

关于 M-3Y 力等效 G-矩阵元 对 $f-p$ 壳核的有效性

王子兴 宋宏秋 蔡延璜 黄唯志

(中国科学院上海原子核研究所)

摘 要

本文采用 M-3Y 力等效 G-矩阵元, 并利用折线图多体方法来计算 ^{42}Ca 和 ^{42}Sc 的能谱, 结果表明, M-3Y 力等效 G-矩阵元对 $0f-1p$ 壳核区的核结构的微观计算是适用的。

一、引 言

关于 $0f-1p$ 壳核区, 在相当长时期以来是作为检验壳模型计算或微观计算的重要核区之一。由于用反应矩阵元(G-矩阵元)作微观计算, 可以相当好地解释 $1s-0d$ 核区^[1-4], 因此进一步用这一方案来研究 $0f-1p$ 壳核区中某些核的能谱是很自然的。最早应用 G-矩阵元来计算这一核区的是 T. T. S. Kuo 和 G. E. Brown^[5]。他们用 Hamada-Johnston 势的 G-矩阵来计算钙 (Ca) 的同位素, 他们发现, 如同 ^{18}O 一样, 核心激发对解释 ^{42}Ca 起相当重要的作用。但是他们的计算并未包括折线图部分。后来, J. B. McGrory^[6] 等人进一步研究了 Ca 的同位素的能谱。他们采用了 T. T. S. Kuo 等人的 HJ 势的 G-矩阵元, 在计算中也不考虑折线图。为了得到与实验相符合的结果, 他们又取某些矩阵元作为可调的参数, 因此计算仍是唯象的。

我们曾用 G. Bertsch 等人^[7]提出的 M-3Y 力的等效 G-矩阵元, 并考虑核心激发和其他的中间过程, 同时采用折线图的方法, 对 ^{18}O 和 ^{18}F 的能谱进行微观计算, 结果表明 M-3Y 力的等效 G-矩阵元对 $s-d$ 壳的核区是十分适用的^[8]。正如我们在文献 [8] 中所指出, 用 M-3Y 力计算出来的矩阵元是以拟合 G-矩阵元 (例如 Reid 力的 G-矩阵元) 为基础的, 并且 M-3Y 力矩阵元的计算有简单方便的特点, 可作为核结构的微观计算的有力工具。为了在更广泛的范围中来检验 M-3Y 力等效 G-矩阵元的有效性, 在本文我们选取 $0f-1p$ 壳区中的 ^{42}Ca 和 ^{42}Sc 的能谱作进一步探讨。在第二节我们给出计算方法, 第三节给出关于 M-3Y 力矩阵元的特点, 第四节给出结果和讨论。

二、计算方法

我们采用 Kuo, Lee 和 Ratcliff^[9] 等人建立的折线图理论进行计算。按照这一理论, A 个核子体系的状态的波函数所满足的薛定谔方程 $H\psi_\lambda = E_\lambda\psi_\lambda$ 被约化成为在选定模型空间下的能量本征方程

$$PH_{\text{eff}}P\psi_n = (E_n - E_0^0)P\psi_n, \quad (2-1)$$

$n = 1, 2, \dots, d$. d 是模型空间的维数, P 是该空间的投影算符。

在 ^{42}Ca 和 ^{42}Sc 的情况下, 我们的模型空间选取为由 ^{40}Ca 作为稳定的核心, 有两个价核子处于 $f-p$ 壳上所组成的可能组态。由于在这一区内, 质子和中子均填充在同一主壳上, 同位旋 T 是好的量子数。于是反对称化的基可表示为

$$\phi_{JT} = \frac{1}{\sqrt{1 + \delta_{ii}}} [a_{i_1}^\dagger a_{i_2}^\dagger] |0\rangle \equiv |i_1 i_2\rangle_{JT}. \quad (2-2)$$

