

$^{15}\text{O}-^{15}\text{N}$, $^{17}\text{F}-^{17}\text{O}$ 库仑移位能*

陈信义 杨善德 吴式枢

(吉林大学物理系, 长春)

摘 要

从 Paris 势和电磁相互作用出发, 应用格林函数方法微观地计算了 $^{15}\text{O}-^{15}\text{N}$, $^{17}\text{F}-^{17}\text{O}$ 库仑移位能. G 矩阵的电荷非对称性的贡献较重要, 比通常唯象的核力电荷非对称成分的贡献大一倍左右.

1. 引 言

镜像核库仑移位能的计算值普遍比实验值小 (7—10)%, 通常称为 Nolen-Schiffer 异常^[1]. 为此作了许多努力, 例如考虑电磁修正及核实激发等高级项, 引进唯象的核力电荷非对称成分等, 但矛盾仍没解决^[2,3]. 本文从 Paris 势和电磁相互作用出发, 应用格林函数方法微观地计算了镜像核对 $^{15}\text{O}-^{15}\text{N}$, $^{17}\text{F}-^{17}\text{O}$ 库仑移位能.

从单粒子格林函数出发可推导满壳相邻核能谱所满足的方程^[4]

$$\sum_r [(\varepsilon_\alpha - \mathcal{E}_\mu^\pm) \delta_{\alpha r} + M_{\alpha r} (\mathcal{E}_\mu^\pm) - u_{\alpha r}] c_r^\pm(\mu) = 0, \quad (1)$$

其中 u 代表作为辅助量而引进的单粒子位, ε_α 代表 $h = t + u$ 的本征能量. M 代表质量算符, 它可由 G 矩阵 (对于质子质子还应包括电磁相互作用) 作基底展开得到. \mathcal{E}_μ^\pm 代表能谱, 对于满壳 (z, A_0) 相邻镜像核对中的质子态核和中子态核它分别为

$$\mathcal{E}_\mu^\pm(p) = \pm [E_\mu(Z \pm 1, A_0 \pm 1) - E_0(Z, A_0)]$$

和

$$\mathcal{E}_\mu^\pm(n) = \pm [E_\mu(Z, A_0 \pm 1) - E_0(Z, A_0)], \quad (2)$$

其中正号和负号分别相应于粒子态和空穴态, 而 E_0 代表满壳核基态能量. 对于质子态核与中子态核分别求解(1)式即可得到相应库仑移位能

$$\begin{aligned} \Delta E_\mu^\pm &= \pm [E_\mu(Z \pm 1, A_0 \pm 1) - E_\mu(Z, A_0 \pm 1)] \\ &= \mathcal{E}_\mu^\pm(p) - \mathcal{E}_\mu^\pm(n). \end{aligned} \quad (3)$$

库仑力使质子和中子的核平均场产生差别. 即使从严格电荷无关的核力势 (例如 Paris 势) 出发, 所推导的 G 矩阵也应与电荷状态有关, 这将对库仑移位能有贡献. 以往的计算虽然顾及到了这一点, 但都取了较大近似^[5,6]. 对此本文作了较认真的处理. 通过质量算符, 计算中顾及了 ^{16}O 核实的粒子空穴 (Ph) TDA 声子激发, 粒子-粒子 (pp) 多重散射

* 国家自然科学基金资助项目.
本文 1987 年 3 月 16 日收到.

关联和空穴空穴(hh)多重散射关联^[4]. 此外, 还考虑了电磁修正, 考查了唯象的核力电荷非对称成分的影响.

2. 质量算符与核实激发

图 1 是本文求解(1)式时质量算符所包括的费曼图. 其中, M_1 代表一级图. M_2 到 M_5 代表全部二级图. 若将二级图中的粒子空穴线换成 Ph TDA 声子格林函数 G_{TDA} , 则 M_2 到 M_5 将分别变成 $M_{2'}$ 到 $M_{5'}$, 它们描述了核实的 Ph TDA 声子激发. $M_{2'}$ 和 $M_{3'}$ 分别为 PP 和 hh 多重散射关联质量算符, 它们描述了另一类核实激发, 其中的 G_{2p} 和 G_{2h} 分别代表 PP 和 hh 多重散射关联格林函数. 文中将 $M_{2'}$ 中的 G_{2p} 粒子粒子中间态取为 sd 和 fp 壳, 这要求 M_1 中 G 矩阵的模型空间应扣掉 sd 和 fp 壳, 否则 $M_{2'}$ 将包括在 M_1 中.

