

# 用孤粒子袋模型计算强子的 静态物理性质

高道国

(四川大学, 成都)

## 摘 要

本文在平均场近似下,对孤粒子袋模型作了较详细的数值解,计算了强子静态物理性质.特点是考虑了夸克质量和质心修正后,明显改善  $g_A/g_V$  值,并且,强子质量、均方根电荷半径和磁矩等均与实验值基本相符.初步导出  $d$  夸克和  $u$  夸克间的质量差.

## 一、引 言

QCD 的孤粒子袋模型是由 K. Huang、D. R. Stump<sup>[1]</sup> 和 R. Friedberg、李政道<sup>[2-4]</sup> 提出的,一般称为 F-L 模型.这个模型由夸克、标量胶子、色规范场和色 Higgs 场组成,是完全拉格朗日函数化的协变场理论,具有一般性.它可直接进行动力学计算,通过调整参数能再现 MIT 袋(体积型)和 SLAC 袋(表面型)模型的结果<sup>[5]</sup>.该模型的核心是非拓扑性孤粒子  $\sigma$ ,是胶子场自相互作用量子激发的唯象表示,是洛仑兹标量场,描写 QCD 长程集体效应. $\sigma$  的引入,与色介函数  $k(x)$  有关

$$\sigma(x) = \sigma_v [1 - k(x)],$$

式中  $\sigma_v$  是  $\sigma$  的真空值. $\sigma(x)$  的性质:在袋内,  $\sigma(R) = 0$ , 或  $\ll 1$ ; 在袋外,  $\sigma(\infty) = \sigma_v$ .

在平均场近似(MFA)下,对孤粒子袋模型的数值解曾有许多人做过<sup>[2,3,5,6]</sup>,为了计算方便,作为初步计算,他们忽略了夸克味,取束缚态夸克质量为零,结果得到中子衰变的轴矢量和矢量耦合常数之比  $g_A/g_V \approx 1$ ,比实验值(1.25)约小 20%.本文在计算中考虑了夸克质量,并作为参数调整,明显改善了  $g_A/g_V$  值.通过对孤粒子袋模型数值解,除  $g_A/g_V$  外,对其它物理量均作质心修正,结果求得强子的质量、均方根电荷半径、磁矩和  $g_A/g_V$  等都与实验值基本相符.这些物理量随夸克质量改变有明显变化,尤其是质量和  $g_A/g_V$ ,只要适当调整参数,可获得较满意结果.另外,根据夸克和重子的质量对应变化关系及中子与质子的质量差,推导出  $d$  夸克与  $u$  夸克的质量差约为 4.4 MeV.

作为初步计算,本文涉及的仅是  $u$ 、 $d$  两个轻夸克,忽略其味,取两者质量相同.故仅

考虑低激发态非奇异强子,对重子应是 $\Delta$ 和核子简并,对介子应是 $\pi$ 、 $\rho$ 、 $\omega$ 、 $\eta$  简并。

下面分别介绍孤粒子袋模型的拉格朗日密度,平均场近似法,强子的静态物理量和质心修正,计算结果和讨论。

## 二、孤粒子袋模型的拉格朗日密度

在这个模型中, QCD 的拉格朗日密度由夸克场  $\phi_q^c$ 、孤粒子场  $\sigma$ 、色规范场  $V_\mu^c$  和色 Higgs 场  $\phi$  组成,一般的、可重正化的形式为<sup>[2]</sup>

$$L = -\frac{1}{4} k V_{\mu\nu}^c V_{\mu\nu}^c + i g_s \sum_q \phi_q^+ \gamma_4 \gamma_\mu \frac{\lambda^c}{2} V_\mu^c \phi_q - \text{tr}(\bar{D}_\mu \phi^+) (D_\mu \phi) \\ - \sum_q \phi_q^+ \gamma_4 \left( \gamma_\mu \frac{\partial}{\partial x_\mu} + m_q + g\sigma \right) \phi_q - \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \sigma}{\partial x_\mu} \right)^2 - U(\sigma, \phi). \quad (1)$$