这样, 就把 ^{42}Ca 和 ^{42}Sc 放在同一体系来考虑, 所不同的仅是同位旋的差别及其相应的角动量。

方程 (2-1) 可以改写为

$$\sum_j (E_j \delta_{ij} + V_{ij}^{\text{eff}}) \chi_j^i = (E_\lambda - E_0^0) \chi_j^i, \quad (2-3)$$

$$i, j = 1, 2, \dots, d.$$

E_j 是零级能, 是两个价核子的零级能之和 $E_j = E_{i_1} + E_{i_2}$. 我们取平均场为谐振子势, 故 E_{i_k} 是谐振子能量。在 $f-p$ 壳中, 它们是简并的。 V_{ij}^{eff} 是折线图理论的有效相互作用矩阵元。 χ_j^i 是相应于本征能量 E_λ 的本征函数在模型空间的投影, E_0^0 是 ^{40}Ca 的基态能量。所以式 (2-3) 给出的是 E_λ 和 ^{40}Ca 基态能量的能差。

在折线图微扰论中, 有效相互作用矩阵元 V^{eff} 表示为如下级数:

$$V^{\text{eff}} = \hat{Q} - \hat{Q}' \int \hat{Q} + \hat{Q}' \int \hat{Q} \int \hat{Q} - \hat{Q}' \int \hat{Q} \int \hat{Q} \int \hat{Q} + \dots \quad (2-4)$$

\hat{Q} 盒子是所有与价核子相连的不可约图的集合, \hat{Q}' 与 \hat{Q} 的差别仅在于 \hat{Q}' 中的不可约图至少包含两个顶角。上式也可表示为

$$V^{\text{eff}} = F_0(\hat{Q}) + F_1(\hat{Q}) + F_2(\hat{Q}) + \dots + F_n(\hat{Q}) + \dots, \quad (2-5)$$

其中 $F_n(\hat{Q})$ 代表 n 次折线的项。对 \hat{Q} , 我们仅取如图 1 中的 1, 2 级 Goldstone 图。

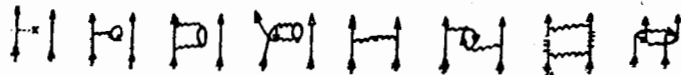


图 1

当单粒子能量取实验值时, 图 1 的单体图及其折线图就不需在 V^{eff} 计及。用 $F_n(s)$ 表示单体图的 n 次折线图的项, 例

$$\tilde{F}_n \equiv F_n(\hat{Q}) - F_n(s), \quad (2-6)$$

这时有效相互作用 V^{eff} 变为

$$V^{\text{eff}} = \tilde{F}_0 + \tilde{F}_1 + \tilde{F}_2 + \dots \quad (2-7)$$

在这一式中,单体图和它的折线图不再存在了,但要注意,除保留两体图和它的折线图外,还保留单体图与两体相连的折线图.

三、M-3Y 力矩阵元

在核结构的微观的计算中,往往需要计算 G-矩阵元,它的作用在于避免做两体矩阵元积分时由于自由核子散射得到的真实力中的短程部分的强排斥心效应而引起的发散.我们这里不打算用真实力严格计算 G-矩阵元,而应用由 G. Bertsch 等人^[7]所提出的 M-3Y 核子-核子的有效相互作用.这一 M-3Y 核子-核子相互作用是以真实的 Reid 软排斥心的核子-核子相互作用势为基础的.

M-3Y 有效相互作用是由具有有限力程的以 Yukawa 函数形式的项的线性组合所表示.一般的有效相互作用势为

$$V_{NN} = V_c(r_{12}) + V_{L \cdot S}(r_{12})\mathbf{L} \cdot \mathbf{S} + V_T(r_{12})S_{12}. \quad (3-1)$$

其中

$$\left. \begin{aligned} \text{中心力} \quad V_c(r_{12}) &= \sum_i V_{Ci} Y(r_{12}/R_i), \\ \text{自旋轨道力} \quad V_{L \cdot S}(r_{12}) &= \sum_i V_{Ls_i} Y(r_{12}/R_i), \\ \text{张量力} \quad V_T(r_{12}) &= \sum_i V_{Ti} r_{12}^2 Y(r_{12}/R_i). \end{aligned} \right\} \quad (3-2)$$

均表现为三个 Yukawa 项的线性叠加.

