第12卷 第5期　　高能物理与核物理　　Vol. 12, No. 5
1988年9月　　HIGH ENERGY PHYSICS AND NUCLEAR PHYSICS　　Sept., 1988

# 关于三重子系统的 $SU(3)$ 对称性*

谢淑琴　　张启仁
（北京大学）

**摘　　要**

本文提出了 $^3$He 和 $^3$H 等三重子填充 $SU(3)$ 群 $\overline{35}$维不可约表示的可能性。计算了三重子三十五重态的波函数及分支比，给出了多重态内部各三重子态的质量之间的关系，并预言了可能存在的三重子系统。

## 一、引　　言

早已知道，强子具有 $SU(3)$ 么正对称性[1]，核子属于它的 8 维不可约表示。八重态理论提出不久，Oakes[2] 就提出了包括氘在内的双重子十重态理论。我们曾经以重子 $p$、$n$、$\Lambda$、$\Sigma$ 和 $\Xi$ 构成 $SU(3)$ 群 8 维不可约表示，提出了存在双重子二十七重态的可能性[3,4]，理论与实验符合的相当好。这表明少数重子系统对 $SU(3)$ 群的高维表示仍有很好的么正对称性。因此研究 $^3$He 和 $^3$H 等三重子的么正对称性是十分重要的。在文章[5]中是以 $p$、$n$ 和 $\Lambda$ 作为 $SU(3)$ 群的基础粒子来研究三重子系统。本文仍以 $p$、$n$、$\Lambda$、$\Sigma$ 和 $\Xi$ 构成 $SU(3)$ 群的 8 维不可约表示。根据 $^3$He 和 $^3$H 的超荷与同位旋找到 $^3$He 和 $^3$H 应该填充 $SU(3)$ 群 $\overline{35}$ 维不可约表示。

## 二、$^3$He 和 $^3$H 所在的 $SU(3)$ 多重态

以 $p$、$n$、$\Lambda$、$\Sigma$ 和 $\Xi$ 八个重子构成 $SU(3)$ 群 8 维不可约表示。为了得到三重子态，需要三个 8 维不可约表示直积的约化，也就是

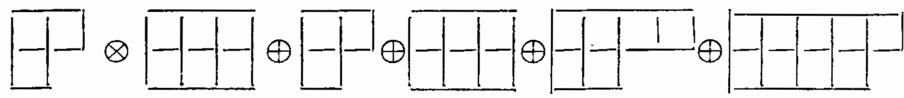
$$8\otimes8\otimes8 = 8\otimes(1\oplus8\oplus8\oplus10\oplus\overline{10}\oplus27) \tag{1}$$

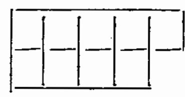
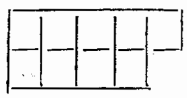
其中

$$8\otimes\overline{10} = 8\oplus\overline{10}\oplus27\oplus\overline{35} \tag{2}$$

(2)式用杨图可表示为

本文 1987 年 2 月 10 日收到。
* 本工作部分地是在国家自然科学基金资助下完成的。



根据 $^3He$ 和 $^3H$ 的超荷 $Y=3$，同位旋 $I=\frac{1}{2}$，可知 $^3He$ 和 $^3H$ 属于 $8\otimes\overline{10}$ 直积分解后的 $\overline{35}$ 维不可约表示，其杨图为 ，用 $SU(3)$ 群基础表示的权矢，并根据杨图  可得到三十五重态的权图(见图1)及三十五重态的量子数(见表1)．因此 $^3He$ 和 $^3H$ 填入 $SU(3)$ 群的三十五重态．

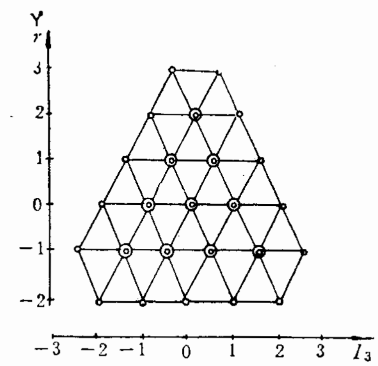



图1　$\overline{35}$ 维表示的权图

**表1　三重子三十五重态的量子数（$Y, I, I_3$）**

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $\left(3, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ | $\left(3, \frac{1}{2}, \frac{-1}{2}\right)$ | $(2, 1, 1)$ | $(2, 1, 0)$ | $(2, 1, -1)$ | $(2, 0, 0)$ | $\left(1, \frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right)$ |
| $\left(1, \frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right)$ | $\left(1, \frac{3}{2}, \frac{-1}{2}\right)$ | $\left(1, \frac{3}{2}, \frac{-3}{2}\right)$ | $\left(1, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ | $\left(1, \frac{1}{2}, \frac{-1}{2}\right)$ | $(0, 2, 2)$ | $(0, 2, 1)$ |
| $(0, 2, 0)$ | $(0, 2, -1)$ | $(0, 2, -2)$ | $(0, 1, 1)$ | $(0, 1, 0)$ | $(0, 1, -1)$ | $\left(-1, \frac{5}{2}, \frac{5}{2}\right)$ |
| $\left(-1, \frac{5}{2}, \frac{3}{2}\right)$ | $\left(-1, \frac{5}{2}, \frac{1}{2}\right)$ | $\left(-1, \frac{5}{2}, \frac{-1}{2}\right)$ | $\left(-1, \frac{5}{2}, \frac{-3}{2}\right)$ | $\left(-1, \frac{5}{2}, \frac{-5}{2}\right)$ | $\left(-1, \frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right)$ | $\left(-1, \frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right)$ |
| $\left(-1, \frac{3}{2}, \frac{-1}{2}\right)$ | $\left(-1, \frac{3}{2}, \frac{-3}{2}\right)$ | $(-2, 2, 2)$ | $(-2, 2, 1)$ | $(-2, 2, 0)$ | $(-2, 2, -1)$ | $(-2, 2, -2)$ |