其中

$$V_{\mu\nu}^c = \frac{\partial}{\partial x_\mu} V_\nu^c - \frac{\partial}{\partial x_\nu} V_\mu^c + g_s f^{abc} V_\mu^a V_\nu^b, \quad (2)$$

$$D_\mu \phi = \frac{\partial}{\partial x_\mu} \phi - i g_s \frac{\lambda^c}{2} V_\mu^c \phi,$$

$$\bar{D}_\mu \phi^+ = \frac{\partial}{\partial x_\mu} \phi^+ + i g_s \frac{\lambda^c}{2} \phi^+ V_\mu^c, \quad (3)$$

$$U(\sigma, \phi) = \frac{a}{2} \sigma^2 + \frac{b}{3!} \sigma^3 + \frac{c}{4!} \sigma^4 + p + a' \text{tr}(\phi^+ \phi) \\ + \frac{1}{2} [b' \det \phi + (b' \det \phi)^+] + c' \text{tr}[(\phi^+ \phi)^2] \\ + d' [\text{tr}(\phi^+ \phi)]^2 + (a'' \sigma + c'' \sigma^2) \text{tr}(\phi^+ \phi) \\ + \frac{1}{2} \sigma [b'' \det \phi + (b'' \det \phi)^+]. \quad (4)$$

式中  $k$  是色介函数,  $g_s$  是胶子对夸克的强耦合常数,  $g$  是  $\sigma$  场对夸克的耦合常数,  $\lambda^c$  是  $3 \times 3$  Gell-Mann 矩阵,  $f^{abc}$  是色  $SU(3)$  群全反对称结构常数,  $m_q$  是夸克质量, 脚标  $q$  表示味.  $U(\sigma, \phi)$  是势能函数的精确表达式, 是可重正化的 4 阶多项式, 其中  $a$ 、 $b$ 、 $\dots$ 、 $a'$ 、 $b'$ 、 $\dots$ 、 $a''$ 、 $b''$ 、 $\dots$  是可调参数,  $p$  是大于零的常数. 指标  $a$ 、 $b$ 、 $c$  表示色标, 它们等于 1, 2,  $\dots$ , 8.

对于色单态,  $V_\mu$  的平均值为零. 在强子的半经典计算中, 在零阶近似下, 可略去  $V_\mu$  和  $\phi$ , 并略去夸克味标, 于是, (1) 式可简化为

$$L = -\phi^+ \gamma_4 \left( \gamma_\mu \frac{\partial}{\partial x_\mu} + g\sigma + m \right) \phi - \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \sigma}{\partial x_\mu} \right)^2 - U(\sigma), \quad (5)$$

其中

$$U(\sigma) = \frac{a}{2} \sigma^2 + \frac{b}{3!} \sigma^3 + \frac{c}{4!} \sigma^4 + P. \quad (6)$$

当令  $U(\sigma_\mu) \equiv 0$  时, 则

$$P = - \left( \frac{a}{2} \sigma_v^2 + \frac{b}{6} \sigma_v^3 + \frac{c}{24} \sigma_v^4 \right). \quad (7)$$

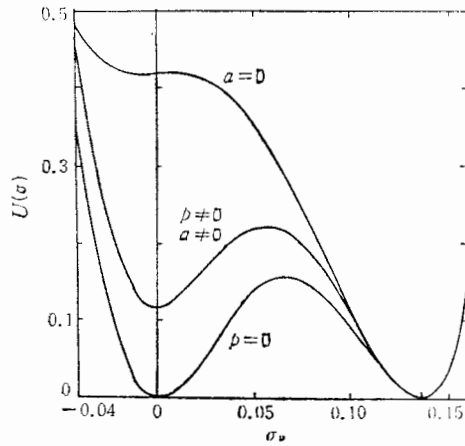


图1 三组参数的  $U(\sigma) \sim \sigma$  曲线,纵、横坐标单位任意

$U(\sigma)$  在  $\sigma = 0$  和

$$\sigma_v = \frac{3}{2c} \left[ -b + \left( b^2 - \frac{8}{3} ac \right)^{1/2} \right] \quad (8)$$

上有两个极小值,分别是局部极小值和绝对极小值,见图1.

