langle r_{\alpha\alpha}^2 \rangle^{1/2}$ 的值小于 ${}^8\text{Be}$ 中 $\langle r_{\alpha\alpha}^2 \rangle^{1/2}$ 的值, 反映了 Λ 超子的粘胶作用.

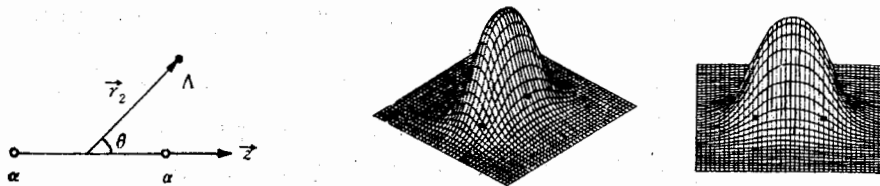


图3 ${}^8\text{Be}$ 体系的体轴坐标 图4 ${}^8\text{Be}$ 基态中 Λ 粒子的几率密度分布,“□”表示 α 粒子位置

通过建立如图3所示的体轴坐标,我们计算了 ${}^8\text{Be}$ 中 Λ 超子的空间几率密度分布。将两个 α 粒子固定于体轴坐标的 z 轴上,且选取它们的间距为其方均根距离,计算结果(其中已对由欧拉角所确定的体轴坐标的方位求平均)展示于图4-5中。容易看出基态与 $(\frac{3}{2}^+, \frac{5}{2}^+)$ 态中 Λ 超子的最可几位置均是两个 α 粒子连线的中点, ${}^8\text{Be}$ 的 $(\frac{3}{2}^+, \frac{5}{2}^+)$ 激发态中 α - α 距离变小,这与 $V_{\alpha\alpha}$ 主要是斥力相一致,因为 α - α 间的排斥能增加,使 $(\frac{3}{2}^+, \frac{5}{2}^+)$ 态的能级比基态高。

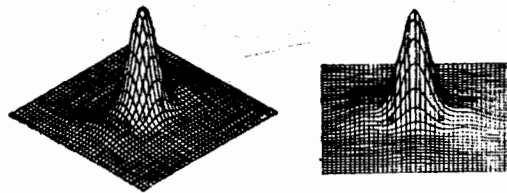


图5 ${}^8\text{Be}$ ($3/2^+, 5/2^+$)态中 Λ 粒子的几率密度分布,“□”表示 α 粒子位置

2. ${}^6_{\Lambda\Lambda}\text{He}$ 的动力学结构

${}^6_{\Lambda\Lambda}\text{He}$ 基态总角动量和宇称为 0^+ ,若两个 Λ 超子处于 ${}_{\Lambda\Lambda}(1s_0)$ 态,则总轨道角动量为0。采用类似于计算 ${}^8\text{Be}$ 的方法计算 ${}^6_{\Lambda\Lambda}\text{He}$,所得到的结果给在表6中,变分计算中 $\hbar\omega$ 的最佳值为19.5MeV。表6表明变分计算的收敛性很好,采用拟合 ${}^6_{\Lambda\Lambda}\text{He}$ 数据的等效势 $V_{\Lambda\alpha}$ 计算的结合能与实验值符合较好。表6中第3行是采用模拟Nijmegen单玻色交换位 D 模型的GYN矩阵所得的等效 Λ - Λ 势 $V_{\Lambda\Lambda}^{\text{YNG}^{[9]}}$ 计算的结果, $V_{\Lambda\Lambda}^{\text{YNG}}$ 使 ${}^6_{\Lambda\Lambda}\text{He}$ 束缚过紧。表6中第4行是Bodmer等人的计算^[9],结果显示束缚过松。