这样的势是和态无关的,并且和能量也是无关的.

四、结果和讨论

对于 ^{42}Ca 和 ^{42}Sc 这两核,我们选择谐振子参数为 $\hbar\omega = 10.5\text{MeV}$. 为了计算 M-3Y 力矩阵元,我们选择两套参数,其中一套参数来自文献[7]中的第 1、4、8、11、14、16、17 和 20 等八组参数,记为 M-3Y₁; 另一套参数是 G. Bertsch^[10] 新近给出的;记为 M-3Y₂. 这两套参数列于表 1.

用这两套参数计算出来的矩阵元,我们曾在另一文^[8]给出在 s - d 壳区的这些矩阵元与用 Reid 力得到的 G-矩阵元的比较,发现其等价性是相当好的,并且 ^{18}O 和 ^{18}F 的能谱的计算结果与实验值有相当好的符合.

单粒子能级取 $E_{f7/2} = 0$, $E_{p3/2} = 2.1$, $E_{p1/2} = 3.9$, $E_{f5/2} = 6.5\text{MeV}$. 对 f - p 壳 ^{41}Ca 的分离能近似取 8MeV , 故谐振子的平均值 $\langle U \rangle = -32\text{MeV}$. 折线图的计算归结为对 \hat{Q} 盒子各 Goldstone 图的关于能量的导数^[11]. 但由于 M-3Y 力得到的矩阵元不依赖于能量,故 \hat{Q} 盒子的图形求导时能量依赖仅出现在能量分母中. 虽然用真实力求出的 G-矩阵元

表 1 M-3Y 力参数

道	名称	V_i (MeV)		
		$R_1 = 0.25$	$R_2 = 0.40$	$R_3 = 1.141$
SE	M-3Y ₁	12454	-3835	-10.463
	M-3Y ₂	12454	-3835	-10.463
TE	M-3Y ₁	21227	-6622	-10.463
	M-3Y ₂	21227	-6622	-10.463
SO	M-3Y ₁	5018	1810	0.0
	M-3Y ₂	-29580	-3464	31.389
TO	M-3Y ₁	0.0	0.0	3.488
	M-3Y ₂	12052	-1990	3.488
TNE	M-3Y ₁	0.0	-1259.6	-28.41*
	M-3Y ₂	0.0	-1260	-28.41*
TNO	M-3Y ₁	0.0	283.0	13.62*
	M-3Y ₂	0.0	263.0	13.80*
LSE	M-3Y ₁	0.0	-813.0	0.0
	M-3Y ₂	-4382	-352.0	0.0
LSO	M-3Y ₁	-3733	-427.3	0.0
	M-3Y ₂	-2918	-488.0	0.0

* $R_3 = 0.7$ fm.

