

的点落在
方法的不
研究。我
会下降),
给出上述

具有 1^+ 、 3^+ 带的转动区偶偶核的 相互作用玻色子模型

曾家刚 廖继志

(四川大学)

摘 要

本文在 s, d IBM 的 $SU(3)$ 极限下, 考虑了八极态, 并对二准粒子激发作类玻色子处理, 得到了非简并的 1^+ 、 3^+ 带. 导出了能谱的解析表达式. 对转动区中八种原子核的能谱的计算结果与实验值符合得相当好.

物理所内部

一、引 言

s, d IBM 的 $SU(3)$ 极限在解释转动区偶偶核的四极态低激发能谱方面取得了很大的成功^[1]. 但是它不能产生出正宇称奇 K 带, 如 1^+ 带, 3^+ 带, 这些带可能起源于准粒子激发或 g 玻色子自由度^[2]. 因为它们的带头能级的激发能已达到二准粒子激发能量的数量级. 引入 g 玻色子^[3-6], 在 $SU(3)$ 极限下, 其能谱公式不变, 但表示空间扩大了, 出现了简并的 1^+ 、 3^+ 带.

对于转动区偶偶核的八极集体态, A. Arima 和 F. Iachello^[1] 考虑了 $N-1$ 个 (sd) 玻色子和一个 f 玻色子组成的系统, 在相互作用强度 y_{2f} 和玻色子总数 N 趋于无穷大的极限情形下, 给出了能谱的解析式, 但是没有对具体的核进行计算.

根据 A. Arima 等^[1,7,8] 关于八极态和二准粒子态的相互作用玻色子模型的讨论, 本文在 s, d IBM 的 $SU(3)$ 极限下, 考虑二准粒子激发的类 g 玻色子处理, 以产生不简并的 1^+ 、 3^+ 带; 也考虑 $N-1$ 个 (sd) 玻色子和一个 f 玻色子的体系以处理负宇称带. 我们计算了有 1^+ 、 3^+ 带的八种原子核的能谱, 并与实验能谱进行了比较, 结果是相当满意的.

二、哈密顿量和能谱公式

我们把二准粒子激发态作为类玻色子激发处理, 其玻色子算符为:

$$g_m^\dagger = \sum_{m_1, m_2} \alpha_{i_1 m_1}^\dagger \alpha_{i_2 m_2}^\dagger \langle i_1 m_1 i_2 m_2 | l m \rangle, \quad (1)$$

本文 1986 年 2 月 7 日收到.

ON

E) [ϵ_p /
rimental
(A, E)
) incre-
rably.

其中 $\alpha^+(\alpha)$ 为准粒子的产生(湮灭)算符。为了使讨论简单、明确,并统一地处理 1^+ 、 3^+ 及 4^+ 带,我们选取角动量 $l=4$, 字称为正的类 g 玻色子(一般地,还应考虑具有其它 l 值的类玻色子),用耦合方法,与基态带相互作用来产生出非简并的 1^+ 、 3^+ 带。

对于八极态,由于 f 玻色子能态较高,数个玻色子同时占据 f 能态的机会较小,我们可以只考虑 $n_f=1$ 的情形。

为了同时考虑四极态, 1^+ 、 3^+ 带和八极态的能谱,我们假设,除了 $l^{\kappa}=0^+(s)$ 和 $2^+(d)$ 玻色子外,实际费米子对中可以有—对耦合成 $l^{\kappa}=3^-(f)$ 玻色子,或者激发成两个准粒子,然后又重新耦合成 $l^{\kappa}=4^+$ 的类 g 玻色子。于是可以认为,系统有三种组态:(1) N 个玻色子都处于 (sd) 玻色子态,这对应于通常的四极态。(2) 一个 f 玻色子和 $N-1$ 个 (sd) 玻色子的状态,这对应于八极态。(3) 一个类 g 玻色子和 $N-1$ 个 (sd) 玻色子的状态,这对应于奇 K 正宇称态。若不考虑三种组态的混合,体系的哈密顿量具有 $U(6)\otimes U(7)\otimes U(9)$ 群的对称性。在 $SU(3)$ 极限下,考虑哈密顿量:

$$H = H_d + \epsilon_l + [y'_{2l}/(2l+1)]^{\frac{1}{2}}[N + y''_{1l}[(b_l^\dagger b_l)^{(1)}L^{(1)}]^{(0)} + y_{2l}[(b_l^\dagger b_l)^{(2)}Q^{(2)}]^{(0)} + \delta(L \cdot L)^2, \quad (2)$$