## 三、三十五重态的波函数

根据 $SU(3)$ 李代数的标准形式求出三十五重态的波函数．$SU(3)$ 李代数的标准形式为

$$
\begin{aligned}
&[H_1, H_2] = 0, \\
&[\vec{H}, E_\alpha] = \vec{\rho}(\alpha)E_\alpha,\ \alpha = 1, 2, 3, \\
&[E_\alpha, E_{-\alpha}] = \vec{\rho}(\alpha)\cdot\vec{H}
\end{aligned}
$$

$$
[E_\alpha, E_\beta] = \begin{cases} N_{\alpha\beta} E_{\alpha+\beta} & \text{当 } \vec{\rho}(\alpha) + \vec{\rho}(\beta) \text{ 为非零根,} \\ 0 & \text{其它情况,} \end{cases}
$$

$$
\vec{\rho}(1) = -\vec{\rho}(-1) = \left(\sqrt{\frac{2}{3}},\ 0\right),
$$

$$
\vec{\rho}(2) = -\vec{\rho}(-2) = \left(\frac{1}{\sqrt{6}},\ \frac{1}{\sqrt{2}}\right),
$$

$$
\vec{\rho}(3) = -\vec{\rho}(-3) = \left(-\frac{1}{\sqrt{6}},\ \frac{1}{\sqrt{2}}\right),
$$

这里的 $H_1$ 和 $H_2$ 是 $SU(3)$ 相互对易的生成元，$E_\alpha$ 和 $E_{-\alpha}(\alpha = 1, 2, 3)$ 是彼此不对易的生成元. $\vec{\rho}(\alpha)(\alpha = 1, 2, 3)$ 是根矢. $N_{\alpha\beta}$ 是结构常数.

对于一个不可约表示,如果某一基函数 $\psi_m$ 的权矢为 $\vec{m}$,由李代数的标准形式可以得到基函数 $E_\alpha\psi_m$ 的权矢为 $\vec{m}' = \vec{m} + \vec{\rho}(\alpha)$[6]. 若权矢 $\vec{m} + \vec{\rho}(\alpha)$ 比权矢 $\vec{m}$ 低，$E_\alpha$ 就是下降算符. 这样,可以由一个不可约表示具有最高权的基函数出发,得到这个不可约表示的全部基函数.

以八个重子 $p$、$n$、$\Lambda$、$\Sigma$ 和 $\Xi$ 作为 $SU(3)$ 群 8 维不可约表示的基函数. 由重子八重态的权图得到 8 维不可约表示的基函数为

$$
\varphi_{1,\frac{1}{2},\frac{1}{2}} = p,\ \varphi_{1,\frac{1}{2},-\frac{1}{2}} = n,\ \varphi_{0,0,0} = \Lambda,\ \varphi_{0,1,1} = \Sigma^+,
$$

$$
\varphi_{0,1,0} = \Sigma^0,\ \varphi_{0,1,-1} = \Sigma^-,\ \varphi_{-1,\frac{1}{2},\frac{1}{2}} = \Xi^0,\ \varphi_{-1,\frac{1}{2},-\frac{1}{2}} = \Xi^-.
$$

要得到 $\overline{35}$ 维不可约表示,由(2)式可知还要求出 $\overline{10}$ 维不可约表示. 两个 8 维不可约表示直积约化是

$$
8 \otimes 8 = 1 \oplus 8 \oplus 8 \oplus 10 \oplus \overline{10} \oplus 27,
$$

要求 $\overline{10}$ 维不可约表示,就要先求出在上式分解中维数最高的不可约表示,即 27 维不可约表示. 而 27 维不可约表示求法如下:

27 维不可约表示中具有最高权的基函数应由两个 8 维不可约表示具有最高权的基函数构成，也就是 $\chi_{211} = \varphi_{1,\frac{1}{2},\frac{1}{2}}\varphi_{1,\frac{1}{2},\frac{1}{2}}, = pp$. 有了这个最高权的基函数，应用下降算符 $e_{21}$ 和 $e_{32}$[6]，再根据 27 维不可约表示的权图[4]，求出了 27 维不可约表示. 下面给出从最高权开始的五个基函数为

$$
\chi_{2,1,1} = pp,\quad \chi_{2,1,0} = \frac{1}{\sqrt{2}}(pn + np),\ \chi_{2,1,-1} = nn,
$$

$$
\chi_{1,\frac{3}{2},\frac{3}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}(p\Sigma^+ + \Sigma^+ p),
$$

$$
\chi_{1,\frac{3}{2},\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{6}}(n\Sigma^+ + \Sigma^+ n) + \frac{1}{\sqrt{3}}(p\Sigma^0 + \Sigma^0 p).
$$