表6 ${}^6_{\Lambda\Lambda}\text{He}$ 基态结合能 $B_{\Lambda\Lambda}$ (MeV)计算值
($B_{\Lambda\Lambda}^{\text{Exp}} = 10.92 \pm 0.6 \text{ MeV}$ $\Delta B_{\Lambda\Lambda}^{\text{Exp}} = 4.68 \pm 0.6 \text{ MeV}$)

| Λ - α 势 | Λ - Λ 势 | 展开基数 | | | $\Delta B_{\Lambda\Lambda}$ |
|------------------------|-----------------------------------|--------|--------|--------|-----------------------------|
| | | 22 | 34 | 50 | |
| $V_{\Lambda\alpha}$ | $V_{\Lambda\Lambda}^{\text{S}}$ | 10.695 | 10.742 | 10.772 | 4.532 |
| $V_{\Lambda\alpha}$ | $V_{\Lambda\Lambda}^{\text{YNG}}$ | 12.985 | 13.361 | 13.410 | 7.17 |
| EFF 2 ⁺ + 3 | $V_{2\pi}$ | 9.51 | | | 3.27 |

从基态波函数中各量子数的统计几率看, $(l_1 l_2)$ 的取值主要为 (00) , n_1 和 n_2 的取值也主要为 0, 这揭示出 ${}^6_{\Lambda}\text{He}$ 的基态主要对应于 $(0S)^6 = (0S)_N^4(0S)_\Lambda^2$ 组态. $\langle r_{\Lambda\alpha}^2 \rangle^{1/2}$ 的计算值为 2.06fm, 它显然比 ${}^4\text{He}$ 的方均根半径 1.47fm 大, 这说明 α 集团模型对于结构较紧密的 ${}^6_{\Lambda}\text{He}$ 也适用. ${}^6_{\Lambda}\text{He}$ 中的 $\langle r_{\Lambda\alpha}^2 \rangle^{1/2}$ 值比 ${}^8_{\Lambda}\text{He}$ 中 $\langle r_{\Lambda\alpha}^2 \rangle^{1/2}$ 值 3.0fm^[5] 小, 这反映 ${}^6_{\Lambda}\text{He}$ 中的束缚比 ${}^8_{\Lambda}\text{He}$ 中更紧.

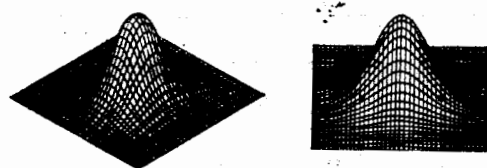


图 6 ${}^6_{\Lambda}\text{He}$ 基态中 α 粒子的几率密度分布, “□”表示 Λ 超子的位置

${}^6_{\Lambda}\text{He}$ 基态中 α 粒子的空间几率密度分布的计算结果见图 6, 其中两个 Λ 超子被固定于体轴坐标的 z 轴上, 且它们的间距选取为其方均根距离. 不难看出 ${}^6_{\Lambda}\text{He}$ 基态中 α 粒子的空间几率分布与 ${}^8_{\Lambda}\text{Be}$ 基态中 Λ 超子的空间几率分布相似, α 粒子的最可几位置是在两个 Λ 超子连线的中点.

3. ${}^{10}_{\Lambda}\text{Be}$ 的动力学结构

${}^{10}_{\Lambda}\text{Be}$ 基态总角动量和宇称为 0^+ , 若两个 Λ 超子处于自旋单态, 则总轨道角动量 $L = 0$. 两个 α 粒子和两个 Λ 超子的交换对称性要求 l_1 和 l_2 均为偶数, 正宇称要求 $l_1 + l_2 + l_3 = \text{偶}$. 角动量的耦合应满足三角关系. 取截断近似条件 $2(n_1 + n_2 + n_3) + l_1 + l_2 + l_3 \leq N_0$. 当 N_0 分别取 6、8 和 10 时, 相应的展开基数目分别为 33、74 和 153. 表 7 给出了 N_0 为 8 时计算的基态中 $(l_1 l_2 l_3)$ 取值的几率. 显然角动量大于 2 的展开组态是不重要的, 于是可限制 $l_i \leq 2 (i = 1, 2, 3)$, 那么相应的展开基数目变为 33、69 和 100 (当 $N_0 = 10$ 时, 限制 $l_1 = 0$). ${}^{10}_{\Lambda}\text{Be}$ 结合能的计算结果见表 8, $\hbar\omega$ 的最佳值为 15MeV. 由表中可看见, 计算的收敛性较为满意, 采用拟合 ${}^8_{\Lambda}\text{Be}$ 结合能的等效势 $V_{\Lambda\alpha}^*$. 计算的 $B_{\Lambda\Lambda}$ 值与实验值符合较好. 表 8 中第 3 和第 4 行分别给出了 Bodmer^[5] 等人和我们采用未修正的 $V_{\Lambda\alpha}$ 计算的结果. 第二个 0^+ 态能级的计算值为 2.429MeV, 它属于非束缚态.