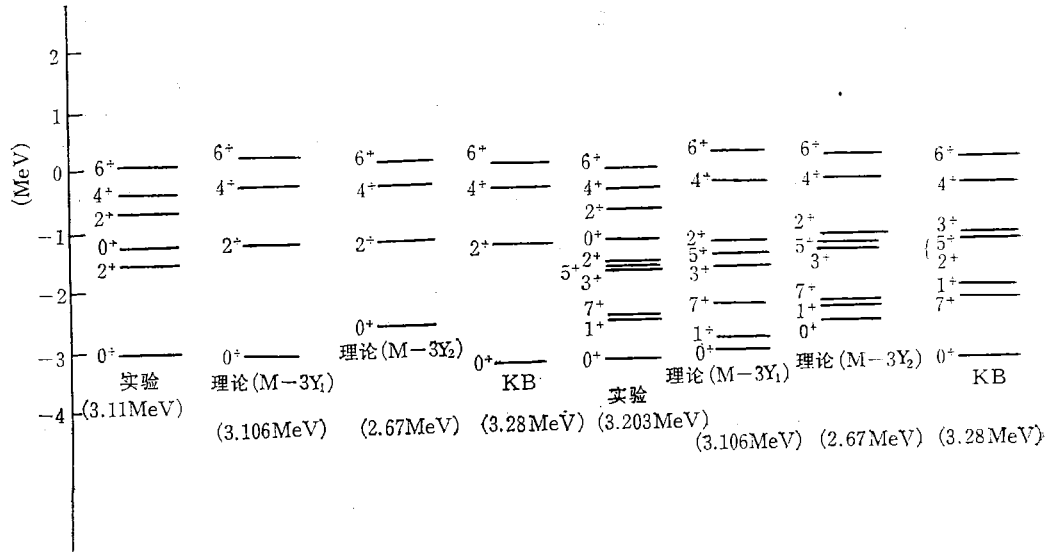
是和能量有关的,但实际上随能量的变化很弱^[2],求导的结果主要的能量依赖部分仍然在能量分母中,故我们可以断言,用 M-3Y 力矩阵元求导的结果和用 G-矩阵元求导的结果差别甚微。

在求有效相互作用 V^{eff} 时,我们只取到一次折线图。 \hat{Q} 对 ω (能量变量) 的 n 次导数,能量分母出现 $(\omega)^n$ 次, n 次导数值约为第 $n-1$ 次导数值的 $\frac{1}{\omega}$ 。即级数的递减是以 $\frac{1}{\omega}$ 递减的。我们的计算是对二次以上的折线图忽略不计的。同时我们仅取到 2 阶的 Goldstone 图为止,其他高阶图忽略不计。

关于模型空间我们仅取 $0f-1p$ 壳的单粒子态组成的组态空间,而没有把 $0g$ 态包括进去。因而裸的矩阵元(类似于 G_{2p} 矩阵元)是不包括这一单粒子态的。对于类似于 G_{3p-1h} 的矩阵元,我们取到 $p-h$ 的能量分母为 $2\hbar\omega$ 为止的所有可能的核心激发,这时的 $p-h$ 的矩阵元就包括 $0g$ 的单粒子态。图 1 中的其他图形也有类似的情况。大于 $2\hbar\omega$ ($=21\text{MeV}$) 的 $p-h$ 激发我们忽略不计。

根据以上的考虑,对 ^{42}Ca 和 ^{42}Sc 进行计算,其结果如图 2 给出。

从图 2 可以看出,对于 ^{42}Ca , 不论是用 M-3Y₁ 或 M-3Y₂ 的矩阵元计算得到的能谱 ($T=1$), 与实验值都是比较一致的,用 M-3Y₁ 的矩阵元得到的结果更好一点。对于第

图 2 ^{42}Ca 能谱

二个 0^+ , 2^+ , 我们的计算是得不出来的. 这与 s - d 壳中的情况相似, 这是由于核心形变所致的^[13]. 基态的结合能实验值(相对于 ^{40}Ca 而言)为 3.11MeV , 而理论值为 3.106MeV (用 $M-3Y_1$) 和 2.67MeV (用 $M-3Y_2$), 前者较好.

对于 ^{42}Sc , 由于同位旋是好的量子数, 所以对同位旋 $T = 1$ 的结果和 ^{42}Ca 是一样的. $T = 0$ 时有 1^+ , 3^+ , 5^+ , 7^+ 四条能级. 我们的计算结果不论用 $M-3Y_1$ 还是 $M-3Y_2$ 矩阵元来计算都能得到再现, 而且能级次序也是对的.