为了求 $\overline{10}$ 维不可约表示，下面先给出 $\overline{10}$ 维不可约表示的权矢为

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 杨图 | $\begin{array}{\|c\|c\|c\|}\hline 1&1&1\\\hline 2&2&2\\\hline\end{array}$ | $\begin{array}{\|c\|c\|c\|}\hline 1&1&1\\\hline 2&2&3\\\hline\end{array}$ | $\begin{array}{\|c\|c\|c\|}\hline 1&1&2\\\hline 2&2&3\\\hline\end{array}$ | $\begin{array}{\|c\|c\|c\|}\hline 1&1&1\\\hline 2&3&3\\\hline\end{array}$ | $\begin{array}{\|c\|c\|c\|}\hline 1&1&2\\\hline 2&3&3\\\hline\end{array}$ |
| 权矢 $(Y, I_3)$ | $(2, 0)$ | $\left(1, \frac{1}{2}\right)$ | $\left(1, \frac{-1}{2}\right)$ | $(0, 1)$ | $(0, 0)$ |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 杨图 | $\begin{array}{\|c\|c\|c\|}\hline 1&2&2\\\hline 2&3&3\\\hline\end{array}$ | $\begin{array}{\|c\|c\|c\|}\hline 1&1&1\\\hline 3&3&3\\\hline\end{array}$ | $\begin{array}{\|c\|c\|c\|}\hline 1&1&2\\\hline 3&3&3\\\hline\end{array}$ | $\begin{array}{\|c\|c\|c\|}\hline 1&2&2\\\hline 3&3&3\\\hline\end{array}$ | $\begin{array}{\|c\|c\|c\|}\hline 2&2&2\\\hline 3&3&3\\\hline\end{array}$ |
| 权矢 $(Y, I_3)$ | $(0,\ -1)$ | $\left(-1,\ \frac{3}{2}\right)$ | $\left(-1,\ \frac{1}{2}\right)$ | $\left(-1,\ \frac{-1}{2}\right)$ | $\left(-1,\ \frac{-3}{2}\right)$ |

由于 $\overline{10}$ 维不可约表示的最高权为 $(2, 0)$，故要在 27 维不可约表示中找到与此权相同的基函数,它是 $\chi_{210} = \frac{1}{\sqrt{2}}(pn + np)$,其权为$(2, 0)$. 假设 $\overline{10}$ 维具有最高权的基函数是 $\phi_{200} = apn + bnp$(其中 $a$ 和 $b$ 是常数),那么,$\chi_{210}$ 与 $\phi_{200}$ 正交,即 $(\chi_{210}, \phi_{200}) = 0$，由此得到 $a = -b$，由归一化条件，$a^2 + b^2 = 1$，得到 $a = \frac{1}{\sqrt{2}}$，$b = -\frac{1}{\sqrt{2}}$，由此得出 $\overline{10}$ 维具有最高数的基函数为 $\phi_{200} = \frac{1}{\sqrt{2}}(pn - np)$. 有了 $\phi_{200}$，应用求 27 维不可约表示相同的方法,可得到 $\overline{10}$ 维不可约表示的基函数为

$$\phi_{200} = \sqrt{\frac{1}{2}}\,(pn - np),$$

$$\phi_{1\frac{1}{2}\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{1}{6}}\,(\Sigma^+ n - n\Sigma^+) + \sqrt{\frac{1}{12}}(p\Sigma^0 - \Sigma^0 p) + \sqrt{\frac{1}{4}}\,(\Lambda p - p\Lambda),$$

$$\phi_{1\frac{1}{2}-\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{1}{12}}(\Sigma^0 n - n\Sigma^0) - \sqrt{\frac{1}{6}}\,(\Sigma^- p - p\Sigma^-) + \sqrt{\frac{1}{4}}\,(\Lambda n - n\Lambda),$$

$$\phi_{011} = \sqrt{\frac{1}{12}}\,(\Sigma^+\Sigma^0 - \Sigma^0\Sigma^+) + \sqrt{\frac{1}{4}}\,(\Lambda\Sigma^+ - \Sigma^+\Lambda) + \sqrt{\frac{1}{6}}(p\Xi^0 - \Xi^0 p),$$

$$\phi_{010} = \sqrt{\frac{1}{12}}\,(\Sigma^+\Sigma^- - \Sigma^-\Sigma^+) + \sqrt{\frac{1}{4}}\,(\Lambda\Sigma^0 - \Sigma^0\Lambda)$$

$$+ \sqrt{\frac{1}{12}}\,(n\Xi^0 - \Xi^0 n) + \sqrt{\frac{1}{12}}(p\Xi^- - \Xi^- p),$$

$$\phi_{01-1} = \sqrt{\frac{1}{6}}\,(n\Xi^- - \Xi^- n) + \sqrt{\frac{1}{4}}\,(\Lambda\Sigma^- - \Sigma^-\Lambda)$$

$$+ \sqrt{\frac{1}{12}}(\Sigma^0\Sigma^- - \Sigma^-\Sigma^0),$$

$$\phi_{-1\frac{3}{2}\frac{3}{2}} = \sqrt{\frac{1}{2}}\,(\Sigma^+\Xi^0 - \Xi^0\Sigma^+),$$

$$\phi_{-1\frac{3}{2}\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{1}{3}}(\Sigma^0\Xi^0 - \Xi^0\Sigma^0) + \sqrt{\frac{1}{6}}\,(\Sigma^+\Xi^- - \Xi^-\Sigma^+),$$

$$\phi_{-1\frac{3}{2}-\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{1}{6}}(\Sigma^-\Xi^0 - \Xi^0\Sigma^-) + \sqrt{\frac{1}{3}}\,(\Sigma^0\Xi^- - \Xi^-\Sigma^0),$$

$$\phi_{-1\frac{3}{2}-\frac{3}{2}} = \sqrt{\frac{1}{2}}\,(\Sigma^-\Xi^- - \Xi^-\Sigma^-).$$

8 维和 $\overline{10}$ 维不可约表示均已求出，由(2)式 $8\otimes\overline{10}=8\oplus10\oplus27\oplus\overline{35}$ 可求出 $\overline{35}$维不可约表示．8 维不可约表示具有最高权的基函数是 $\varphi_{1,\frac{1}{2},\frac{1}{2}}$ 其权为 $\left(1,\ \frac{1}{2}\right)$，$\overline{10}$ 维不可约表示具有最高权的基函数是 $\psi_{200}$，其权为 (2，0)．所以 $\overline{35}$ 维不可约表示具有最高权的基函数为 $\Phi_{3\frac{1}{2}\frac{1}{2}}=\varphi_{1\frac{1}{2}\frac{1}{2}}\psi_{200}$，其权为 $\left(3,\ \frac{1}{2}\right)$．同样应用下降算符 $e_{21}$ 和 $e_{32}$，并根据三十五重态的权图(见图 1)，可求出 $\overline{35}$ 维不可约表示的全部基函数．

