

重子谱中的中程相互作用及其 对 N-N 核力的影响

胡炳全¹⁾ 何启智

(四川大学七二〇所)

张肇西 安 瑛

(中国科学院理论物理所)

摘 要

本文基于夸克势模型,在 QCD 单胶子交换势和禁闭的谐振子位势之上,引入唯象的夸克中程势,去拟合 $N \leq 2$ 的非奇异重子谱。结果表明:适当形式的夸克中程势能使 2 GeV 以下的重子谱与实验较好符合,用此有夸克中程势的夸克位势我们还探讨了 N-N 相互作用。

一、引 言

夸克模型的提出不仅成功地解释了重子八重态和十重态基态,而且对重子激发态的解释也取得成就。1976年 Gronos 和 Stamatescu^[1] 采用线性禁闭势及类库仑势描述夸克间的相互作用定性地解释了非奇异重子谱的性质,预言的第一激发态重子态的数目与实验一致。后来 Horgan 以及 Isgur 等人引入夸克间超精细相互作用^[2-5],试图定量讨论重子谱。Isgur 等人强调超精细相互作用中张量力在重子谱分裂机制中的重要性,成功地解释了 2 GeV 以下重子谱的重要特征和性质,使重子谱的研究前进了一大步。

但是,在 Isgur 的工作中夸克势的形式没有完全确定,即所谓的非谐振子势没有给出具体形式。对不同的能级取了不同的能级参数。本文基于夸克之间存在中程势的思想,探索非谐振子势中中程势的可能形式,并对夸克势的全部参数做统一的拟合调节,即对不同激发态,参数是统一决定的,不随能级改变。

夸克中程势的思想是 W. Celmaster^[6] 在 1978 年首先提出来的。他认为,一般夸克势模型中除选取禁闭势和单胶子交换势之外,还应设有反映夸克中等距离处相互作用的中程势。Celmaster 用它研究了重介子谱,使得结果有较好的改进。后来,有人又在核力研究中也加入夸克中程势。结果发现理论计算能更好地同实验拟合^[7-12]。这说明夸克中程势可能是描述夸克相互作用的一个重要部分,值得进一步研究。因为它不但对于了解

1) 现地址:重庆大学物理系。
本文 1985 年 12 月 12 日收到。

重子谱规律有一定意义,而且对于进一步探索夸克动力学规律也有意义。

二、理论框架

1. 夸克位势

鉴于实验上发现的重子谱各能带大致是等间距的规律,我们选取谐振子位势作为夸克禁闭势的近似。由于夸克在高动量传递的相互作用中有渐近自由的特点,根据 QCD 以单胶子交换势描述夸克短程相互作用是合理的。因此包括夸克中程势,夸克间的二体位势可表为^[13]:

$$\begin{aligned} V(ij) &= V_c(ij) + V_{OGEP}(ij) + V_{\text{int}}(ij) \\ &= \alpha_s F_i \cdot F_j \left[b + \frac{1}{r} \left(1 - \frac{r^3}{a^3} \right) + V_{\text{int}}(ij) - \frac{8\pi\hbar^2}{3m^2 c^2} \mathbf{s}_i \cdot \mathbf{s}_j \delta(\mathbf{r}) \right] \\ &\quad + \frac{\hbar^2}{m^2 c^2 r^3} (3\mathbf{s}_i \cdot \hat{\mathbf{r}} \mathbf{s}_j \cdot \hat{\mathbf{r}} - \mathbf{s}_i \cdot \mathbf{s}_j) \end{aligned} \quad (2.1)$$

其中 α_s 是强耦合系数, F_i 是 $SU_c(3)$ 群生成元, b 和 a 是可调参数, m , s_i 分别是夸克的质量和自旋。 $r = |\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|$, $\hat{\mathbf{r}} = \frac{\mathbf{r}}{r}$ 。对于夸克中程势 $V_{\text{int}}(ij)$ 应不影响短程单胶子交换势和长程禁闭势,因此选了如下三种形式进行尝试。

$$V_{\text{int}}^1(ij) = k r^n e^{-r/d} \quad (2.2a)$$

$$V_{\text{int}}^2(ij) = k r^n e^{-r/d} \quad (2.2b)$$

$$V_{\text{int}}^3(ij) = k e^{-(r-b_0)^2/a_2^2} \quad (2.2c)$$

式中 k, n, b_0, d 及 a_2 均是可调参数。

2. 重子的内部运动哈密顿量

重子是三夸克系统,其哈密顿量可以写为(我们假设只有二体相互作用):

$$H = \sum_{i=1}^3 T_i - T_c + \sum_{i<j}^3 V(ij) \quad (2.3)$$

T_i 是夸克动能, T_c 是重子质心动能。我们只考虑非奇异重子,并取 u, d 夸克质量相同。将 (2.1) 式代入上式并作如下坐标变换:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\rho} &= \frac{1}{\sqrt{2}} (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2); \quad \boldsymbol{\lambda} = \frac{1}{\sqrt{6}} (\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2 - 2\mathbf{r}_3); \\ \mathbf{R} &= \frac{1}{3} (\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2 + \mathbf{r}_3) \end{aligned} \quad (2.4)$$