其中 H_d 为核心 ($N-1$ 个 (sd) 玻色子)的哈密顿量:

$$H_d = -\kappa Q^{(2)} \cdot Q^{(2)} - \kappa' L^{(1)} \cdot L^{(1)}. \quad (3)$$

ϵ_l 是 l^{κ} (类)玻色子的能量, y'_{2l} , y''_{1l} , y_{2l} 为参量 $L^{(1)}$, $Q^{(2)}$ 是 $SU(3)$ 群生成元, $b_l^\dagger(b_l)$ 是 l^{κ} (类)玻色子的产生(湮灭)算符, $\delta(L \cdot L)^2$ 项是为了与实验能谱更好地符合,而引入的修正项, L 是系统的总角动量算符。 $l=3$, 相应于组态(2); $l=4$, 相应于组态(3)。

在 $N \rightarrow \infty$, $y_{2l} \rightarrow \infty$ 的极限情形下,可以得到能谱的解析表示式。为此,将体系的波函数写为^[1]:

$$\phi(K_l LM) = \sum_R \left(\frac{2R+1}{2L+1} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{2}{1+\delta_{K,0}} \right)^{\frac{1}{2}} \langle lK_l R 0 | LK_l \rangle \cdot |(\lambda = 2N-2, \mu=0)K=0R; l; LM\rangle. \quad (4)$$

归一化条件为:

$$\sum_R \left(\frac{2R+1}{2L+1} \right) \left(\frac{2}{1+\delta_{K,0}} \right) \langle lK_l R 0 | LK_l \rangle^2 = 1, \quad (5)$$

其中 $K_l = l, l-1, \dots, 0$, 相当于角动量在对称轴上的投影。在上述极限情形下, H 在 $\phi(K_l LM)$ 中是对角的。下面求 H 的期待值。利用当 $N \rightarrow \infty$ 时 $Q^{(2)}$ 的约化矩阵元公式^[1]:

$$\begin{aligned} & \langle (\lambda = 2N-2, \mu=0)K=0R' \| Q^{(2)} \| (\lambda = 2N-2, \mu=0)K=0R \rangle \\ & = (2R+1)^{\frac{1}{2}} \langle R 0 2 0 | R' 0 \rangle \frac{1}{\sqrt{8}} (4N-1), \end{aligned} \quad (6)$$

矩阵元公式:

$$\begin{aligned} & \langle [N-1](\lambda'' \mu'')K''L''; l; LM | [(b_l^\dagger b_l)^{(2)}Q^{(2)}]^{(0)} | [N-1](\lambda' \mu')K'L'; l; LM \rangle \\ & = (-1)^{l+L+L'} \begin{Bmatrix} L'' & l & L \\ l & L' & 2 \end{Bmatrix} \langle [N-1](\lambda' \mu')K''L'' \| Q^{(2)} \| [N-1](\lambda' \mu')K'L' \rangle \\ & \cdot \langle l | [(b_l^\dagger b_l)^{(2)}] | l \rangle \delta_{\lambda'' \lambda'} \delta_{\mu'' \mu'}, \end{aligned} \quad (7)$$

以及

和 d

其中

(9)式

其中

 $\langle l | (b$

其中

能谱。

注区和

由

带的理

参

属

大,

理 $1^+, 3^+$
有其它 l

交小, 我们

和 $2^+(d)$
两个准粒
子: (1) N
和 $N-1$
 d 玻色子
质量具有

(2)

(3)

元, $b_i^\dagger(b_i)$
地符合, 而
且应于组态

, 将体系的

(4)

(5)

形下, H 在
化矩阵元公

R

(6)

$L'; l; LM$

L'

(7)

以及恒等式:

$$\sum_R \left(\frac{2R+1}{2L+1} \right) \langle lK_l R 0 | lK_l \rangle^2 R(R+1) = L(L+1) + l(l+1) - 2K_l^2, \quad (8)$$