最后得到三重子三十五重态的波函数如下：

$$\Phi_{3\frac{1}{2}\frac{1}{2}}=\varphi_{1\frac{1}{2}\frac{1}{2}}\psi_{200}=\sqrt{\frac{1}{2}}\,(ppn-pnp),$$

$$\Phi_{3\frac{1}{2}\frac{-1}{2}}=\varphi_{1\frac{1}{2}\frac{-1}{2}}\psi_{200}=\sqrt{\frac{1}{2}}\,(npn-nnp),$$

$$\Phi_{211}=\sqrt{\frac{1}{4}}\,\varphi_{011}\psi_{200}+\sqrt{\frac{3}{4}}\,\varphi_{1\frac{1}{2}\frac{1}{2}}\psi_{1\frac{1}{2}\frac{1}{2}},$$

$$\Phi_{210}=\sqrt{\frac{1}{4}}\,\varphi_{010}\psi_{200}+\sqrt{\frac{3}{8}}\,\varphi_{1\frac{1}{2}-\frac{1}{2}}\psi_{1\frac{1}{2}\frac{1}{2}}+\sqrt{\frac{3}{8}}\,\varphi_{1\frac{1}{2}\frac{1}{2}}\psi_{1\frac{1}{2}-\frac{1}{2}},$$

$$\Phi_{21-1}=\sqrt{\frac{1}{4}}\,\varphi_{01-1}\psi_{200}+\sqrt{\frac{3}{4}}\,\varphi_{1\frac{1}{2}-\frac{1}{2}}\psi_{1\frac{1}{2}-\frac{1}{2}},$$

$$\Phi_{200}=\sqrt{\frac{1}{2}}\,\varphi_{000}\psi_{200}-\sqrt{\frac{1}{4}}\,\varphi_{1\frac{1}{2}-\frac{1}{2}}\psi_{1\frac{1}{2}\frac{1}{2}}+\sqrt{\frac{1}{4}}\,\varphi_{1\frac{1}{2}\frac{1}{2}}\psi_{1\frac{1}{2}-\frac{1}{2}},$$

$$\Phi_{1\frac{3}{2}\frac{3}{2}}=\sqrt{\frac{1}{2}}\,\varphi_{011}\psi_{1\frac{1}{2}\frac{1}{2}}+\sqrt{\frac{1}{2}}\,\varphi_{1\frac{1}{2}\frac{1}{2}}\psi_{011},$$

$$\Phi_{1\frac{3}{2}\frac{1}{2}}=\sqrt{\frac{1}{3}}\,\varphi_{010}\psi_{1\frac{1}{2}\frac{1}{2}}+\sqrt{\frac{1}{6}}\,\varphi_{011}\psi_{1\frac{1}{2}-\frac{1}{2}}+\sqrt{\frac{1}{6}}\,\varphi_{1\frac{1}{2}-\frac{1}{2}}\psi_{011}$$
$$+\sqrt{\frac{1}{3}}\,\varphi_{1\frac{1}{2}\frac{1}{2}}\psi_{010},$$

$$\Phi_{1\frac{3}{2}-\frac{1}{2}}=\sqrt{\frac{1}{6}}\,\varphi_{01-1}\psi_{1\frac{1}{2}\frac{1}{2}}+\sqrt{\frac{1}{3}}\,\varphi_{010}\psi_{1\frac{1}{2}-\frac{1}{2}}+\sqrt{\frac{1}{3}}\,\varphi_{1\frac{1}{2}\frac{1}{2}}\psi_{010}$$
$$+\sqrt{\frac{1}{6}}\,\varphi_{1\frac{1}{2}\frac{1}{2}}\psi_{01-1},$$

$$\Phi_{1\frac{3}{2}-\frac{3}{2}}=\sqrt{\frac{1}{2}}\,\varphi_{01-1}\psi_{1\frac{1}{2}-\frac{1}{2}}+\sqrt{\frac{1}{2}}\,\varphi_{1\frac{1}{2}-\frac{1}{2}}\psi_{01-1},$$

$$\Phi_{1\frac{1}{2}\frac{1}{2}}=\sqrt{\frac{1}{8}}\,\varphi_{-1\frac{1}{2}\frac{1}{2}}\psi_{200}+\sqrt{\frac{1}{24}}\,\varphi_{011}\psi_{1\frac{1}{2}-\frac{1}{2}}-\sqrt{\frac{1}{48}}\,\varphi_{010}\psi_{1\frac{1}{2}\frac{1}{2}}$$
$$+\sqrt{\frac{9}{16}}\,\varphi_{000}\psi_{1\frac{1}{2}\frac{1}{2}}+\sqrt{\frac{1}{12}}\,\varphi_{1\frac{1}{2}\frac{1}{2}}\psi_{010}-\sqrt{\frac{1}{6}}\,\varphi_{1\frac{1}{2}-\frac{1}{2}}\psi_{011},$$

$$\Phi_{1\frac{1}{2}-\frac{1}{2}}=\sqrt{\frac{1}{8}}\,\varphi_{-1\frac{1}{2}-\frac{1}{2}}\psi_{200}-\sqrt{\frac{1}{24}}\,\varphi_{01-1}\psi_{1\frac{1}{2}\frac{1}{2}}+\sqrt{\frac{1}{48}}\,\varphi_{010}\psi_{1\frac{1}{2}-\frac{1}{2}}$$