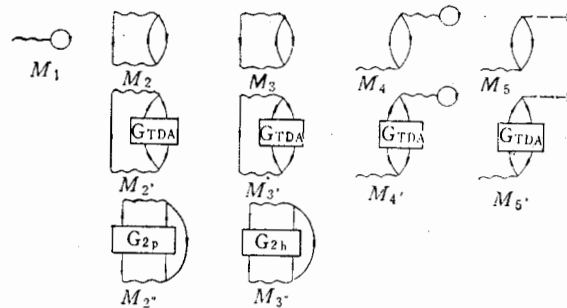


图 1 质量算符费曼图

一级图 M_1 对能谱和库仑移位能均起主要作用, 其计算公式为

$$M_{\alpha\beta}(\omega) = \sum_h G(\alpha h, \beta h; \omega + \epsilon_h), \quad (4)$$

其中 G 矩阵元中的 ϵ_h 代表空穴态单粒子能量. 在 J, T 取确定值的耦合表象中, 对于质子态核上式可化为

$$\begin{aligned} M_{\alpha\beta}^{(p)}(\omega) = & \delta_{\alpha\beta} (2j_\alpha + 1)^{-1} \sum_{h,J} (2J+1) [(1 + \delta_{\alpha h})(1 + \delta_{\beta h})]^{1/2} \\ & \times \{ G^{np}(\alpha h, \beta h [J, T=0]; \omega + \epsilon_h) \\ & + G^{np}(\alpha h, \beta h [J, T=1]; \omega + \epsilon_h) \\ & + 2G_{pp}^{pp}(\alpha h, \beta h [J, T=1]; \omega + \epsilon_h + \Delta\epsilon_h) \}, \end{aligned} \quad (5)$$

在这里, ϵ_h 代表 h 态中子能量, 而 $\Delta\epsilon_h$ 代表 h 态质子和中子的能量差, 其取值见表 1. 式中的 G^{np} 代表中子质子 G 矩阵而 G_{pp}^{pp} 代表质子质子相互作用, 它包括质子质子 G 矩阵 G^{pp} , 电磁相互作用以及两者的相干效应(见(17)式). 与(5)式相似可写出计算中子态核 M_1 的公式. 它与(5)式的差别是将(5)式中的 G_{pp}^{pp} 换成中子中子 G 矩阵.

G_{TDA} 满足方程^[7]

$$\sum_{p',h'} [F(p h, p' h'; \omega) - (\omega - \epsilon_p + \epsilon_h) \delta_{pp'} \delta_{hh'}] G_{TDA}(p' h', p'' h''; \omega) = \delta_{pp''} \delta_{hh''}, \quad (6)$$

其中 p, p' 等和 h, h' 等分别代表粒子态和空穴态而

$$F(ph, p'h'; \omega) = G(ph', hp'; \omega + \varepsilon_h + \varepsilon_{h'}). \quad (7)$$

包括 G_{TDA} 的质量算符, 例如

$$\begin{aligned} M_{2'\alpha\beta}(\omega) = & - \sum_{m, p_1, h_1, p_2, h_2} G(\alpha h_1, m p_1; \omega + \varepsilon_{h_1}) \\ & \times G_{TDA}(p_1 h_1, p_2 h_2; \omega - \varepsilon_m) G(m p_2, \beta h_2; \omega + \varepsilon_{h_2}) \\ & - M_{2\alpha\beta}(\omega), \end{aligned} \quad (8)$$

式中减去 $M_{2\alpha\beta}$ 在于避免当 G_{TDA} 取零级时出现等价对而产生重复计算。

G_{2h} 的定义为

它满足方程^[4]

$$\sum_{l, h} [G(kl, lh; \omega) + (\omega - \varepsilon_k - \varepsilon_l) \delta_{kl} \delta_{lh}] G_{2h}(lh, ij; \omega) = \delta_{ki} \delta_{lj}, \quad (9)$$

其中 i, j, \dots 均为空穴态。 hh 多重散射关联质量算符为

$$\begin{aligned} M_{3''\alpha\beta}(\omega) = & \sum_{k_1 < l_1, k_2 < l_2} G(k_1 l_1, \beta p; \varepsilon_{k_1} + \varepsilon_{l_1}) G_{2h}(k_1 l_1, k_2 l_2; \omega + \varepsilon_p) \\ & \times G(\alpha p, k_2 l_2; \varepsilon_{k_2} + \varepsilon_{l_2}). \end{aligned} \quad (10)$$