和 $\phi(K_l LM)$ 的归一化条件(5), 可以求得 H 在 $\phi(K_l LM)$ 中的期待值:

$$\begin{aligned} E(K_l LM) = & \left(\frac{3}{4} \kappa - \kappa' \right) [L(L+1) + l(l+1) - 2K_l^2] \\ & - \kappa C(\lambda = 2N - 2, \mu = 0) + \varepsilon_l \\ & + [\gamma_{2l} / (2l+1)^{\frac{1}{2}}] N - \gamma_{ii}'' \frac{\langle l \| (b_i^\dagger b_i)^{(2)} \| l \rangle}{[l(l+1)(2l+1)]^{\frac{1}{2}}} [l(l+1) - K_l^2] \\ & + \gamma_{2l} \frac{(4N-1) \langle l \| (b_i^\dagger b_i)^{(2)} \| l \rangle}{[l(l+1)(2l-1)(2l+1)(2l+3) \cdot 8]^{\frac{1}{2}}} \\ & \cdot [3K_l^2 - l(l+1)] + \delta L^2(L+1)^2, \end{aligned} \quad (9)$$

其中

$$C(\lambda, \mu) = \lambda^2 + \mu^2 + \lambda\mu + 3(\lambda + \mu). \quad (10)$$

(9)式可改写成:

$$E(K_l LM) = \alpha L(L+1) + \beta_l K_l^2 + \gamma_l + \delta L^2(L+1)^2, \quad (11)$$

其中 $\alpha = \frac{3}{4} \kappa - \kappa'$, β_l 和 γ_l 是由 $l, \kappa, \kappa', \varepsilon_l, \gamma_{2l}, \gamma_{ii}'', \gamma_{2l}$ 和 N 决定的参量. 矩阵元

$\langle l \| (b_i^\dagger b_i)^{(2)} \| l \rangle$ 和 $\langle l \| (b_i^\dagger b_i)^{(2)} \| l \rangle$ 是常数, 可分别吸收进 γ_{ii}'' 和 γ_{2l} 中去.

最后我们得到所讨论的体系对应于前述三种组态的能谱公式:

$$\begin{aligned} E([N](\lambda\mu)KLM) = & \alpha L(L+1) + \beta[\lambda^2 + \mu^2 + \lambda\mu + 3(\lambda + \mu)] \\ & + \delta L^2(L+1)^2, \end{aligned} \quad (12)$$

$$E(K_f LM) = \alpha L(L+1) + \beta_f K_f^2 + \gamma_f + \delta L^2(L+1)^2, \quad (13)$$

$$E(K_g LM) = \alpha L(L+1) + \beta_g K_g^2 + \gamma_g + \delta L^2(L+1)^2. \quad (14)$$

其中

$$[N] = (2N, 0) \oplus (2N-4, 2) \oplus \dots, \quad (15)$$

$$K_f = 0^-, 1^-, 2^-, 3^-, \quad (16)$$

$$K_g = 0^+, 1^+, 2^+, 3^+, 4^+. \quad (17)$$

三、理论与实验的比较

我们用能谱公式(12), (13), (14)拟合了转动区内具有 $K^\pi = 1^+, 3^+$ 带的偶偶核的能谱. 这些原子核是: ^{176}Hf , ^{160}Dy , ^{162}Dy , ^{168}Yb , ^{172}Yb , ^{234}U , ^{246}Cm , ^{168}Er , 它们分布在稀土区和超铀区.

由于 4^+ 带的能量较高, g 玻色子与 4^+ 带有强烈的相互作用^[2], 所以我们也给出了 4^+ 带的理论谱, 与实验比较, 结果是满意的.

参数的确定: α, δ 由基态带决定; β 由 β 带或 γ 带决定; β_f, γ_f 由负宇称带决定; β_g, γ_g 由 $1^+, 3^+$ 或 4^+ 带确定. 严格说来, (12), (13) 和 (14) 式中的 α, δ 应有所区别, 因为它们属于不同组态. 为了减少参量, 并考虑到只有一个 f 或类 g 玻色子, 估计它们的差别不大, 因此我们取同一对 α 和 δ .

