

快报

# $\Lambda N$ 相互作用与超核 ${}_{\Lambda}^{40}\text{Ca}$

宁平治

(南开大学, 天津)

### 摘 要

对超核  ${}_{\Lambda}^{40}\text{Ca}$  两个主要置换态的能级位置、能量差以及  $\Lambda N$  相互作用诸参数对上述能级位置和能量差的影响进行了计算和分析。用较严格的扭曲波冲量近似对产生超核  ${}_{\Lambda}^{40}\text{Ca}$  的  $(K^-, \pi^-)$  反应截面进行了计算, 分析了  $\Lambda N$  相互作用各成分对零度反应截面的影响。结果表明, 作者以前用于分析  $1p$  壳层超核的  $\Lambda N$  相互作用基本上适用于描述中重超核  ${}_{\Lambda}^{40}\text{Ca}$  的结构和相关的奇异交换反应, 只是有心项强度参数需由 0.99 减至 0.78。

近年来通过对  $1p$  壳层超核的研究, 已经得到几种较可靠的唯象  $\Lambda N$  相互作用<sup>[1-4]</sup>。特别是文献 [4] 使用的  $\Lambda N$  相互作用具有形式简单、易于调参、普适性较强的优点。能否用文献 [4] 给出的适用于  $A \leq 16$  超核的  $\Lambda N$  相互作用对中重超核的结构和有关的  $(K^-, \pi^-)$  反应作出合理的解释? 该  $\Lambda N$  相互作用各项参数的变化对结构计算和反应计算结果的影响如何? 能否用与文献 [4] 相同的参数来描述中重超核? 如果不能, 需要对参数作哪些必要的修正? 尝试给出上述问题的初步答案是本工作的目的。

${}_{\Lambda}^{40}\text{Ca}$  作为典型的中重超核已有几组可靠的实验数据可供理论分析<sup>[1]</sup>。在  ${}_{\Lambda}^{40}\text{Ca}$  能谱中可明显分辨出四个共振峰。已可肯定, 其中最重要的两个特征峰对应于下述两个置换态:  $(1d_{5/2}, 1d_{5/2})_{\Lambda N}$  和  $(1d_{3/2}, 1d_{3/2})_{\Lambda N}$ 。这两个态的能量  $E_{1d_{5/2}}$  和  $E_{1d_{3/2}}$  以及二者之间的能量间隔  $\Delta E$  反映  ${}_{\Lambda}^{40}\text{Ca}$  能谱的基本特征。采用弱耦合粒子——穴谐振子壳模型波函数计算了  $E_{1d_{5/2}}$ 、 $E_{1d_{3/2}}$  和  $\Delta E$ 。谐振子参数为  $\nu = 0.28\text{fm}$ 。  $\Lambda N$  二体矩阵元

$$M = \langle n'l'j'(A) \otimes J_0 \alpha(^{39}\text{Ca}); J | V_{\Lambda N} | nlj(A) \otimes J_0 \alpha'(^{39}\text{Ca}); J \rangle \quad (1)$$

的计算方法参见文献 [6]。上式中  $\alpha$  表示核芯  ${}^{39}\text{Ca}$  除总角动量  $J_0$  以外的其他量子数。计算中采用的  $\Lambda N$  相互作用具有以下形式

$$v_{\Lambda N} = \alpha v_c(r)(1 - \varepsilon + \varepsilon \mathbf{P}_x)(1 + \eta \boldsymbol{\sigma}_N \cdot \boldsymbol{\sigma}_\Lambda) + \beta v_{so}(r) \mathbf{l} \cdot \mathbf{S} + \gamma v_T(r) S_{12}, \quad (2)$$

其中  $\mathbf{P}_x$  为交换算符,  $\varepsilon$  和  $\eta$  为常数参数。有心项、自旋轨道耦合项和张量项的径向函数  $v_c(r)$ 、 $v_{so}(r)$  和  $v_T(r)$  分别为

$$v_c(r) = a_c Y(r/R_1) + b_c Y(r/R_2), \quad (3)$$

$$v_{so}(r) = a_{so} Y(r/R_1) + b_{so} Y(r/R_2), \quad (4)$$

$$v_T(r) = a_T r^2 Y(r/R_1) + b_T r^2 Y(r/R_2). \quad (5)$$

在以上三式中,  $Y(x) = \exp(-x)/x$ ,  $R_1 = 0.25\text{fm}$ ,  $R_2 = 0.40\text{fm}$ .  $a_c, b_c, a_{s0}, b_{s0}, a_T$  和  $b_T$  分别为各项的强度系数. 在 (2) 式中,  $\alpha, \beta$  和  $\gamma$  分别为有心项、自旋轨道耦合项和张量项的标度因子,  $S_{12}$  是通常的张量算符.