${}^{10}_{\Lambda}\text{Be}$ 基态中各量子数取值的几率统计表明, $(l_1 l_2 l_3)$ 的取值主要为 (000) , n_1 、 n_2 和 n_3 的取值分布在较宽的范围. 这意味着 ${}^{10}_{\Lambda}\text{Be}$ 体系内部运动主要是径向振动, 而转动较小.

表 7 $N_0 = 8$ 时计算的 ${}^{10}_{\Lambda}\text{Be}$ 基态中 $(l_1 l_2 l_3)$ 取值几率

| | | | | | |
|-----------------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|
| $(l_1 l_2 l_3)$ | 000 | 022 | 202 | 220 | 222 |
| 几率 | 0.9621 | 0.0145 | 0.432×10^{-2} | 0.534×10^{-2} | 0.0101 |
| $(l_1 l_2 l_3)$ | 242 | 422 | 224 | 044 | 404 |
| 几率 | 0.515×10^{-3} | 0.615×10^{-4} | 0.923×10^{-3} | 0.113×10^{-2} | 0.414×10^{-4} |

表 8 ${}_{\Lambda\Lambda}^{10}\text{Be}$ 基态的 $B_{\Lambda\Lambda}$ 计算结果 (MeV)
 $(B_{\Lambda\Lambda}^{\text{exp}} = 17.71 \pm 0.08 \text{ MeV} \quad \Delta B_{\Lambda\Lambda}^{\text{exp}} = 4.29 \pm 0.1 \text{ MeV})$

| α - α 势 | Λ - α 势 | Λ - Λ 势 | 展开基数 | | | $\Delta B_{\Lambda\Lambda}$ |
|------------------------------|------------------------|-------------------------|--------|--------|--------|-----------------------------|
| | | | 33 | 69 | 100 | |
| $V_{\alpha\alpha}^{\Lambda}$ | $V_{\Lambda\alpha}^m$ | $V'_{\Lambda\Lambda}$ | 16.318 | 17.017 | 17.331 | 3.911 |
| CB | EFF2 + 3 | $V_{2\pi}$ | 17.11 | | | 3.69 |
| $V_{\alpha\alpha}^{\Lambda}$ | $V_{\Lambda\alpha}$ | $V'_{\Lambda\Lambda}$ | 19.843 | | | 6.423 |

表 9 ${}_{\Lambda\Lambda}^{10}\text{Be}$ 基态中方均根距离计算值 (fm)

| | $B_{\Lambda\Lambda}$ (MeV) | $\langle r_{\alpha\alpha}^2 \rangle^{1/2}$ | $\langle r_{\Lambda\Lambda}^2 \rangle^{1/2}$ | $\langle r_{\Lambda\alpha}^2 \rangle^{1/2}$ | $\langle r_{\Lambda\Lambda-\alpha\alpha}^2 \rangle^{1/2}$ |
|--------|----------------------------|--|--|---|---|
| 本文结果 | 17.331 | 3.018 | 3.596 | 2.160 | 1.873 |
| Bandō | 18.10 | 3.24 | 2.24 | | 1.45 |
| Bodmer | 17.11 | 3.39 | | | |

粒子间的方均根距离计算结果见表 9. $\langle r_{\Lambda\alpha}^2 \rangle^{1/2}$ 大于 ${}^4\text{He}$ 的方均根半径, $\langle r_{\alpha\alpha}^2 \rangle^{1/2}$ 大于 ${}^4\text{He}$ 的方均根半径的二倍, 这说明 ${}_{\Lambda\Lambda}^{10}\text{Be}$ 的 α 集团模型是合理的. ${}_{\Lambda\Lambda}^{10}\text{Be}$ 中的 $\langle r_{\Lambda\alpha}^2 \rangle^{1/2}$ 值小于 ${}^8\text{Be}$ 中的值, 这是第二个 Λ 超子带来更紧密束缚的结果.