$$+\sqrt{\frac{9}{16}}\varphi_{000}\psi_{1\frac{1}{2}-\frac{1}{2}}-\sqrt{\frac{1}{12}}\varphi_{1\frac{1}{2}-\frac{1}{2}}\psi_{010}+\sqrt{\frac{1}{6}}\varphi_{1\frac{1}{2}\frac{1}{2}}\psi_{01-1},$$

$$\Phi_{022}=\sqrt{\frac{3}{4}}\varphi_{011}\psi_{011}+\sqrt{\frac{1}{4}}\varphi_{1\frac{1}{2}\frac{1}{2}}\psi_{-1\frac{3}{2}\frac{3}{2}},$$

$$\Phi_{021}=\sqrt{\frac{3}{8}}\varphi_{010}\psi_{011}+\sqrt{\frac{3}{8}}\varphi_{011}\psi_{010}+\sqrt{\frac{1}{16}}\varphi_{1\frac{1}{2}-\frac{1}{2}}\psi_{-1\frac{3}{2}\frac{3}{2}}$$

$$+\sqrt{\frac{3}{16}}\varphi_{1\frac{1}{2}\frac{1}{2}}\psi_{-1\frac{3}{2}\frac{1}{2}},$$

$$\Phi_{020}=\sqrt{\frac{1}{8}}\varphi_{01-1}\psi_{011}+\sqrt{\frac{1}{2}}\varphi_{010}\psi_{010}+\sqrt{\frac{1}{8}}\varphi_{011}\psi_{01-1}$$

$$+\sqrt{\frac{1}{8}}\varphi_{1\frac{1}{2}-\frac{1}{2}}\psi_{-1\frac{3}{2}\frac{1}{2}}+\sqrt{\frac{1}{8}}\varphi_{1\frac{1}{2}\frac{1}{2}}\psi_{-1\frac{3}{2}-\frac{1}{2}},$$

$$\Phi_{02-1}=\sqrt{\frac{3}{8}}\varphi_{01-1}\psi_{010}+\sqrt{\frac{3}{8}}\varphi_{010}\psi_{01-1}+\sqrt{\frac{3}{16}}\varphi_{1\frac{1}{2}-\frac{1}{2}}\psi_{-1\frac{3}{2}-\frac{1}{2}}$$

$$+\sqrt{\frac{1}{16}}\varphi_{1\frac{1}{2}\frac{1}{2}}\psi_{-1\frac{3}{2}-\frac{3}{2}},$$

$$\Phi_{02-2}=\sqrt{\frac{3}{4}}\varphi_{01-1}\psi_{01-1}+\sqrt{\frac{1}{4}}\varphi_{1\frac{1}{2}-\frac{1}{2}}\psi_{-1\frac{3}{2}-\frac{3}{2}},$$

$$\Phi_{011}=\sqrt{\frac{1}{3}}\varphi_{1\frac{1}{2}\frac{1}{2}}\psi_{1\frac{1}{2}\frac{1}{2}}-\sqrt{\frac{1}{24}}\varphi_{010}\psi_{011}+\sqrt{\frac{1}{24}}\varphi_{011}\psi_{010}$$

$$+\sqrt{\frac{1}{2}}\varphi_{000}\psi_{011}-\sqrt{\frac{1}{16}}\varphi_{1\frac{1}{2}-\frac{1}{2}}\psi_{-1\frac{3}{2}\frac{3}{2}}+\sqrt{\frac{1}{48}}\varphi_{1\frac{1}{2}\frac{1}{2}}\psi_{-1\frac{3}{2}\frac{1}{2}},$$

$$\Phi_{010}=\sqrt{\frac{1}{6}}\varphi_{-1\frac{1}{2}-\frac{1}{2}}\psi_{1\frac{1}{2}\frac{1}{2}}+\sqrt{\frac{1}{6}}\varphi_{-1\frac{1}{2}\frac{1}{2}}\psi_{1\frac{1}{2}-\frac{1}{2}}-\sqrt{\frac{1}{24}}\varphi_{01-1}\psi_{011}$$

$$+\sqrt{\frac{1}{24}}\varphi_{011}\psi_{01-1}+\sqrt{\frac{1}{2}}\varphi_{000}\psi_{010}-\sqrt{\frac{1}{24}}\varphi_{1\frac{1}{2}-\frac{1}{2}}\psi_{-1\frac{3}{2}\frac{1}{2}}$$

$$+\sqrt{\frac{1}{24}}\varphi_{1\frac{1}{2}\frac{1}{2}}\psi_{-1\frac{3}{2}-\frac{1}{2}},$$

$$\Phi_{01-1}=\sqrt{\frac{1}{3}}\varphi_{-1\frac{1}{2}-\frac{1}{2}}\psi_{1\frac{1}{2}-\frac{1}{2}}-\sqrt{\frac{1}{24}}\varphi_{01-1}\psi_{010}+\sqrt{\frac{1}{24}}\varphi_{010}\psi_{01-1}$$

$$+\sqrt{\frac{1}{2}}\varphi_{000}\psi_{01-1}-\sqrt{\frac{1}{48}}\varphi_{1\frac{1}{2}-\frac{1}{2}}\psi_{-1\frac{3}{2}-\frac{1}{2}}+\sqrt{\frac{1}{16}}\varphi_{1\frac{1}{2}\frac{1}{2}}\psi_{-1\frac{3}{2}-\frac{3}{2}},$$

$$\Phi_{-1\frac{5}{2}\frac{5}{2}}=\varphi_{011}\psi_{-1\frac{3}{2}\frac{3}{2}},$$

$$\Phi_{-1\frac{5}{2}\frac{3}{2}}=\sqrt{\frac{2}{5}}\varphi_{010}\psi_{-1\frac{3}{2}\frac{3}{2}}+\sqrt{\frac{3}{5}}\varphi_{011}\psi_{-1\frac{3}{2}\frac{1}{2}},$$