3. G 矩阵的电荷非对称性

库仑力对较低位置态核平均场的影响主要表现为质子和中子的单粒子能量发生劈裂。定义能移算符 Λ_c

$$\langle \alpha | \Lambda_c | \beta \rangle = \Delta \varepsilon_\alpha \left\langle \alpha \left| \frac{1}{2} - \tau_3 \right| \beta \right\rangle, \quad (11)$$

其中 $\Delta \varepsilon_\alpha$ 代表 α 态质子和中子的能量差。 τ_3 代表同位旋第三分量。

如果中子中子 G 矩阵定义为

$$G(\omega) = V + V \frac{Q}{\omega - H_0} G(\omega), \quad (12)$$

那么质子质子 G 矩阵将满足方程

$$G^{PP}(\omega) = V + V \frac{Q}{\omega - [H_0 + \Lambda_c(1) + \Lambda_c(2)]} G^{PP}(\omega), \quad (13)$$

显然 G 矩阵具有电荷非对称性

$$G^{PP}(\omega) \neq G(\omega). \quad (14)$$

类似地, 当 $T = 1$ 时

$$G^{PP}(\omega) \neq G^{nn}(\omega), \quad (15)$$

这表明 G 矩阵还是电荷相关的。

从 G 出发通过求解下面方程即可得到 G^{PP} 和 G^{nn}

$$\langle a | \tilde{G}(\omega) | b \rangle = \langle a | G(\omega) | b \rangle + \sum_c \langle a | G(\omega) | c \rangle \times [(\omega - \xi_c)^{-1} - (\omega - \xi_c)^{-1}] \langle c | \tilde{G}(\omega) | b \rangle, \quad (16)$$

其中若 \tilde{G} 代表 G^{pp} (G^{np}), 则 ξ_c 代表质子质子(中子质子)能量, 而 ξ_c 代表中子中子能量. 式中的求和只限于满足 $Q|c\rangle = |c\rangle$ 的双粒子态.

以往的计算都将 $\Delta\epsilon_\alpha$ 取为平均值^[5,6] 而本文将 sd 壳及其下面壳层的 $\Delta\epsilon_\alpha$ 取为相应库仑移位能的实验值. 对于实验值不明确的 fp 壳取为由 ^{16}O 核电荷费米分布和单粒子位阱自洽波函数^[8] 算出的库仑能. 考虑到更高壳的 $\Delta\epsilon_\alpha$ 的影响很小, 则平均取为 3MeV (表 1)

表 1 $\Delta\epsilon_\alpha$ 的取值 (MeV)

α	$0s_{1/2}$	$0p_{3/2}$	$0p_{1/2}$	$0d_{5/2}$	$0d_{3/2}$	$1s_{1/2}$	$0f_{7/2}$	$1p_{3/2}$	$0f_{5/2}$	$1p_{1/2}$
$\Delta\epsilon_\alpha$	3.42	3.40	3.54	3.54	3.56	3.17	2.91	2.77	2.96	2.95

表 2 是由 Paris 势推导的 G , G^{np} 和 G^{pp} 的 $|0s_{1/2} 0s_{1/2}; J=0 T=1\rangle$ 态对角矩阵元 ($\omega = -10\text{MeV}$). 表中第一列 G^{np} 和 G^{pp} 是将 $\Delta\epsilon_\alpha$ 取成表 1 所列值求解 (16) 式得到的, 而第二列是将 $\Delta\epsilon_\alpha$ 平均取为 3MeV 的结果. 表 2 明显地表现了 G 矩阵的电荷非对称性与电荷相关性以及 $\Delta\epsilon_\alpha$ 的不同取值对 G^{np} 和 G^{pp} 的影响. G 矩阵的电荷非对称性使库仑移位能提高 0.4MeV 左右 (见表 4), 而电荷相关性的贡献很小. 此外计算表明, $\Delta\epsilon_\alpha$ 取表 1 值算出的库仑移位能要比 $\Delta\epsilon_\alpha$ 平均取为 3MeV 的结果大 0.05—0.1MeV. 看来库仑移位能与低位置态 $\Delta\epsilon_\alpha$ 的关系较敏感. 认真考虑库仑力对核平均场的影响, 这对于降低 Nolen-Schiffer 异常将是有益的.