表 1 基态带和 β 、 γ 带的计算能谱与实验能谱的比较, 能量以 keV 为单位

核素		^{162}Dy		^{168}Yb		^{246}Cm		^{168}Er	
N		15		14		19		16	
α		13.50		14.72		7.16		13.19	
δ		-0.009811		-0.015986		-0.002909		-0.004209	
β		-4.569		-6.352		-4.872		-5.750	
带	I^π	E_{exp}	E_{th}	E_{exp}	E_{th}	E_{exp}	E_{th}	E_{exp}	E_{th}
基态带 $K=0$	0+	0	0	0	0	0	0	0	0
	2+	81	81	88	88	43	43	79	79
	4+	266	266	287	288	142	142	264	262
	6+	549	550	585	590	296	296	548	547
	8+	921	921	970	977	500	500	928	928
	10+	1375	1366	1426	1426			1396	1340
	12+	1901	1867	1936	1907				
β 带 $K=0$	0+			1156	1029	1176	1082	1217	1070
	2+			1234	1117	1208	1124	1276	1148
	4+			1391	1317			1411	1332
	6+			1619	1619			1616	1616
	8+							1890	1997
γ 带 $K=2$	2+	888	876	984	1117	1124	1124	821	1148
	3+	963	956	1067	1203	1166	1167	895	1227
	4+	1061	1061	1171	1317			994	1332
	5+	1183	1191	1302	1456			1117	1461
	6+	1325	1345	1445	1619			1263	1616
	7+	1489	1520					1432	1794
	8+							1624	1997

计算结果见表 1, 表 2 和图 1—4. 实验数据取自 Nucl. Data Sheets^[9-19] 和文献 [2].

表 2 负宇称带和 $1^+, 3^+, 4^+$ 带的计算能谱与实验能谱的比较, 能量以 keV 为单位

核素	^{162}Dy		^{168}Yb		^{246}Cm		^{168}Er		
	β_g	γ_g	β_f	γ_f	β_g	γ_g	β_f	γ_f	
^{162}Dy	-29.07	1703.45	-36.94	1197.29					
^{168}Yb			1263.24(**)						
^{246}Cm					1435.51(***)				
^{168}Er							42.00		
							1095.85		
							-28.36		
							1155.68		
							1570.30		
K^π 带	I^π	E_{exp}	E_{th}	E_{exp}	E_{th}	E_{exp}	E_{th}	E_{exp}	E_{th}
1+	1+	1745	1701			1452	1450		
	2+	1778	1755			1478	1478		
	3+	1835	1835			1509	1521		
	4+	1906	1940						
	5+	1996	2071						
	6+	2100	2224						
3+	3+			1452	1438			1653	1632
	4+			1551	1551			1736	1736
	5+			1674	1690			1839	1866
	6+			1819	1853			1961	2020
4+	4+	1536	1504					2030	2030
	5+	1635	1635						2160
	6+	1752	1788						
	7+	1888	1964						
0-	1-	1277	1224			1250	1170	1786	1597
	3-	1358	1358			1300	1241	1913	1728
	5-	1519	1593					2185	1962
1-	1-					1079	1076	1358	1568
	2-					1105	1105	1403	1621
	3-					1128	1148	1431	1700
	4-							1541	1804
	5-							1574	1934
	6-							1760	2088
2-	2-	1148	1130			842	824	1569	1536
	3-	1210	1210			877	867	1633	1615
	4-	1297	1316			923	923	1719	1719
	5-	1390	1446			981	993	1820	1849
	6-					1052	1077	1949	2003
	7-					1129	1173		
3-	3-							1542	1473
	4-							1615	1577
	5-							1707	1707
	6-							1820	1862
	7-							1950	2041

(*) 为 $9\beta_g + \gamma_g$ 的值.

(**) 为 $\beta_g + \gamma_g$ 的值.

注: 表 2 所用 α, δ 同表 1.