$$\Phi_{-1\frac{5}{2}\frac{1}{2}}=\sqrt{\frac{1}{10}}\varphi_{01-1}\psi_{-1\frac{3}{2}\frac{3}{2}}+\sqrt{\frac{3}{5}}\varphi_{010}\psi_{-1\frac{3}{2}\frac{1}{2}}$$

$$+\sqrt{\frac{3}{10}}\varphi_{011}\phi_{-1\frac{3}{2}-\frac{1}{2}},$$

$$\Phi_{-1\frac{5}{2}-\frac{1}{2}}=\sqrt{\frac{3}{10}}\varphi_{01-1}\phi_{-1\frac{3}{2}\frac{1}{2}}+\sqrt{\frac{3}{5}}\varphi_{010}\phi_{-1\frac{3}{2}-\frac{1}{2}}+\sqrt{\frac{1}{10}}\varphi_{011}\phi_{-1\frac{3}{2}-\frac{3}{2}},$$

$$\Phi_{-1\frac{5}{2}-\frac{3}{2}}=\sqrt{\frac{3}{5}}\varphi_{01-1}\phi_{-1\frac{3}{2}-\frac{1}{2}}+\sqrt{\frac{2}{5}}\varphi_{010}\phi_{-1\frac{3}{2}-\frac{3}{2}},$$

$$\Phi_{-1\frac{5}{2}-\frac{5}{2}}=\varphi_{01-1}\phi_{-1\frac{3}{2}-\frac{3}{2}},$$

$$\Phi_{-1\frac{3}{2}\frac{3}{2}}=\sqrt{\frac{5}{8}}\varphi_{-1\frac{1}{2}\frac{1}{2}}\phi_{011}-\sqrt{\frac{3}{80}}\varphi_{010}\phi_{-1\frac{3}{2}\frac{3}{2}}+\sqrt{\frac{1}{40}}\varphi_{011}\phi_{-1\frac{3}{2}\frac{1}{2}}$$

$$+\sqrt{\frac{5}{16}}\varphi_{000}\phi_{-1\frac{3}{2}\frac{3}{2}},$$

$$\Phi_{-1\frac{3}{2}\frac{1}{2}}=\sqrt{\frac{5}{24}}\varphi_{-1\frac{1}{2}-\frac{1}{2}}\phi_{011}+\sqrt{\frac{5}{12}}\varphi_{-1\frac{1}{2}\frac{1}{2}}\phi_{010}-\sqrt{\frac{1}{40}}\varphi_{01-1}\phi_{-1\frac{3}{2}\frac{3}{2}}$$

$$-\sqrt{\frac{1}{240}}\varphi_{010}\phi_{-1\frac{3}{2}\frac{1}{2}}+\sqrt{\frac{1}{30}}\varphi_{011}\phi_{-1\frac{3}{2}-\frac{1}{2}}+\sqrt{\frac{5}{16}}\varphi_{000}\phi_{-1\frac{3}{2}\frac{1}{2}},$$

$$\Phi_{-1\frac{3}{2}-\frac{1}{2}}=\sqrt{\frac{5}{12}}\varphi_{-1\frac{1}{2}-\frac{1}{2}}\phi_{010}+\sqrt{\frac{5}{24}}\varphi_{-1\frac{1}{2}\frac{1}{2}}\phi_{01-1}-\sqrt{\frac{1}{30}}\varphi_{01-1}\phi_{-1\frac{3}{2}\frac{1}{2}}$$

$$+\sqrt{\frac{1}{240}}\varphi_{010}\phi_{-1\frac{3}{2}-\frac{1}{2}}+\sqrt{\frac{1}{40}}\varphi_{011}\phi_{-1\frac{3}{2}-\frac{3}{2}}+\sqrt{\frac{5}{16}}\varphi_{000}\phi_{-1\frac{3}{2}-\frac{1}{2}},$$

$$\Phi_{-1\frac{3}{2}-\frac{3}{2}}=\sqrt{\frac{5}{8}}\varphi_{-1\frac{1}{2}-\frac{1}{2}}\phi_{01-1}-\sqrt{\frac{1}{40}}\varphi_{01-1}\phi_{-1\frac{3}{2}-\frac{1}{2}}+\sqrt{\frac{3}{80}}\varphi_{010}\phi_{-1\frac{3}{2}-\frac{3}{2}}$$

$$+\sqrt{\frac{5}{16}}\varphi_{000}\phi_{-1\frac{3}{2}-\frac{3}{2}},$$

$$\Phi_{-222}=\varphi_{-1\frac{1}{2}\frac{1}{2}}\phi_{-1\frac{3}{2}\frac{3}{2}},$$

$$\Phi_{-221}=\sqrt{\frac{1}{4}}\varphi_{-1\frac{1}{2}-\frac{1}{2}}\phi_{-1\frac{3}{2}\frac{3}{2}}+\sqrt{\frac{3}{4}}\varphi_{-1\frac{1}{2}\frac{1}{2}}\phi_{-1\frac{3}{2}\frac{1}{2}},$$

$$\Phi_{-220}=\sqrt{\frac{1}{2}}\varphi_{-1\frac{1}{2}-\frac{1}{2}}\phi_{-1\frac{3}{2}\frac{1}{2}}+\sqrt{\frac{1}{2}}\varphi_{-1\frac{1}{2}\frac{1}{2}}\phi_{-1\frac{3}{2}-\frac{1}{2}},$$

$$\Phi_{-22-1}=\sqrt{\frac{3}{4}}\varphi_{-1\frac{1}{2}-\frac{1}{2}}\phi_{-1\frac{3}{2}-\frac{1}{2}}+\sqrt{\frac{1}{4}}\varphi_{-1\frac{1}{2}\frac{1}{2}}\phi_{-1\frac{3}{2}-\frac{3}{2}},$$