表 2 G 矩阵 $|0s_{1/2} 0s_{1/2}; J=0 T=1\rangle$ 态对角元 ($\omega = -10\text{MeV}$) (MeV)

	G	G^{np}	G^{pp}
$\Delta\epsilon_\alpha$ 取表 1 值	-8.6019	-8.4417	-8.3487
$\Delta\epsilon_\alpha = 3\text{MeV}$		-8.5006	-8.4077

因与核力相比库仑力较弱, 质子质子相互作用可表为

$$G_c^{pp}(\omega) = G^{pp}(\omega) + V_c + V_{CN}(\omega), \quad (17)$$

其中 V_c 代表电磁相互作用, 它包括库仑力和电磁修正. V_{CN} 代表电磁作用与核力的相干效应

$$V_{CN}(\omega) = V_c \frac{Q}{e} G^{pp}(\omega) + G^{pp}(\omega) \frac{Q}{e} V_c + G^{pp}(\omega) \frac{Q}{e} V_c \frac{Q}{e} G^{pp}(\omega) + O(V_c^2), \quad (18)$$

其中 e 代表 $\omega - (H_0 + \Lambda_c(1) + \Lambda_c(2))$.

4. 电磁修正

考虑了质子电荷分布和真空极化对库仑力的修正以及自旋轨道磁相互作用等电磁修

正。此外还顾及了中子间微弱的库仑作用。

质子的电荷近似按下式分布

$$\rho(r) = \frac{1}{8\pi a^3} e^{-r/a}, \quad (19)$$

其中 $a = a_p/\sqrt{12}$, $a_p = 0.80\text{fm}$ 代表质子的电荷 *rms* 半径。质子电荷分布对库仑力的修正可取为^[9]

$$V_{pd}(r) = -\frac{e^2}{r} e^{-x}(48 + 33x + 9x^2 + x^3)/48, \quad (20)$$

其中 $x = \sqrt{12}r/a_p$.

真空极化修正可用下面排斥位概括^[10]

$$V_{vp}(r) = \frac{2\alpha e^2}{3\pi r} \int_1^\infty e^{-2krx} \left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{2x^4} \right) (x^2 - 1)^{1/2} dx, \quad (21)$$

其中 $1/k$ 代表电子的康普顿波长。

中子间库仑作用是按下式^[9]计算的

$$V_{nc}(r) = \frac{e^2}{r} [-e^{-3.36r}(0.567r + 1.047) + e^{-2.79r}(0.527 + 1.161r)]. \quad (22)$$

5. 计算结果

表3是质量算符取不同图形算出的¹⁵O-¹⁵N, ¹⁷F-¹⁷O 库仑移位能。在计算中,取 $\hbar\omega = 16\text{MeV}$ 谐振子能量作为中子单粒子能量,并为与 *sd* 壳实验能量取壳平均对齐,将能量零点选为 -58MeV 。质子中子能差 $\Delta\epsilon_a$ 取表1值。计算所用的中子中子 *G* 矩阵是由 Paris 势出发应用 EHM 方法推导的。除库仑力外还包括了上述四种电磁修正。

表3 库仑移位能 (MeV)

质量算符	¹⁵ O- ¹⁵ N		¹⁷ F- ¹⁷ O		
	0p3/2	0p1/2	0d5/2	1s1/2	0d3/2
一级图	3.72	3.70	3.67	3.53	3.50
一级图+二级图	3.48	3.50	3.77	3.60	3.52
一级图+TDA 声子	3.60	3.62	3.64	3.56	3.48
一级图+TDA 声子 +pp 多重散射关联	3.66	3.60	3.57	3.49	3.46
一级图+TDA 声子 +pp 多重散射关联 +hh 多重散射关联	3.50	3.48	3.49	3.43	3.40
实验值	3.43	3.54	3.54	3.17	3.56

由表3可见,除 0d3/2 态外,质量算符取一级图的结果明显偏高。若不计 *G* 矩阵的电荷非对称性,即将 $\Delta\epsilon_a$ 取为零,则库仑移位能依次为 3.24, 3.20, 3.26, 3.16 和 3.12MeV, 这与壳模型结果^[1]很接近。二级图对空穴态和粒子态结果分别起降低和提高

作用,例如对 $0p_{1/2}$ 态降低了 0.2MeV 而对 $0d_{5/2}$ 态则提高了 0.1MeV . 与二级图相比, TDA 声子图的贡献反而要小,例如它仅使 $0p_{1/2}$ 和 $0d_{5/2}$ 态结果分别降低 0.08 和 0.03MeV . 多重散射关联也起降低作用. 对于 $0p_{1/2}$ 态 PP 多重散射关联使结果降低 0.02MeV 而 hh 多重散射关联降低 0.12MeV , 后者的贡献更为明显. 但对粒子态两者的贡献却很接近,它们均使结果降低 0.07MeV 左右.