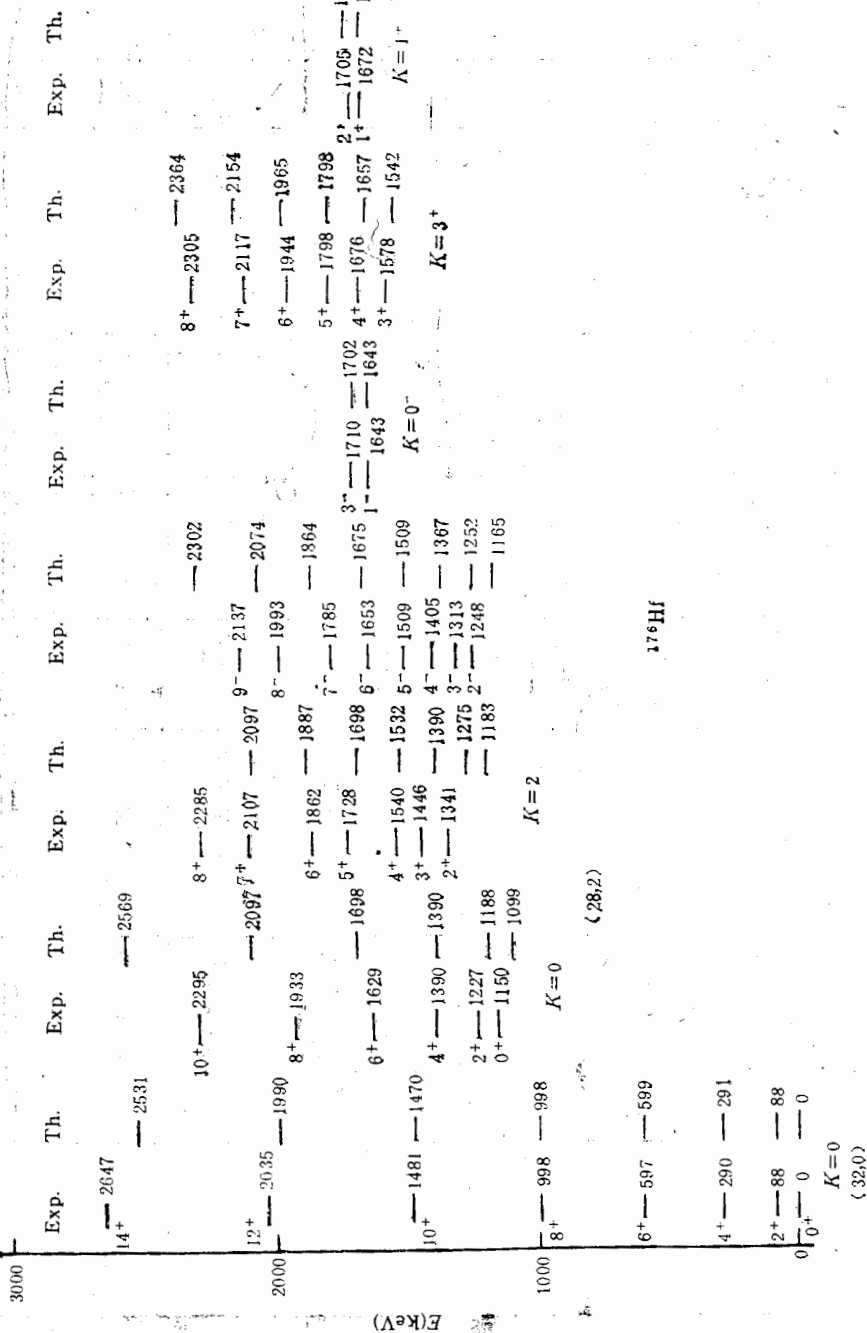


图 1 $^{176}\text{Hf}(N=116)$ 的计算能谱与实验能谱的比较
 参数: $\alpha = 14.80\text{keV}$, $\delta = -13.089\text{eV}$, $\beta = -5.911\text{keV}$, $\beta_f = -134.39\text{keV}$,
 $\gamma_1 = 1613.85\text{keV}$, $\beta_2 = -34.58\text{keV}$, $\gamma_2 = 1677.33\text{keV}$



参数: $\alpha = 14.80\text{keV}$, $\delta = -13.089\text{eV}$, $\beta = -5.911\text{keV}$, $\beta_f = -134.39\text{keV}$,
 $\gamma_f = 1613.85\text{keV}$, $\beta_g = -34.58\text{keV}$, $\gamma_g = 1677.33\text{keV}$