**表 2　分支比(I)**

| 三重子态 | $\Phi_{211}$ | $\Phi_{210}$ |
|---|---|---|
| 衰变方式 | $\Sigma^+pn$　$pp\Sigma^0$　$pp\Lambda$　$pn\Sigma^+$ | $\Sigma^0pn$　$np\Sigma^0$　$np\Lambda$　$nn\Sigma^+$　$pp\Sigma^-$　$pn\Sigma^0$　$pn\Lambda$ |
| 分支比 $R$ | 0.25　0.13　0.38　0.25 | 0.25　0.063　0.19　0.13　0.13　0.063　0.19 |
| 三重子态 | $\Phi_{21-1}$ | $\Phi_{200}$ |
| 衰变方式 | $\Sigma^-np$　$n\Sigma^-p$　$nn\Sigma^0$　$nn\Lambda$ | $\Lambda pn$　$np\Sigma^0$　$n\Lambda p$　$n\Sigma^+n$　$pp\Sigma^-$　$p\Sigma^0n$　$p\Lambda n$ |
| 分支比 $R$ | 0.25　0.25　0.13　0.36 | 0.50　0.042　0.13　0.08　0.08　0.042　0.13 |

$$\Phi_{-22-2} = \varphi_{-1\frac{1}{2}-\frac{1}{2}}\phi_{-1\frac{3}{2}-\frac{3}{2}}.$$

利用三重子三十五重态的波函数，计算了三重子态各种衰变方式的分支比．将其中超荷 $Y=1,2$ 的三重子态的分支比列于表 2—7.

**表 3 分支比（II）**

| 三重子态 | $\Phi_{1\frac{3}{2}\frac{3}{2}}$ | | | | | | $\Phi_{1\frac{3}{2}-\frac{3}{2}}$ | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 衰变方式 | $\Sigma^+p\Sigma^0$ | $\Sigma^+\Lambda p$ | $\Sigma^+\Sigma^+n$ | $p\Xi^0p$ | $p\Sigma^+\Sigma^0$ | $p\Lambda\Sigma^+$ | $\Sigma^-p\Sigma^-$ | $\Sigma^-\Sigma^0n$ | $\Sigma^-\Lambda n$ | $n\Xi^-n$ | $n\Sigma^0\Sigma^-$ | $n\Lambda\Sigma^-$ |
| 分支比 $R$ | 0.08 | 0.25 | 0.17 | 0.17 | 0.083 | 0.25 | 0.17 | 0.08 | 0.25 | 0.17 | 0.08 | 0.25 |

**表 4 分支比（III）**

| 三重子态 | $\Phi_{1\frac{3}{2}\frac{1}{2}}$ | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 衰变方式 | $\Sigma^0p\Sigma^0$ | $\Sigma^0\Lambda p$ | $\Sigma^0\Sigma^+n$ | $\Sigma^+p\Sigma^-$ | $\Sigma^+\Sigma^0n$ | $\Sigma^+\Lambda n$ | $n\Xi^0p$ |
| 分支比 $R$ | 0.056 | 0.17 | 0.11 | 0.056 | 0.028 | 0.083 | 0.056 |
| 衰变方式 | $n\Sigma^+\Sigma^0$ | $n\Lambda\Sigma^+$ | $p\Xi^-p$ | $p\Xi^0n$ | $p\Sigma^+\Sigma^-$ | $p\Lambda\Sigma^0$ | |
| 分支比 $R$ | 0.028 | 0.083 | 0.056 | 0.056 | 0.056 | 0.17 | |

**表 5 分支比（IV）**

| 三重子态 | $\Phi_{1\frac{3}{2}\frac{-1}{2}}$ | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 衰变方式 | $\Sigma^-p\Sigma^0$ | $\Sigma^-\Lambda p$ | $\Sigma^-\Sigma^+n$ | $\Sigma^0p\Sigma^-$ | $\Sigma^0\Sigma^0n$ | $\Sigma^0\Lambda n$ | $n\Xi^-p$ |
| 分支比 $R$ | 0.028 | 0.083 | 0.056 | 0.11 | 0.056 | 0.17 | 0.056 |
| 衰变方式 | $n\Xi^0n$ | $n\Sigma^+\Sigma^-$ | $n\Lambda\Sigma^0$ | $p\Xi^-n$ | $p\Sigma^0\Sigma^-$ | $p\Lambda\Sigma^-$ | |
| 分支比 $R$ | 0.056 | 0.056 | 0.17 | 0.056 | 0.028 | 0.083 | |

**表 6 分支比（V）**

| 三重子态 | $\Phi_{1\frac{1}{2}\frac{1}{2}}$ | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 衰变方式 | $\Xi^0pn$ | $\Sigma^+p\Sigma^-$ | $\Sigma^+\Sigma^0n$ | $\Sigma^+\Lambda n$ | $\Sigma^0p\Sigma^0$ | $\Sigma^0\Lambda p$ | $\Sigma^0\Sigma^+n$ | $\Lambda p\Sigma^0$ | $\Lambda\Lambda p$ |
| 分支比 $R$ | 0.13 | 0.014 | 0.0069 | 0.021 | 0.0035 | 0.01 | 0.0069 | 0.094 | 0.28 |
| 衰变方式 | $\Lambda\Sigma^+n$ | $p\Xi^-p$ | $p\Xi^0n$ | $p\Sigma^+\Sigma^-$ | $n\Xi^0p$ | $n\Sigma^+\Sigma^0$ | $n\Lambda\Sigma^+$ | $p\Lambda\Sigma^0$ | |
| 分支比 $R$ | 0.19 | 0.014 | 0.014 | 0.014 | 0.056 | 0.028 | 0.083 | 0.042 | |