由(5)知,夸克唯象质量是

$$m + g\sigma = \begin{cases} m, & \text{在强子内,} \\ m + g\sigma_v, & \text{在强子外.} \end{cases} \quad (9)$$

对应(5)的哈密顿量

$$H = \int d^3\mathbf{r} \left\{ \psi^\dagger [\mathbf{a} \cdot \mathbf{p} + \beta(g\sigma + m)] \psi + \frac{1}{2} \pi_\sigma^2 + \frac{1}{2} (\nabla\sigma)^2 + U(\sigma) \right\}. \quad (10)$$

式中  $\mathbf{a}$  和  $\beta$  是狄拉克矩阵,  $\mathbf{p}$  是夸克动量算

符,  $\pi_\sigma$  是  $\sigma$  的共轭动量.  $\sigma$  和  $\pi_\sigma$  可分解成

$$\sigma = \sigma_0 + \sigma_1, \quad \pi_\sigma = \pi_0 + \pi_1, \quad (11)$$

$\sigma_0$  是与时间无关的  $c$ -数,  $\sigma_1$  是  $\sigma$  的量子涨落算符. 因  $\sigma_0$  是静态,故  $\pi_0 = 0$ .

### 三、平均场近似法(MFA)

在 MFA 下,忽略  $\sigma_1$ ,只利用经典的、静态的  $\sigma_0(\mathbf{r})$  场. 对于基态,  $\sigma_0$  是球对称,强子中夸克可处于相同空间态,但对夸克场  $\psi(\mathbf{x})$  要进行量子化. 设  $\psi_K(\mathbf{r})$  是狄拉克方程

$$[\mathbf{a} \cdot \mathbf{p} + \beta(g\sigma_0 + m)]\psi_K(\mathbf{r}) = \varepsilon_K \psi_K(\mathbf{r}) \quad (12)$$

的解. 其中脚标  $K$  是狄拉克量子数.  $\{\psi_K\}$  是正交归一化的狄拉克旋量(4)⊗味(2)⊗色(3)维的旋子完备集,用它对  $\psi(\mathbf{x})$  作量子化展开

$$\psi(\mathbf{x}) = \sum_K b_K \psi_K(\mathbf{r}), \quad (13)$$

$b_K$  是费米子湮没算符. 将(13)代入(10)对  $\sigma_0$  变分和将

$$\int \psi_K^\dagger [\mathbf{a} \cdot \mathbf{p} + \beta(g\sigma_0 + m)] \psi_K d^3\mathbf{r} = \int \psi_K^\dagger \varepsilon_K \psi_K d^3\mathbf{r} = \varepsilon(\sigma_0)$$

对  $\sigma_0$  变分,连同(12),得到一组联立微分方程

$$[\mathbf{a} \cdot \mathbf{p} + \beta(g\sigma_0 + m)]\psi_K = \varepsilon_K \psi_K, \quad (14)$$

$$-\nabla^2 \sigma_0 + \frac{dU(\sigma_0)}{d\sigma_0} = -Ng \psi_K^\dagger \beta \psi_K. \quad (15)$$

这组方程一般称为平均场方程. 式中  $N$  是强子中的夸克数. 对于基态,假设  $\psi_{0,m}$  是球对称,它可写成

$$\psi_{0,m} = \begin{pmatrix} u(r) \\ i(\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{r})v(r)/r \end{pmatrix} x_m, \quad (16)$$

式中  $\sigma$  是泡里自旋矩阵,  $\alpha_m$  是泡里旋量. 利用上式, (14) 和 (15) 可以简化成

$$\left. \begin{aligned} \frac{du(r)}{dr} &= -(\epsilon_0 + g\sigma_0 + m)v(r), \\ \frac{dv(r)}{dr} + \frac{2v(r)}{r} &= (\epsilon_0 - g\sigma_0 - m)u(r), \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

$$\frac{d^2\sigma_0}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d\sigma_0}{dr} = \frac{dU(\sigma_0)}{d\sigma_0} + Ng[u^2(r) - v^2(r)]. \quad (18)$$

其中  $u(r)$  和  $v(r)$  是夸克径向波函数. 这组方程的参数是  $a, b, c, g$  和  $m$ , 边界条件是

$$u(r=0) = u_0, \quad v(r=0) = 0, \quad u(r=\infty) = v(r=\infty) = 0, \quad (19)$$

$$\left. \frac{d\sigma_0}{dr} \right|_{r=0} = 0, \quad \sigma_0(r=\infty) = \sigma_v. \quad (20)$$

归一化条件是

$$4\pi \int (u^2 + v^2)r^2 dr = 1. \quad (21)$$

方程(17)和(18)可用迭代法求解, 交替解这组方程, 直到满足一定精度和达到自治时为止.