得:

$$H = \frac{P_\rho^2}{2m} + \frac{P_\lambda^2}{2m} + \frac{2\alpha_s}{a^3} (\rho^2 + \lambda^2) + \sum_{i<j} V'(ij) = H_0 + V'(ij) \quad (2.5)$$

式中 $P_\rho = -i\hbar\nabla_\rho$, $P_\lambda = -i\hbar\nabla_\lambda$ 。并应用了重子为色单态的性质,取 $F_i \cdot F_i = -\frac{2}{3}$, V' 表示除谐振子势以外的夸克势。

3. 零级波出数及质量矩阵

应用微扰论, 以谐振子势为夸克相互作用的零级近似. 由 (2.5) 式可知, H_0 是两个三维谐振子的运动哈密顿量. 其能级是等间隔的, 与实验趋势一致. 根据 G. Karl 的讨论, H_0 的 $N \leq 2$ 的本征态可分为七个 O_3 多重态^[4]. 若非奇异重子内部空间和自旋按 $SU(4)$ 分类, 则其 $SU(4)$ 多重态有

$$\begin{array}{c} \square \times \square \times \square \longrightarrow \square + 2 \times \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array} \quad (2.6) \\ \hline 4 \quad 4 \quad 4 \quad \quad \quad 20S \quad \quad \quad 20M \quad \quad 4A \end{array}$$

应用 S_3 直积约化技术, 我们得到七个全对称的量子 $SU(4) \times O_3$ 多重态¹⁾, 分别是 $(20S, 0_0^+)$, $(20M, 1_1^-)$, $(20S, 2_2^+)$, $(20M, 2_2^+)$, $(4A, 1_1^+)$, $(20S, 0_2^+)$, $(20M, 0_2^+)$. 符号 (D, L_N^P) 中, D 是 $SU(4)$ 不可约表示的维数, P 是宇称, L 是轨道角动量, N 是谐振子激发态, 多重态 (D, L_N^P) 中的重子态的波函数可以由 $|[(ST)_D, L_N]J^P\rangle$ 表示. J 记重子总自旋与轨道角动量所耦合成的总角动量, T 是重子的同位旋. 故重子一级微扰的质量矩阵可以表示为:

$$M = \langle [(ST)_D, L_N]J^P | H | [(ST)_P, L_N]J^P \rangle \quad (2.7)$$

由于 H 中含有张量力的贡献, 相同总角动量 J 的态要发生混合, 所以, 重子质量矩阵不是对角的, 必须进行对角化.

三、拟合重子谱及结果讨论

1. 拟合重子谱

我们计算了重子的质量矩阵, 并将其对角化. 在计算过程中, 我们先选取夸克质量为 335 MeV, 这是 C. S. Wang^[2] 用夸克模型计算核子磁矩定出的. 根据实验上测得的基态核子半径约为 0.8 fm, 先确定谐振子波函数参数 $\beta = 2.22 \text{ fm}^{-1}$, 这是因为一般认为核子的外层有介子云存在, 夸克集团的运动半径 $(\frac{1}{\beta} \approx 0.45 \text{ fm})$ 比核子半径适当小些.

于是, 根据 Isgur^[4] 给出的对应关系, 在计算机上通过调参数与实验进行比较. 结果表明, 当夸克势中强耦合系数及谐振子参数取如下值,

$$\alpha_s = 0.85 \quad a = 0.00332 \text{ MeV}^{-1} \quad (3.1)$$

和中程势贡献的能级分裂 Δ^{int} , δ^{int} 取如下值时, 重子谱能较好地拟合实验值(图 1).

$$\Delta^{\text{int}} = 2 E_{[20M, 1_1^-]}^{\text{int}} - E_{[20S, 0_1^+]}^{\text{int}} - E_{[20S, 0_2^+]}^{\text{int}} = 324 \text{ MeV} \quad (3.2a)$$

$$\delta^{\text{int}} = E_{[20M, 1_1^-]}^{\text{int}} - E_{[20S, 0_0^+]}^{\text{int}} = -129 \text{ MeV} \quad (3.2b)$$

$$\text{式中 } E_{[D, L_N^P]}^{\text{int}} = \left\langle [D, L_N^P] \left| \sum_{i < j} V_{\text{int}}(ij) \right| [D, L_N^P] \right\rangle \quad (3.3)$$

1) 因为本文不涉及全反对称的颜色空间, 所以根据费米统计本文所涉及的空间应是全对称的.