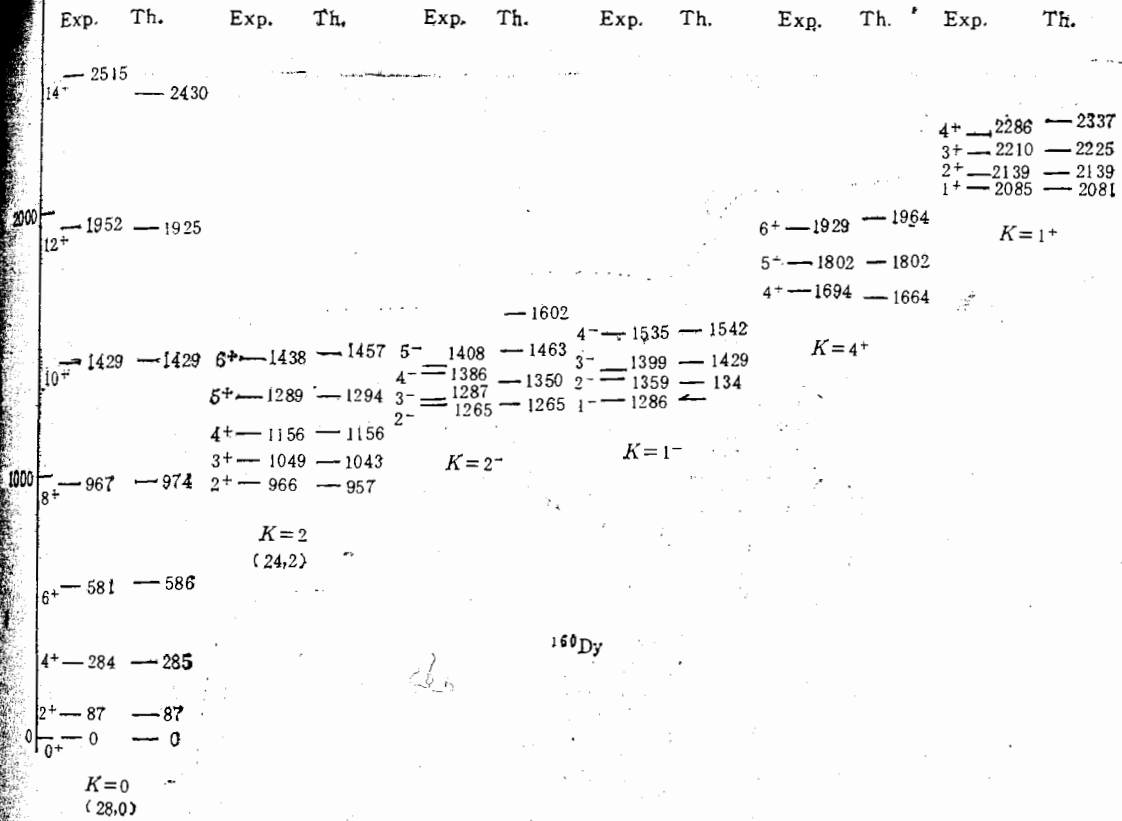


图 2 ^{160}Dy ($N = 14$) 的计算能谱与实验能谱的比较

参数: $\alpha = 14.55\text{keV}$, $\delta = -14.179\text{eV}$, $\beta = -5.374\text{keV}$, $\beta_f = -26.20\text{keV}$,
 $\gamma_f = 1282.74\text{keV}$, $\beta_g = -44.92\text{keV}$, $\gamma_g = 2096.93\text{keV}$