#### 四、强子静态物理量及其质心修正

通过解方程组(17)和(18), 求出  $u(r)$ 、 $v(r)$ 、 $\epsilon_0$ 、 $\sigma_0$  后, 即可计算强子静态物理量. 根据它们的定义, 其解析表达式如下:

(13) 代入(10)可直接导出基态袋能量是

$$E = N\epsilon_0 + 4\pi \int r^2 \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{d\sigma_0}{dr} \right)^2 + U(\sigma_0) \right] dr. \quad (22)$$

由于袋模型的解是一组波束, 其质心既不静止, 也不作匀速运动, 而是围绕中间位置量子涨落, 因此, 需要对袋能量、均方根电荷半径和磁矩等进行质心修正. 修正因子是<sup>[10]</sup>

$$\eta = \left[ 1 - \frac{2\epsilon_0}{E} + \frac{N\epsilon_0^2}{E^2} + \frac{3(N-1)}{4E^2\langle R_p^2 \rangle} \right]^{1/2}. \quad (23)$$

$\langle R_p^2 \rangle$  是质子的均方电荷半径, 见(30). 因为我们感兴趣的是核子性质, 故在计算中用质子均方根电荷半径实验值(0.83 fm) 重新标度所有长度, 于是, 质心修正的能量是

$$E_c = \eta E = [E^2 - 2\epsilon_0 E + N\epsilon_0^2 + 3(N-1)/4\langle R_p^2 \rangle]^{1/2}. \quad (24)$$

袋的静止质量

$$M = [E^2 - \langle \mathbf{p}^2 \rangle]^{1/2}. \quad (25)$$

式中

$$\langle \mathbf{p}^2 \rangle = 4\pi N\epsilon_0 \int \left[ \left( \frac{d(ru)}{dr} \right)^2 + \left( \frac{d(rv)}{dr} \right)^2 + 2v^2 \right] dr \quad (26)$$

是夸克均方动量.

此外, 根据 J. Rafelski<sup>[6]</sup> 的研究, 在 MFA 下, 袋的总能量还可表达成仅与  $\sigma$  场有关的形式

$$E_{Raf} = 4\pi \int r^2 \left\{ a(\sigma_0^2 - \sigma_v^2) + \frac{b}{6}(\sigma_0^3 - \sigma_v^3) + \frac{m}{g}[a(\sigma_0 - \sigma_v) + \frac{b}{2}(\sigma_0^2 - \sigma_v^2) + \frac{c}{6}(\sigma_0^3 - \sigma_v^3)] \right\} dr. \quad (27)$$

通过计算表明,当夸克质量为零时,(27)与(22)的结果基本上一致.

重子和介子的均方电荷半径为

$$\langle R_B^2 \rangle = 4\pi \left( m_I^B + \frac{1}{2} \right) \int_0^\infty r^4 (u_B^2 + v_B^2) dr, \quad (28)$$

$$\langle R_M^2 \rangle = 4\pi (m_I^M) \int_0^\infty r^4 (u_M^2 + v_M^2) dr. \quad (29)$$

其中  $m_I^B$  和  $m_I^M$  表示重子和介子的同位旋投影量子数. 由(28)知,因中子是电中性,  $\langle R_n^2 \rangle = 0$ ,但其实验值  $= -0.12 \text{ (fm)}^2$ ,故用此模型不能预言中子电荷半径. 对于介子,现在只考虑  $\pi^+$  介子,它与质子的  $\langle R_p^2 \rangle$  具有相同形式,统一表示为

$$\langle R^2 \rangle = 4\pi \int r^4 (u^2 + v^2) dr. \quad (30)$$

质心修正后为

$$\langle R^2 \rangle_c = \left( 1 - \frac{2\varepsilon_0}{E} + \frac{N\varepsilon_0^2}{E^2} \right) \langle R^2 \rangle + \frac{3(N-1)}{4E^2}. \quad (31)$$