我们用质量算符一级图考查了各种修正项的贡献和唯象的核力电荷非对称成分的影响. 结果列于表 4.

由表 4 可见, G 矩阵的电荷非对称 (CSB) 性比较重要,它将 $0p_{1/2}$ 和 $0d_{5/2}$ 态库仑移位能分别提高 0.46 和 0.42MeV (表中第一行),这要比 Wigner 型唯象的核力电荷非对称 (CSB) 成分^[2]的贡献(表中第二行)大一倍左右. 因为库仑力对核平均场的影响随质量数 A 的增大而增强,所以可以予期, G 矩阵的电荷非对称性也将随着 A 的增大而变得显著. 这可克服通常引入的唯象核力电荷非对称成分的贡献随 A 增大得不够快的困难^[2], 对于降低 Nolen-Schiffer 异常是有利的.

G 矩阵的电荷非对称性是库仑力对核平均场影响所表现的一种多体效应,它并没有反映出核力本身的电荷非对称性质. 但唯象的核力电荷非对称成分目前还存在一些不确定因素^[1,2],因此在得到表 3 的计算中没包括它的修正.

表 4 修正项的贡献 (MeV)

	$0p_{3/2}$	$0p_{1/2}$	$0d_{5/2}$	$1s_{1/2}$	$0d_{3/2}$
G 矩阵 CSB	0.46	0.46	0.42	0.38	0.40
核力 CSB 成分	0.24	0.24	0.22	0.17	0.17
质子电荷分布	-0.07	-0.07	-0.05	-0.05	-0.04
真空极化	0.02	0.02	0.02	0.02	0.02
磁作用	-0.03	0.05	-0.05	0.05	0.07
中子库仑力	-0.02	-0.02	-0.01	-0.01	-0.01
电磁核力相干	0.05	0.04	0.05	0.05	0.03

表 4 中的第三列到第六列是电磁修正项,它们的总贡献使 $0p_{3/2}$ 和 $0d_{5/2}$ 态结果降低 0.1MeV 而对其它态影响很小. 电磁作用与核力的相干效应提高了库仑移位能,但作用很小(表中最后一行).

为加快计算的收敛速度,通常计算 G 矩阵的模型空间都扣掉了 sd 和 fp 壳. 用这种 G 矩阵来计算某些质量算符费曼图将漏掉一些图. 文中顾及了通常漏掉的这些图,发现它们对基态库仑移位能的贡献约为 0.1MeV .

文中通过扣除 Ph TDA 声子中的 $J^{\pi}T = 1^{-}0$ 中间态近似消除了 ^{16}O 核实最低质心伪态. 这样可将 $0p_{1/2}$ 和 $0d_{5/2}$ 态库仑移位能分别提高 0.01 和 0.03MeV , 可见质心伪态的影响不明显.

数值计算得到井孝功,王克协同志的帮助,谨致感谢.

参 考 文 献

- [1] J. A. Nolen and Schiffer, *Ann. Rev. Nucl. Sci.*, 19(1969), 471; *Phys. Lett.*, **B29**(1969), 396.
- [2] J. W. Negele, *Phys. Rev.*, **C1**(1970), 1260; S. Shlomo, *Rep. Prog. Phys.*, 41(1978), 957.
- [3] E. H. Auerbach, *Phys. Rev.*, **188**(1969), 1747.
- [4] 吴式枢等, 原子核物理, **2**(1980), 193.
- [5] K. C. Tam, et. al., *Nucl. Phys.*, **A361**(1981), 412
- [6] 陈信义等, 第五次全国核物理会议 (1982)
- [7] 吴式枢, 中国科学, **5**(1974), 471
- [8] 井孝功等, 第五次全国核物理会议, (1982).
- [9] R. E. Schneider, et. al., *Phys. Rev.*, **B137**(1965), 874.
- [10] L. L. Foldy, et. al., *Phys. Rev.*, **95**(1954), 1048.

 ^{15}O - ^{15}N , ^{17}F - ^{17}O COULOMB DISPLACEMENT ENERGIES

CHEN XINYI · YANG SHANDE · WU SHISHU

(Jilin University, Changchun)

ABSTRACT

A microscopic calculation of ^{15}O - ^{15}N , ^{17}F - ^{17}O Coulomb displacement energies is performed from the Paris potential and electric magnetic interactions using Green's function method. The contribution of charge-symmetry-breaking property of the G matrix is relatively important. It is about twice as large as that of the usual phenomenological charge-symmetry-breaking potential in the nuclear forces.