为了考察 AN 有效相互作用各种成份对计算结果的影响, 在计算中对 (2) 式的  $\varepsilon, \eta, \alpha, \beta$  和  $\gamma$  五个参数的取值寻找到一个合理的范围, 在这个范围内适当改变这些参数值来计算相应的置换态能量. 计算结果见表 1 至表 4. 表 1 主要考察  $\varepsilon$  和  $\alpha$  参数的影响, 未加入张量项 ( $\gamma = 0$ ),  $\eta$  参数固定为  $\eta = -0.1$ . 表 2 主要考察  $\eta$  和  $\alpha$  参数的影响,  $\varepsilon$  和  $\gamma$  参数取固定值:  $\varepsilon = 0.2, \gamma = 0$ . 表 3 主要考察  $\beta$  和  $\alpha$  参数的影响, 计算中取  $\varepsilon = 0.2, \eta = -0.1, \gamma = 0$ . 表 4 主要考察  $\gamma$  参数的影响, 计算中取  $\varepsilon = 0.2, \eta = -0.1$ . 对于  ${}^{40}\text{Ca}$  超核, 两个置换态  $(1d_{5/2}, 1d_{5/2})_{AN}$  和  $(1d_{3/2}, 1d_{3/2})_{AN}$  能量差  $\Delta E$  的实验值约为  $6\text{MeV}$ . 由表 1 至表 4 的结果可以看出, 由所寻找到的各参数取值范围计算出的  $\Delta E$  值能够覆盖  $\Delta E$  的实验值. 在各表给定的范围内, 参数  $\varepsilon, \eta$  和  $\gamma$  的增加将使  $\Delta E$  值增加, 亦即使两个置换态能级位置彼此远离, 参数  $\beta$  的影响则相反. 此外, 张量项标度因子  $\gamma$  对  $\Delta E$  计算结果十分敏感. 与文献 [4] 确定的  $v_{AN}$  参数相比较可以得到初步结论: 文献 [4] 中用于轻超核 ( $A \leq 16$ ) 的  $v_{AN}$  参数基本上适用于中重超核  ${}^{40}\text{Ca}$  的结构计算.

表 1

$\alpha$	0.92	0.84	0.78	0.72	0.67
$\varepsilon$	0.6	0.4	0.2	0.0	-0.2
$E_{1d_{5/2}}(\text{MeV})$	6.51	5.91	5.23	4.78	4.34
$E_{1d_{3/2}}(\text{MeV})$	0.50	0.12	-0.40	-0.71	-1.03
$\Delta E(\text{MeV})$	6.01	5.79	5.63	5.49	5.37

表 2

$\alpha$	0.76	0.77	0.78	0.79	0.80
$\eta$	-0.5	-0.3	-0.1	0.0	0.3
$E_{1d_{5/2}}(\text{MeV})$	4.60	4.76	5.23	5.42	6.53
$E_{1d_{3/2}}(\text{MeV})$	-0.70	-0.50	-0.40	-0.50	-0.46
$\Delta E(\text{MeV})$	5.30	5.26	5.63	5.92	6.99

表 3

$\alpha$	0.82	0.80	0.78	0.76	0.74
$\beta$	1.0	0.5	0.0	-0.5	-1.0
$E_{1d_{5/2}}(\text{MeV})$	4.40	4.62	5.48	6.71	7.93
$E_{1d_{3/2}}(\text{MeV})$	0.81	0.03	-0.81	-1.66	-2.53
$\Delta E(\text{MeV})$	3.59	4.59	6.29	8.37	10.46

1-4)

能  
关的  
应计  
要对

能谱  
置换  
之间  
波函

(1)

子数.

(2)

函数

(3)

(4)

表 4

$\alpha$	0.78	0.78	0.78	0.78	0.78
$\gamma$	1.0	0.5	0.0	-0.5	-1.0
$E_{1d_{3/2}}(\text{MeV})$	4.92	5.04	5.23	5.48	5.80
$E_{1d_{5/2}}(\text{MeV})$	-1.63	-0.98	-0.40	0.11	0.55
$\Delta E(\text{MeV})$	6.55	6.02	5.63	5.37	5.25

对  $^{40}\text{Ca}(K^-, \pi^-)^{40}\text{Ca}$  反应微分截面的计算是在扭曲波冲量近似 (DWIA) 的框架下进行的。  $K^-$  和  $\pi^-$  介子扭曲波  $\chi^{(\pm)}(r)$  是由求解下述方程得到的<sup>[1]</sup>:

$$\left[ \nabla_r^2 + \frac{\hat{L}^2}{\hbar^2 r^2} + k^2 - 2E'(U_N + U_c) \right] \chi^{(\pm)}(r) = 0 \quad (6)$$