重子磁矩的一般表达式为

$$\mu = \left( \frac{5m_I m_S}{2\sqrt{I(I+1)S(S+1)}} + \frac{m_S}{3} \right) \frac{8\pi}{3} \int_0^\infty r^3 u_B v_B dr. \quad (32)$$

$S$ 、 $I$ 、 $m_S$ 、 $m_I$  是重子的自旋和同位旋及其投影. 由(32)得到质子和中子的磁矩分别为

$$\left. \begin{aligned} \mu_p &= \frac{8\pi}{3} \int_0^\infty r^3 u_p v_p dr, \\ \mu_n &= -\frac{2}{3} \mu_p. \end{aligned} \right\} \quad (33)$$

由此可知,中子与质子的磁矩之比  $\mu_n/\mu_p = -2/3 \approx -0.667$ ,这与实验值( $\approx -0.685$ )比较接近.

质心修正后的质子磁矩是

$$\mu_c = \mu_p \left[ 1 - \frac{2\varepsilon_0}{E} + \frac{N\varepsilon_0^2}{E^2} + \frac{3(N-1)}{4E^2 \langle R_p^2 \rangle} \right]^{-1/2}. \quad (34)$$

根据定义<sup>[2]</sup>,中子  $\beta$  衰变的  $g_A/g_V$  是<sup>[2,5]</sup>

$$\frac{g_A}{g_V} = \frac{20\pi}{3} \int_0^\infty r^2 \left( u^2 - \frac{v^2}{3} \right) dr. \quad (35)$$

此外,我们把色  $SU(3)$  规范理论的最低位胶球态<sup>[10]</sup> ( $J^{PC} = 0^{++}$ ) 与纯孤粒子场低激发态视为等同<sup>[11]</sup>,定义胶球质量为<sup>[6,11]</sup>

$$m_{GB} = [U''(\sigma_v)]^{1/2}. \quad (36)$$

该量大小可反映  $\sigma$  由 0 过渡到  $\sigma_v$  的速度大小. 在文献[7]中,把它作为参数,本文则通过调节前述参数进行数值解时来确定  $m_{GB}$  值,以便与格点规范理论(LGT)的 Monte Carlo 方法<sup>[10]</sup>的结果比较.

### 五、计算结果和讨论

方程组(17)和(18)利用 R. Goldflem 和 L. Wilets 的数值解法<sup>[5]</sup>. (6)式的参数选择应符合下列条件

$$a > 0, b < 0, 0 < c < 3b^2/8a. \tag{37}$$

在迭代中, 初始估计的  $\sigma_0$  用 Woods-Saxon 型

$$\sigma_0(r) = \sigma_v \left\{ 1 - 1 / \left[ 1 + \exp \left( \frac{r - R_z}{d_f} \right) \right] \right\}. \tag{38}$$

其中  $R_z$  和  $d_f$  是  $\sigma_0$  的半径和弥散度. 对  $\sigma_0$  的迭代有时会出现收敛很慢, 或发生循环振荡, 可插入收敛因子  $c_f$  来补救. 定义第  $i + 1$  次循环的  $\sigma_0$

$$\bar{\sigma}_0(i + 1) = c_f \sigma_0(i + 1) + (1 - c_f) \sigma_0(i). \tag{39}$$

表 1 重子静态物理量理论值与实验值

重子:  $N = 3, a = 215.01, b = -11083, c = 180000$ . 单位:  $E, R, \mu$  分别用 MeV, fm,  $\mu_N$ .