上述三个 Λ 超核的计算表明, 用谐振子乘积态作基展开少体系统的波函数, 并在适当的基矢空间中对角化哈密顿量 H 来计算低能态, 其收敛性较好. 采用拟合 ${}^8\text{Be}$ 数据的 Λ - α 等效势 $V_{\Lambda\alpha}^m$, 能使我们在统一的 Λ - Λ 相互作用 $V'_{\Lambda\Lambda}$ 下自治地描述了 ${}_{\Lambda\Lambda}^6\text{He}$ 、 ${}^8\text{Be}$ 和 ${}_{\Lambda\Lambda}^{10}\text{Be}$. 文中所采用的变分方法原则上也可用于集团数目更多的轻超核研究.

参 考 文 献

- [1] J. Prowze, *Phys. Rev. Lett.*, **17**(1966), 782.
- [2] M. Danysz et al., *Nucl. Phys.*, **49**(1963), 121;
J. Pniewski and Ziemska: Proc. Int. Conf. on kaon-nuclear interaction and hypernuclei (Zvenigerod, 1977) p33.
- [3] S. H. Shi and X. N. King, *Commun. Theor. Phys.*, (Beijing, China) **5**(1986), 105.
姜国荣, 金星南: 高能物理与核物理, **2**(1987), 226.
- [4] O. Portilho et al., *Nucl. Phys.*, **A450**(1986), 237C.
- [5] A. R. Bodmer and Q. N. Usmani, *Nucl. Phys.*, **A468**(1987), 653.
- [6] R. H. Dalitz and Rajasekaran, *Nucl. Phys.*, **50**(1964), 450.
- [7] Y. C. Tang and R. C. Herden, *Phys. Rev.*, **138**(1965), B637.
- [8] A. R. Bodmer and S. Ali, *Phys. Rev.*, **138**(1965), B644;
A. R. Bodmer, Q. N. Usmani and J. Carlson, *Nucl. Phys.*, **A422**(1984), 510.
- [9] H. Bando et al., *Prog. Theor. Phys. Supplement*, No. 81(1985); *Nucl. Phys.*, **A450**(1986), 217C.
- [10] Y. P. Gan et al., *Comp. Phys. Comm.*, **43**(1985), 387.
- [11] S. Aii and A. R. Bodmer, *Nucl. Phys.*, **80**(1966), 99.
- [12] 刘渊, 刘宪辉, 原子核物理, **5**(1983), 486.
- [13] 施义晋等: 高能物理与核物理, **6**(1982), 750; **5**(1983), 605.

DYNAMICAL STRUCTURES OF THE Λ -HYPERNUCLEI ${}^9_{\Lambda}\text{Be}$, ${}^6_{\Lambda\Lambda}\text{He}$ AND ${}^{10}_{\Lambda\Lambda}\text{Be}$

ZHANG CHAOYING KONG FANXIN

(Department of physics, Guangxi Teacher's University, Guilin)

LIU XIANHUI

(Institute of High Energy Physics, Beijing)

Based on the α -cluster models, variational calculations for ${}^9_{\Lambda}\text{Be}$, ${}^6_{\Lambda\Lambda}\text{He}$ and ${}^{10}_{\Lambda\Lambda}\text{Be}$ have been completed with the aid of the harmonic oscillator expansions and the generalized Talmi-Moshinsky transformations. Under uniform α - α and Λ - Λ potentials, the unified descriptions for ${}^9_{\Lambda}\text{Be}$, ${}^6_{\Lambda\Lambda}\text{He}$ and ${}^{10}_{\Lambda\Lambda}\text{Be}$ are achieved by introducing a modified Λ - α potential. We have also studied the structures and correlations between particles in the calculated states of these hypernuclei and obtained some interesting results.