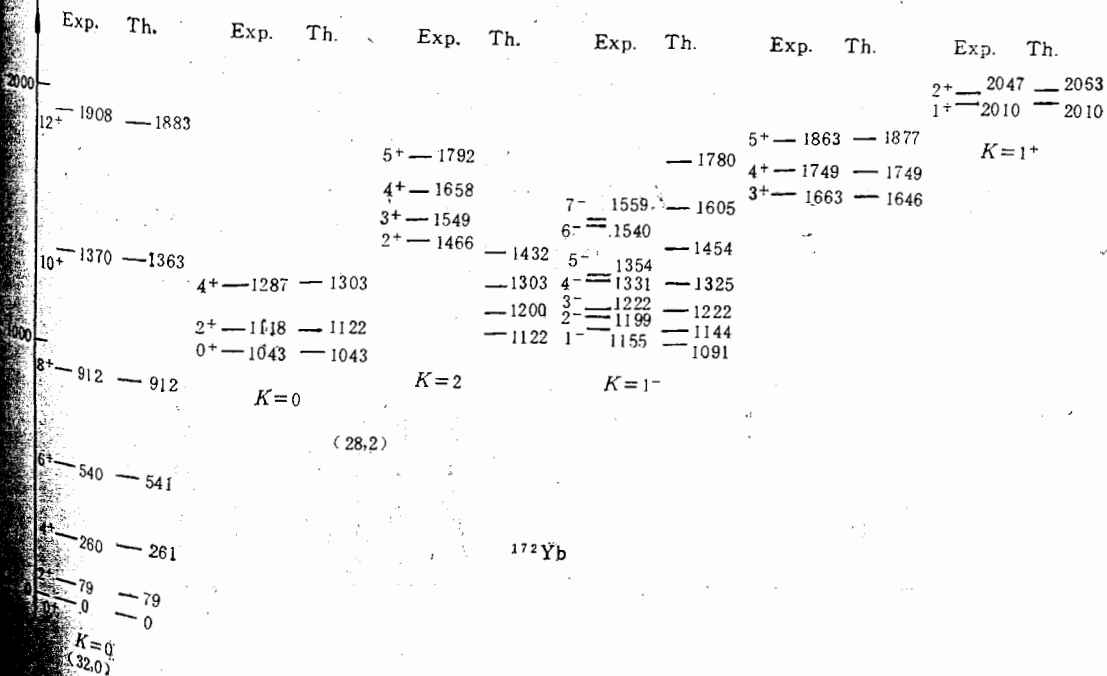


图 3 ^{172}Yb ($N = 16$) 的计算能谱与实验能谱的比较

参数: $\alpha = 13.17\text{keV}$, $\delta = -7.050\text{eV}$, $\beta = -5.607\text{keV}$,
 $\beta_f + \gamma_f = 1064.77\text{keV}$, $\beta_g = -61.90\text{keV}$, $\gamma_g = 2045.68\text{keV}$

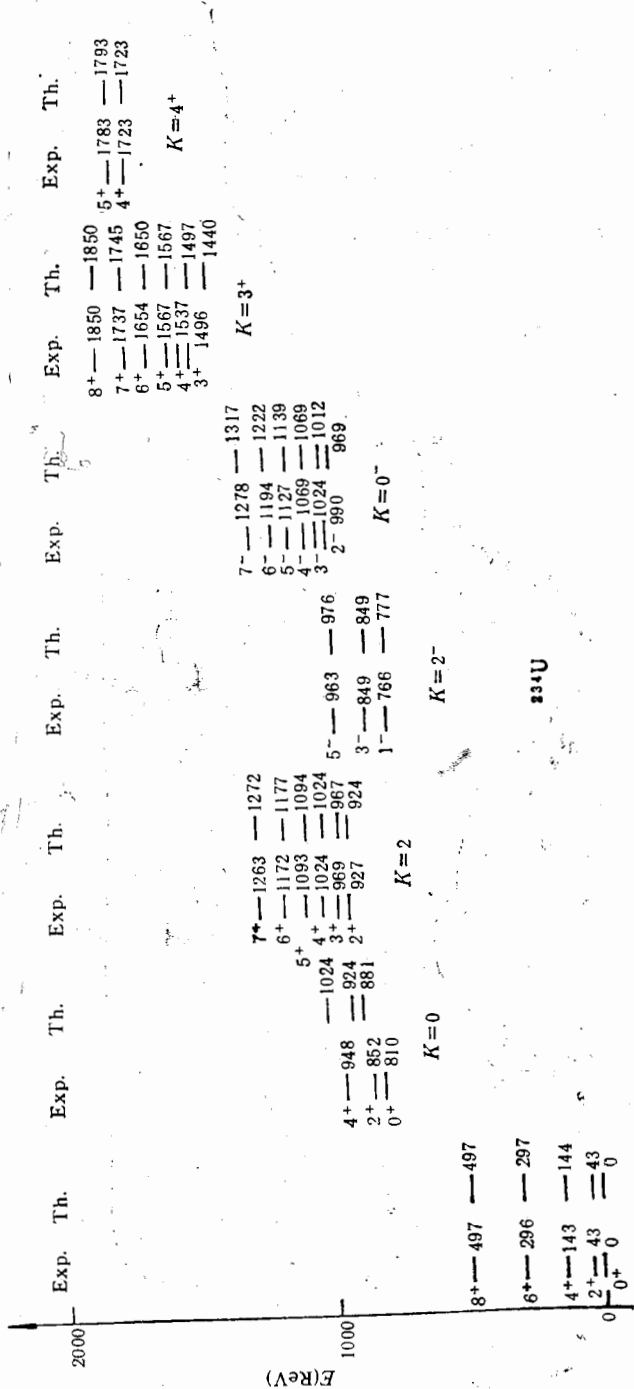


图 4 $^{234}\text{U}(N=13)$ 的计算能谱与实验能谱的比较
 参数: $\alpha = 7.28\text{keV}$, $\delta = -5.213\text{eV}$, $\beta = -5.870\text{keV}$, $\beta_1 = 40.73\text{keV}$, $\gamma_1 = 762.72\text{keV}$, $\beta_2 = 32.37\text{keV}$, $\gamma_2 = 1061.94\text{keV}$