$g$	$m$	$E$	$M$	$E_c$	$R$	$R_c$	$g_A/g_V$	$\mu_p$	$\mu_c$	$\mu_n$	$m_{GB}$
20	0	1231	911	1053	0.97	0.83	1.09	2.58	3.01	-2.01	3640
20	90	1279	979	1089	0.97	0.83	1.16	2.48	3.29	-1.94	3371
20	200	1356	1078	1147	0.98	0.83	1.25	2.32	3.75	-1.83	3021
20	240	1391	1119	1173	0.98	0.83	1.29	2.25	2.67	-1.78	2887
20	320	1470	1211	1234	0.99	0.83	1.35	2.11	2.51	-1.67	2618
25	0	1199	845	1029	0.97	0.83	1.04	2.65	3.09	-2.06	3498
25	90	1243	918	1062	0.97	0.83	1.11	2.56	3.00	-2.00	3261
25	200	1309	1014	1111	0.98	0.83	1.20	2.42	2.85	-1.90	2926
25	240	1336	1052	1132	0.98	0.83	1.24	2.36	2.78	-1.86	2790
25	320	1399	1131	1179	0.99	0.83	1.30	2.23	2.64	-1.76	2494
30	0	1175	782	1011	0.96	0.83	0.99	2.70	3.14	-2.09	3421
30	90	1214	859	1040	0.97	0.83	1.06	2.62	3.06	-2.04	3201
30	200	1267	954	1080	0.97	0.83	1.15	2.50	2.94	-1.96	2874
30	240	1289	988	1095	0.98	0.83	1.18	2.45	2.88	-1.92	2737
30	320	1335	1056	1130	0.98	0.83	1.25	2.34	2.77	-1.84	2431
35	0	1155	717	996	0.96	0.83	0.95	2.74	3.17	-2.12	3373
35	90	1188	800	1021	0.97	0.83	1.02	2.67	3.11	-2.07	3165
35	200	1231	895	1053	0.97	0.83	1.10	2.57	3.01	-2.01	2850
35	240	1248	927	1065	0.97	0.83	1.13	2.53	2.97	-1.98	2715
35	320	1282	989	1089	0.98	0.83	1.18	2.44	2.88	-1.92	2410
40	0	1137	648	983	0.96	0.83	0.92	2.77	3.20	-2.14	3341
40	90	1166	739	1004	0.96	0.83	0.98	2.72	3.15	-2.10	3145
40	200	1201	837	1030	0.97	0.83	1.05	2.64	3.07	-2.05	2843
40	240	1214	869	1039	0.97	0.83	1.07	2.60	3.04	-2.03	2714
40	320	1239	927	1057	0.97	0.83	1.13	2.53	2.97	-1.98	2418
实验值: $(m_N + m_\Delta)/2 = 1085$ MeV							0.83	1.25	2.79	-1.91	
LGT 值:											720

表2 介子静态物理量理论值与实验值

介子:  $N=2$ ,  $a=215.01$ ,  $b=-16624.5$ ,  $c=405000$ . 单位:  $E$ 、 $R$  分别用 MeV、fm

$g$	$m$	$E$	$M$	$E_c$	$R$	$R_c$	$m_{GB}$
20	0	560	351	420	1.32	0.99	3339
20	90	659	412	491	1.17	0.87	3339
20	200	798	509	590	1.05	0.78	3339
20	240	834	548	629	1.01	0.75	3339
20	320	971	632	712	0.95	0.70	3339
25	0	570	294	431	1.21	0.91	3339
25	90	661	356	495	1.11	0.83	3339
25	200	791	449	588	1.00	0.75	3339
25	240	844	485	625	0.97	0.72	3339
25	320	954	560	703	0.91	0.67	3339
30	0	574	226	435	1.16	0.88	3339
30	90	657	294	495	1.07	0.81	3339
30	200	779	384	582	0.98	0.73	3339
30	240	828	417	616	0.94	0.72	3339
30	320	932	483	690	0.88	0.65	3339
35	0	573	131	437	1.13	0.86	3339
35	90	651	218	492	1.05	0.79	3339
35	200	765	310	573	0.96	0.72	3339
35	240	810	341	605	0.93	0.69	3339
35	320	907	398	674	0.87	0.64	3339
40	0	571	128	437	0.11	0.85	3339
40	90	643	101	488	1.04	0.79	3339
40	200	748	220	563	0.95	0.71	3339
40	240	791	250	593	0.92	0.69	3339
40	320	800	300	658	0.85	0.64	3339
实验值: 介子( $\pi$ 、 $\rho$ 、 $\omega$ 、 $\eta$ )平均质量=560 MeV							
LGT 值:							720