关于各能级对应的本征函数, 列于表 2. 从表 2 可以看出, 所有的能级都表明 $f_{3/2}$ 的

表 2 ^{42}Ca 和 ^{42}Sc 的本征值和本征函数*

T	$J\pi$	E (MeV)	$f_{1/2}$	$f_{1/2}p_{3/2}$	$f_{1/2}f_{3/2}$	$f_{1/2}p_{1/2}$	$p_{3/2}^2$	$p_{3/2}f_{3/2}$	$p_{3/2}p_{1/2}$	$f_{3/2}^2$	$f_{3/2}p_{1/2}$	$p_{1/2}^2$
1	0^+	-3.018	0.9629				0.1678			0.1922		0.0862
1	2^+	-1.216	0.9260	0.3371	0.1868		0.0851	-0.0527	0.0727	0.0683	0.0828	
1	4^+	-0.242	0.9614	0.2126	0.0831	0.1248		-0.0732		0.0462		
1	6^+	0.260	0.9869		0.1615							
0	1^+	-2.825	-0.7797		0.5408		-0.1690	-0.0920	0.2320	0.0562		-0.0214
0	3^+	-1.654	0.7531	0.4311	-0.2105	-0.3868	0.2098	0.0624		-0.0243	0.0149	
0	5^+	-1.480	-0.8051	-0.5768	0.1382					-0.0016		
0	7^+	-2.295	1									

* 用 $M-3Y_1$ 矩阵元计算.

组态是最重要的。对于 0^+ , 2^+ , 4^+ 这三个态更为明显, 而对 1^+ , 3^+ , 5^+ 这三个态, 这一组态的成分稍有减弱。

从以上的计算中, 我们可以得出以下的结论: 用 M-3Y 力计算得到的矩阵元替代自由核子-核子真实力所得到的 G-矩阵元, 并进而用来计算 $0f-1p$ 壳的 ^{42}Ca 和 ^{42}Sc 的低能谱的微观计算是可行的。在考虑折线图后, 比以往的计算有了较好的改进。

参 考 文 献

- [1] T. T. S. Kuo, G. E. Brown, *Nucl. Phys.*, **85**(1966), 40.
- [2] T. T. S. Kuo, *Nucl. Phys.*, **A90**(1967), 199.
- [3] G. E. Brown, T. T. S. Kuo, *Nucl. Phys.*, **A92**(1967), 481.
- [4] E. G. Halbert, Y. E. Kim, J. McGroory and T. T. S. Kuo, *Pro. Int. Conf. on Nuclear Physics, Gatlinburg (Academic Press, New York, 1967)*, .
- [5] T. T. S. Kuo, G. E. Brown, *Nucl. Phys.*, **A114**(1968), 241.
- [6] J. B. McGroory, B. H. Wildenthal, E. C. Halbert, *Phys. Rev. C*, **2**(1970), 186.
- [7] G. Bertsch et al., *Nucl. Phys.*, **A284**(1977), 399.
- [8] 宋宏秋等, 关于 M-3Y 力等效 G-矩阵元对 $s-d$ 壳核的有效性, 原子核物理, 待发表.
- [9] T. T. S. Kuo, S. Y. Lee, F. Ratcliff, *Nucl. Phys.*, **A176**(1971), 65.
- [10] G. Bertsch, 私人通讯.
- [11] 郭子斯, “折线图与原子核结构的微观理论” 讲义, 复旦大学, 1979 年.
- [12] E. M. Krenciglown et al., *Ann. Phys. (NY)*, **101**(1976), 154.
- [13] W. J. Gerace, thesis, Princeton University, (1967).

THE VALIDITY OF M-3Y FORCE EQUIVALENT G-MATRIX ELEMENTS FOR CALCULATIONS OF THE NUCLEAR STRUCTURE IN $f-p$ SHELL

WANG ZI-XING SONG HONG-QIU CAI YAN-HUANG HUANG WEI-ZHI

(Shanghai Institute of Nuclear Research, Academia Sinica)

ABSTRACT

By using the matrix elements of M-3Y force as the equivalent G-matrix elements, the spectra of ^{42}Ca and ^{42}Sc are calculated in the framework of the Folded Diagram Method. The results show that such equivalent matrix elements are suitable for microscopic calculations of the nuclear structure in $f-p$ shell.