**表 7 分支比（VI）**

| 三重子态 | $\Phi_{1\frac{1}{2}\frac{-1}{2}}$ | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 衰变方式 | $\Xi^-pn$ | $\Sigma^-p\Sigma^0$ | $\Sigma^-\Lambda p$ | $\Sigma^-\Sigma^+n$ | $\Sigma^0p\Sigma^-$ | $\Sigma^0\Sigma^0n$ | $\Sigma^0\Lambda n$ | $\Lambda p\Sigma^-$ | $\Lambda\Sigma^0n$ |
| 分支比 $R$ | 0.13 | 0.0069 | 0.021 | 0.014 | 0.0069 | 0.0035 | 0.01 | 0.19 | 0.094 |
| 衰变方式 | $\Lambda\Lambda n$ | $n\Xi^-p$ | $n\Xi^0n$ | $n\Sigma^+\Sigma^-$ | $n\Lambda\Sigma^0$ | $p\Xi^-n$ | $p\Sigma^0\Sigma^-$ | $p\Lambda\Sigma^-$ | |
| 分支比 $R$ | 0.28 | 0.014 | 0.014 | 0.014 | 0.042 | 0.056 | 0.028 | 0.083 | |

## 四、三重子的质量及对三重子态的预言

在三十五重态中三重子的质量劈裂遵从 Gell-Mann-Okubo 质量公式

$$M_{YI} = M_0 + aY + b\left[I(I+1) - \frac{Y^2}{4}\right] \tag{3}$$

式中 $I$ 和 $Y$ 分别为同位旋和超荷量子数，$M_0$，$a$ 和 $b$ 对每一给定的多重态均为常数．由(3)式得到三重子三十五重态中各超荷-同位旋多重态的质量关系是

$$\begin{aligned}
&M_{3\frac{3}{2}} + M_{1\frac{3}{2}} = 2M_{21},\\
&3(M_{21} - M_{20}) = 2(M_{1\frac{3}{2}} - M_{1\frac{1}{2}}),\\
&3(M_{20} + M_{02}) = 4M_{1\frac{3}{2}} + 2M_{1\frac{1}{2}},\\
&4(M_{1\frac{3}{2}} - M_{1\frac{1}{2}}) = 3(M_{02} - M_{01}),\\
&4(M_{1\frac{1}{2}} + M_{-1\frac{5}{2}}) = 5M_{02} + 3M_{01},\\
&5(M_{02} - M_{01}) = 4(M_{-1\frac{5}{2}} - M_{-1\frac{3}{2}}),\\
&M_{01} + M_{-22} = 2M_{-1\frac{3}{2}}.
\end{aligned}$$

三重子三十五重态的波函数给出 $^3$He 和 $^3$H 的超荷、同位旋、同位旋第三分量的量子数分别为

$Y = 3, I = \frac{1}{2}$，$I_3 = \frac{1}{2}$；和 $Y = 3, I = \frac{1}{2}$，$I_3 = \frac{-1}{2}$．也就是 $^3$He 和 $^3$H 构成同位旋为 $\frac{1}{2}$ 的二重态．由 Gell-Mann-Okubo 质量公式可以看出，$^3$He 和 $^3$H 的质量应该相同．实验上测定的 $^3$He 和 $^3$H 的质量[7]为

$$M_{^3\mathrm{He}} = 2808 \cdot 4183\mathrm{MeV},$$
$$M_{^3\mathrm{H}} = 2808 \cdot 9438\mathrm{MeV}.$$

这说明实验上测出的 $^3$He 和 $^3$H 的质量，相差很小，基本上可以看作是相同的．因此，对于 $^3$He 和 $^3$H 的质量，三重子三十五重态的结果与实验是一致的．从而得到 $^3$He 和 $^3$H 填入三十五重态是合适的．由于实验上[7]测到 $^3$He 和 $^3$H 的自旋和宇称为 $\frac{1}{2}^+$，根据群论多重态理论可知，三十五重态的自旋和宇称也是 $\frac{1}{2}^+$

从表 2—7 的分支比看出，质量在 2809 MeV 以上，可能的三重子系统有 $\Lambda pn$、$pp\Lambda$、$nn\Lambda$、$\Sigma^- np$、$\Sigma^+ pn$、$\Lambda\Lambda p$ 和 $\Lambda\Lambda n$．其中最有希望的三重子系统是 $\Lambda pn$，因为在 $\Phi_{200}$ 态，$\Lambda pn$ 道的分支比为 50%(见表 2)．我们迫切希望作这方面的实验工作，用以检验三重子三十五重态的理论．

## 参　考　文　献


[1] M. Gell-Mann, *Phys. Rev.*, **125**(1962), 1067; Y. Neeman, *Nucl. Phys.*, **26**(1961), 222.

[2] R. J. Oakes, *Phys. Rev.*, **131**(1963), 2239.

[3] Shu-Qin XIE, Qi-Ren ZHANG, *Phys. Lett.*, **143B**(1984), 441.

[4] 谢淑琴，张启仁，高能物理与核物理，**9**(1985)，483.

[5] 张禹顺、李扬国、王潍潍、陈晓天、阮图南，高能物理与核物理，**5**(1981)，521.
[6] D. B. Lichtenberg, "*Unitary Symmetry and Elementary Particles*", Academic Press INC. (1978).
[7] S. Fiarman S. S. Hanna, *Nucl. Phys.*, **A251**(1975), I.

# AN $SU(3)$ SYMMETRY IN THE TRIBARYON SYSTEM

Xie Shugin Zhang Qiren
*(Peking University, Beijing)*

## Abstract

The possibility that the tribaryons including $^3$He and $^3$H belong to an $SU(3)\,\overline{35}$ dimensional irreducible representation is suggested. We calculate the wave functions and the branching ratios of the 35-plet of the tribaryons. The mass relations of the tribaryons in multiplet are obtained. The possible tribaryon states are predicted.