通过多次计算发现,当  $c_r$  值在 0.4—0.6 之间,几乎在所有情况下收敛都很快。

通过成功地循环迭代求解方程(17)和(18),并达到预定精度和自洽后求得的  $\epsilon_0$ 、 $u$ 、 $v$ 、 $\sigma_0$ 和  $\sigma_v$ ,利用梯形法则对(22)、(24)、(25)、(26)、(27)、(30)、(31)、(33)、(35)、(36)进行近似积分,求出强子的各种静态物理性质,其主要结果列于表1和表2中。由表可知,对于重子,当选择  $g=30$ ,  $m=320\text{MeV}$ ,  $a$ 、 $b$ 、 $c$  用表1中参数时,求得质量  $M=1056\text{MeV}$ ,  $R_c=0.83\text{fm}$ ,  $\mu_c=2.77\mu_N$ ,  $\mu_n=-1.84\mu_N$ ,  $g_A/g_V=1.25$ 。对于介子,当选择  $g=25$ ,  $m=320\text{MeV}$ ,  $a$ 、 $b$ 、 $c$  用表2中参数时,求得  $M=560\text{MeV}$ ,  $R_c=0.67\text{fm}$ 。这些结果均与实验值基本上相符,与文献[7]的结果相近。但[7]求得  $m_{GB}$  比本文约大  $1\text{GeV}$ 。本文求得介子半径比重子半径约小  $19\%$ ,可作为对介子大小的初步估计。

由表1可知,夸克质量改变,对重子质量变化十分灵敏。夸克质量每增加  $1\text{MeV}$ ,引起  $M$  的平均增量是:

$g$ :	20	25	30	35	40
$\Delta M$ :	0.94	0.89	0.86	0.85	0.87

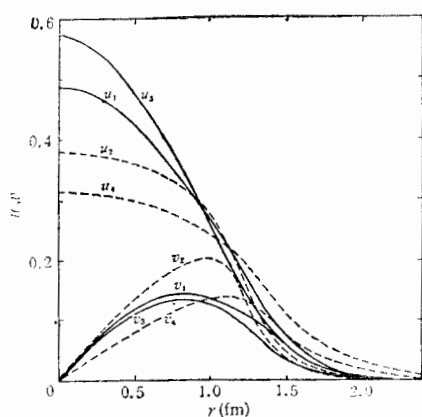


图 2 重子和介子夸克波函数空间分布。  
 $u_1, u_2, v_1, v_2$  表示重子,  $u_3, u_4, v_3, v_4$   
表示介子

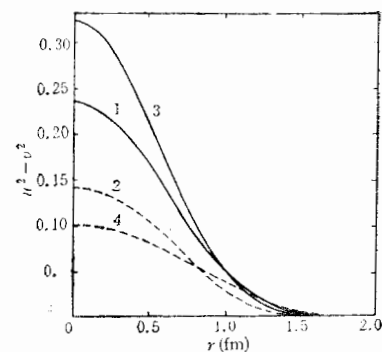


图 3 重子和介子夸克电荷密度空间分  
布。1、2 表示重子, 3、4 表示介子

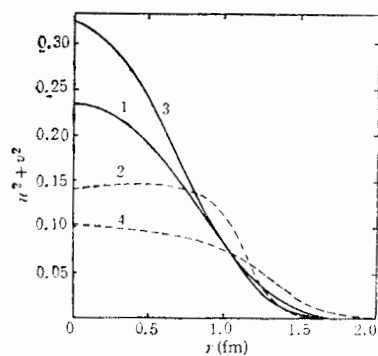


图 4 重子和介子夸克压强密度空间分布。  
1、2 表示重子, 3、4 表示介子

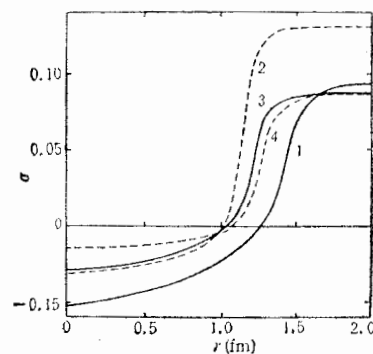


图 5 重子和介子中  $\sigma_0$  场空间分布。1、2 表示  
重子, 3、4 表示介子

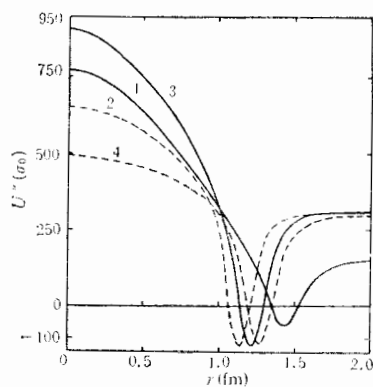


图 6 重子和介子中  $U''(\sigma_0)$  空间分布。1、2 表示重子, 3、4 表示介子

总的平均增量  $\Delta M = 0.88 \text{ MeV}$ 。于是, 根据中子与质的质量差, 初步推算出  $d$  夸克与  $u$  夸克的质量差是



$$\Delta m = m_d - m_u = \frac{3(M_n - M_p)}{0.88} \approx 4.4 \text{ MeV.} \quad (40)$$

式中的 3 是因重子由 3 个夸克组成, 当每个夸克质量增加 1 MeV 时, 则三个夸克共同效应才使重子质量平均增加 0.88 MeV. 而在此考虑的中子与质子质量差仅由  $d$  夸克与  $u$  夸克的质量差引起, 故上式需要引入系数了. 上式可以作为中子与质子之间产生质量差的一种解释.

图 2—图 6 分别绘出重子和介子的夸克径向波函数、夸克电荷密度、夸克“气体”压强密度、孤粒子场和孤粒子有效质量  $U''(\sigma_0)$  的空间分布. 各图中的实线对应  $m = 320$  MeV, 虚线对应  $m = 0$ , 纵坐标的单位任意. 从各图中可以看出, 考虑夸克质量后, 各个空间分布都有明显变化.

这项工作曾得到美国华盛顿大学 L. Wilets 教授很大帮助, 在此深表感谢.

### 参 考 文 献

- [ 1 ] K. Huang and D. R. Stump, *Phys. Rev.*, **D14**(1976), 223.
- [ 2 ] R. Friedberg and T. D. Lee, *Phys. Rev.*, **D15**(1977), 1694; **D16**(1977), 1096; **D18**(1978), 2623.
- [ 3 ] T. D. Lee, *Phys. Rev.*, **D19**(1979), 1802.
- [ 4 ] 李政道, 场论与粒子物理学, 上、下册, 科学出版社, (1982, 1983). T. D. Lee, Particle physics and Introduction to field theory Harwood Academic, New York, (1981).
- [ 5 ] R. Goldflm and L. Wilets, *Phys. Rev.*, **D25**(1982), 1951.
- [ 6 ] R. Goldflem and L. Wilets, *Com. Nuc. Part. Phys.*, **12**(1984), 191.
- [ 7 ] L. R. Dodd, A. G. Williams and A. W. Thomas, *Phys. Rev.*, **D35**(1987), 1040.
- [ 8 ] J. Rafelski, *Phys. Rev.*, **D16**(1977), 1890.
- [ 9 ] J. L. Dethier, R. Coldflam, E. M. Henley and L. Wilets, *Phys. Rev.*, **D27**(1983), 2191.
- [ 10 ] K. Ishikawa, M. Teper, G. Schierholz, *Phys. Lett.*, **116B**(1982), 429.
- [ 11 ] L. Wilets, Quark Model of Hadronic Interaction, Lectures presented at Advanced course in Theoretical Physics, Hadrons and Heavy Ions, Cape Town, South Africa, (1984).

## STATIC PHYSICAL PROPERTIES OF HADRONS CALCULATED IN THE SOLITON BAG MODEL

GAO DAOGUO

(Sichuan University, Chengdu)

### ABSTRACT

In this paper, the Mean-Field Approximation is applied to the soliton bag model to calculate static physical properties of hadrons numerically. After taking account of the quark masses and the corrections of the center of mass the  $g_A/g_V$  value is improved evidently and the hadron mass spectrum, the r.m.s. charge radius and the magnetic moments of the hadrons are basically in agreement with their experimental values. A preliminary derivation of the mass differences between the  $d$  and  $u$  quarks is presented.