其中核光学势  $U_N$  是由介子与核子弹性散射两体  $t$  矩阵经折迭积分得出的。  $(K^-, \pi^-)$  反应微分截面为

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{[J_f]} \sum_{M_i M_f} \left( \frac{2\pi}{\hbar c} \right)^4 \frac{k_\pi}{k_K} \frac{\Pi E}{E_0^2} |T_{if}|^2 \quad (7)$$

其中  $\Pi E$  表示参与反应的四个粒子 ( $K^-$ ,  $\pi^-$ ,  $^{40}\text{Ca}$ ,  $^{40}\text{Ca}$ ) 能量的乘积。  $T_{if}$  为跃迁矩阵元, 其中包含元过程  $K^- + n \rightarrow \pi^- + \Lambda$  的两体  $t$  矩阵和  $^{40}\text{Ca}$  的结构信息, 以及由方程 (6) 解出的扭曲波  $\chi^{(\pm)}(r)$ 。

由于在  $^{40}\text{Ca}$  能谱中存在一个很靠近  $(1d_{5/2}, 1d_{5/2})_{AN}$  态的  $(2s_{1/2}, 2s_{1/2})_{AN}$  态, 且实验数据具有约 3MeV 的能量弥散, 这两个态对应的截面共振峰将有所重叠, 其中心位置分别为  $B_\Lambda = 5.23\text{MeV}$  和  $B_\Lambda = 4.52\text{MeV}$ , 这里  $B_\Lambda$  是  $\Lambda$  粒子束缚能。 所以截面计算是对包含  $2s_{1/2}$  态在内的三个态进行的。

对于 16 组选定的  $AN$  相互作用参数分别计算了对应于  $1d_{5/2}$ 、 $2s_{1/2}$  和  $1d_{3/2}$  三个态的零度微分截面, 计算结果如表 5 所示。 由于实验能谱数据具有一定能量弥散, 为比较起见, 对表 5 中各态对应的截面值用宽度为 3.8MeV 的高斯函数进行了折迭, 能量间隔为 0.5MeV。 折迭后的截面为  $d\sigma/d\Omega/dE$ 。 这时对应原  $1d_{5/2}$  态的共振峰已包含  $2s_{1/2}$  态的贡献。 将这个峰值与  $1d_{3/2}$  态的共振峰值之比定义为  $R$ 。  $R$  的实验值约为 2。 表 5 中最后一列给出不同  $AN$  相互作用参数下计算出的  $R$  值。

在表 5 中, 第一行至第三行给出  $\varepsilon$  和  $\alpha$  参数对各态截面和  $R$  值的影响, 计算中取  $\eta = -0.1$  且未包含张量项, 即  $\gamma = 0$ 。 第四行至第六行给出  $\eta$  和  $\alpha$  参数对各态截面和  $R$  值的影响, 计算中取  $\varepsilon$  和  $\gamma$  参数分别为 0.2 和 0。 第七行至第十一行给出  $\beta$  和  $\alpha$  参数对各态截面和  $R$  值的影响, 计算中取  $\varepsilon = 0.2$ ,  $\eta = -0.1$ ,  $\gamma = 0$ 。 第十二行至第十六行给出  $\gamma$  参数对各态截面和  $R$  值的影响, 计算中取  $\varepsilon = 0.2$ ,  $\eta = -0.1$ ,  $\alpha = 0.78$ 。

从整个计算结果可以看出, 第一、在参数  $\varepsilon$ 、 $\eta$ 、 $\alpha$ 、 $\beta$ 、 $\gamma$  所选定的数值范围内, 实验  $R$  值落在相应的理论  $R$  值变化范围之内; 第二、随各参数的增加, 一般趋势是使理论  $R$  值增加, 亦即使  $1d_{5/2}$  态的截面峰值比  $1d_{3/2}$  态的截面峰值增高。 第三、对入射动量为 790 MeV/c 的  $^{40}\text{Ca}(K^-, \pi^-)^{40}\text{Ca}$  反应, 通过符合实验  $R$  值而定出的各组  $v_{AN}$  参数中可以找到一组参数与文献 [4] 对  $A \leq 16$  超核使用的  $AN$  相互作用参数基本相同, 只是有心

项对献进

方

[1]

[2]

[3]

[4]

[5]

[6]