- 它们带和项(弯点)且把态类理化, 入作激发原因
- [1]
 - [2]
 - [3]
 - [4]
 - [5]
 - [6]
 - [7]
 - [8]
 - [9]
 - [10]
 - [11]
 - [12]
 - [13]
 - [14]
 - [15]
 - [16]
 - [17]
 - [18]

四、讨 论

从能谱上看,理论与实验的符合是比较好的. 对于满足纯 $SU(3)$ 极限的核,可认为它们没有二准粒子态激发. 对于偏离 $SU(3)$ 极限较远的原子核,为了进一步改善基态带和 β 、 γ 带与实验的符合情况,可考虑核心效应的修正^[16],或在 H_2 中引入对称性破缺项 $(P \cdot P)$ ^[2]. 在 $SU(3)$ 极限中引入核心效应修正可使基态带与实验的符合一直达到回弯点附近;而 $(P \cdot P)$ 项的引入对基态带的影响不大,但解除了 β 带与 γ 带的简并. 而且把它作为微扰,体系的波函数与 $SU(3)$ 极限的波函数相差不大. 我们处理二准粒子态类玻色子激发时,仍然可以用与 $SU(3)$ 极限的基态波函数相耦合的方法. 即上述处理方法仍然适用.

对于有些转动区原子核,负宇称带比正宇称带复杂得多. s, d, f IBM 可能过于简化,但整体上还是符合的. 关于进一步改善负宇称带的理论谱与实验谱的符合情况,已有人作过一些工作^[17,18].

从能谱可以看出,对所讨论的原子核, 1^+ , 3^+ 和 4^+ 带的符合都是很好的. 类玻色子激发的处理方法是适用的,同时注意到不是对每个核都观察到了所有的类玻色子激发带,原因可能很复杂,有待进一步研究.

参 考 文 献

- [1] A. Arima and F. Iachello, *Ann. Phys.*, **111**(1978), 201.
- [2] D. D. Warner and R. F. Casten, *Phys. Rev.*, **C24**(1981), 1713.
- [3] R. D. Ratna Raju, *Phys. Rev.*, **C23**(1981), 518.
- [4] 凌寅生, 高能物理与核物理, **6**(1982), 77.
顾金南等, 高能物理与核物理, **6**(1982), 453.
廖继志, 高能物理与核物理, **10**(1986), 486.
- [5] Wu Hua-Chuan, *Phys. Lett.*, **110B**(1982), 1.
- [6] Yoshimi Akiyama, *Nucl. Phys.*, **A433**(1985), 369.
- [7] A. Arima and F. Iachello, *Ann. Phys.*, **99**(1976), 253.
- [8] 钱诚德, 原子核物理, **7**(1985), 38.
- [9] D. J. Horen, *Nucl. Data Sheets*, **19**(1976), 383.
- [10] J. K. Tuli, *Nucl. Data Sheets*, **12**(1974), 477.
- [11] A. Buyrn, *Nucl. Data Sheets*, **17**(1976), 97.
- [12] L. R. Greenwood *Nucl. Data Sheets*, **11**(1974), 385.
- [13] L. R. Greenwood, *Nucl. Data Sheets*, **15**(1975), 497.
- [14] Y. A. Ellis, *Nucl. Data Sheets*, **21**(1977), 493.
- [15] M. R. Schmorak, *Nucl. Data Sheets*, **17**(1976), 391.
- [16] 廖继志, 高能物理与核物理, **10**(1986), 374.
- [17] 钱诚德, 原子核物理, **4**(1982), 223.
- [18] 吴华川, 高能物理与核物理, **6**(1982), 601.

INTERACTING BOSON MODEL FOR EVEN-EVEN NUCLEI POSSESSED OF 1^+ AND 3^+ BANDS IN THE ROTATIONAL REGION

ZENG JIA-GANG LIAO JI-ZHI

(Sichuan University)

ABSTRACT

On the bases of s, d IBM, octupole states are taken into account and the two-quasiparticle excitation is treated as boson-like in the $SU(3)$ limit. The energy spectra are obtained analytically and the nondegenerated 1^+ and 3^+ bands are also reproduced. The calculated spectra of eight nuclei, which possess with 1^+ or 3^+ bands in their energy spectra in the rotational region, agree with the experimental ones fairly good.