表 5

零度微分截面 (mb/sr)	$\frac{d\sigma}{d\Omega}(0^\circ)[1d_{3/2}]$	$\frac{d\sigma}{d\Omega}(0^\circ)[2s_{1/2}]$	$\frac{d\sigma}{d\Omega}(0^\circ)[1d_{3/2}]$	R
$U_{AN}$ 参数				
$\varepsilon = -0.2, \alpha = 0.67$	0.9779	0.2774	0.7754	1.588
$\varepsilon = 0.2, \alpha = 0.78$	1.081	0.3228	0.7152	1.924
$\varepsilon = 0.6, \alpha = 0.92$	1.204	0.3485	0.6406	2.292
$\eta = -0.5, \alpha = 0.76$	0.9010	0.1185	1.088	1.064
$\eta = -0.1, \alpha = 0.78$	1.081	0.3228	0.7152	1.924
$\eta = 0.3, \alpha = 0.80$	1.234	0.4563	0.4379	3.348
$\beta = -1.0, \alpha = 0.74$	1.367	0.0531	0.7445	1.844
$\beta = -0.5, \alpha = 0.76$	1.320	0.0800	0.7419	1.829
$\beta = 0.0, \alpha = 0.78$	1.186	0.2115	0.7242	1.891
$\beta = 0.5, \alpha = 0.80$	1.236	0.1995	0.6665	2.060
$\beta = 1.0, \alpha = 0.82$	1.620	0.0149	0.4524	3.860
$\gamma = -1.0, \alpha = 0.78$	1.006	0.0813	1.027	1.030
$\gamma = -0.5, \alpha = 0.78$	1.089	0.1616	0.8667	1.411
$\gamma = 0.0, \alpha = 0.78$	1.081	0.3228	0.7152	1.924
$\gamma = 0.5, \alpha = 0.78$	0.9359	0.6046	0.5803	2.586
$\gamma = 1.0, \alpha = 0.78$	0.5946	0.9612	0.4668	3.285

项强度的标度因子  $\alpha$  须由 0.99 (对  ${}_{1}^{16}\text{O}$ ) 或 1.0 (对  ${}_{1}^{12}\text{C}$ ) 减小到 0.78 (对  ${}_{1}^{40}\text{Ca}$ )。所以, 从对  ${}_{1}^{40}\text{Ca}$  超核的结构计算和反应过程计算, 我们可以初步得出结论: 除  $\alpha$  值应减小外, 文献 [4] 对轻超核 ( $A \leq 16$ ) 所采用的  $v_{AN}$  各参数基本上都适合于描述中重超核  ${}_{1}^{40}\text{Ca}$ 。进一步的工作是用这种  $v_{AN}$  全面研究  ${}_{1}^{40}\text{Ca}$  的各种性质并扩展到其他中重超核。

对 D. Halderson 博士与作者的有益讨论以及美国西密执安大学计算中心所提供的方便谨致谢意。

## 参 考 文 献

- [1] C. B. Dover and G. E. Walker, *Phys. Rep.*, **89**(1982), 101.
- [2] E. H. Auerbach et al., *Ann. Phys. (N. Y.)*, **148**(1983), 381.
- [3] D. J. Millener et al., *Phys. Rev.*, **C31**(1985), 449.
- [4] D. Halderson and P. Ning (宁平治), *Nucl. Phys.*, **A450**(1986), 319c.
- [5] R. A. Eisenstein and G. A. Miller, *PIRK, Comp. Phys. Comm.*, **8**(1974), 130.
- [6] D. Halderson, *Phys. Rev.*, **C30**(1984), 941.

## THE $\Lambda N$ INTERACTION AND THE HYPERNUCLEUS ${}_{\Lambda}^{40}\text{Ca}$

NING PING-ZHI

(Nankai University, Tianjin)

### ABSTRACT

Calculations have been performed for the energy separation of the two major substitutional states of the hypernucleus  ${}_{\Lambda}^{40}\text{Ca}$ . The  $(K^-, \pi^-)$  cross sections are calculated in the framework of the distorted-wave impulse approximation. Information about the  $\Lambda N$  interaction is then extracted, particularly, on the effects of the strength parameters on cross sections. The result shows that the  $\Lambda N$  interaction adopted previously for the  $1p$  shell hypernuclei might be suitable to use for the  $(K^-, \pi^-)$  reaction in which medium heavy hypernucleus  ${}_{\Lambda}^{40}\text{Ca}$  are produced, but the value for the strength parameter of the central potential has to be changed from 0.99 to 0.78.

重  
这

有  
子  
果  
数

时  
有  
同,  
变

不  
做

在  
相

系  
数

本