对多重态 $[D, L^P]$ 中所有的重子态, 此值相同。

2. 拟合夸克势中的其余参数

根据 (3.2) 式给出的重子谱实验对中程势的要求, 我们计算了上述三种形式的中程势的贡献, 并进行了比较。结果是:

i) 对于高斯型中程势 $k r^n e^{-r^2/d^2}$, 计算表明, 当 $n = 7, K = 0.3 \text{ fm}^{-8} d = 3.0 \text{ fm}$ 时, 能拟合实验。并且, 当 $n > 7$ 时, 调节 k, d 总能使同实验符合, 但是拟合出的 k 值所表示的夸克中程势势阱深度达 170 GeV , 同谐振子禁闭势比较它不一定能作为微扰论处理。因此, 以微扰论为基础得到的这个结果是不可靠的, 这种中程势是否真能符合实验需另行计算研究。

ii) 对于指数型中程势 $k r^n e^{-r/d}, n \geq 7$ 的情况下仍可以满足 (3.2) 式的要求。但是, 与上面同样的问题还是存在。

iii) 对于 $k e^{-(r-b_0)^2/a_2^2}$ 型中程势, 结果是, 在 $b_0 \geq 1.67 \text{ fm}$ 时, 调节参数 k 和 a_2 总能使理论计算同实验符合; 而在 $b_0 < 1.67 \text{ fm}$ 时, 无论如何都不能拟合实验。这个结果表明, 重子谱对 b_0 有强烈的限制; 实际上就是对中程势作用范围的限制。即中程势的作用范围必须在两倍核子半径以外。这个结论与我们设想的夸克中程势是夸克大距离相互作用的修正是一致的。

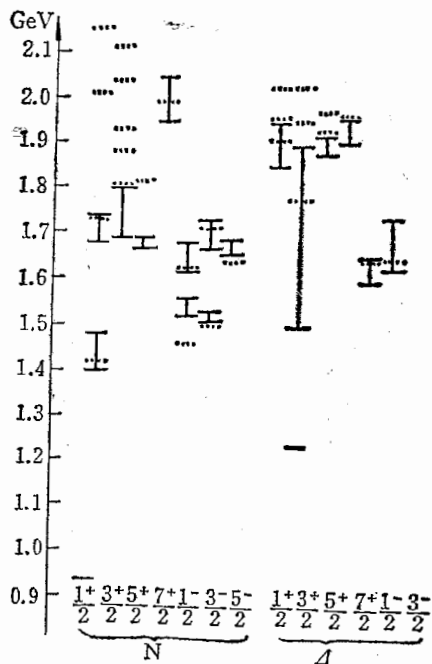


图 1 重子质量期望值同实验比较
···理论期望值, I 实验测量值

由于实验数据有限, 我们只能确定出中程势参数的取值范围。在表 1 中给出了几组在允许范围内夸克中程势的参数值。从这些数据看不存在前两种中程势所碰到的困难, 数据是较为可靠的, 合理的。我们希望在进一步研究 $N = 3$ 的激发态后参数能被确定。

我们的研究表明了, 中程势应具有较大的力程, 正是这一原因, 前两种中程势不能很

表 1 夸克中程势参数

$b_0(\text{fm})$	$K(\text{fm}^{-1})$	$a_2(\text{fm})$	$b(\text{MeV})$
1.67	20	0.05	512
1.70	20	0.107	498
1.84	20	0.271	494
1.98	25	0.3705	491
2.12	30	0.448	489
2.83	112	0.7265	481

好地拟合实验, 因为它们在 1.27 fm 以内的区域贡献较大。

四、N-N 相互作用的探讨

$k e^{-(r-b_0)^2/a_2^2}$ 型中程势拟合重子谱说明了它可能有道理。下面我们粗略的探讨这个中程势对核力的贡献。

1. 等效核力势的定义

根据 QCD, 核力是核子内部夸克间交换胶子相互作用的“剩余”效应。由此, Warke^[16] 采用集团反对称波函数在 $\hat{P}_{36}\psi_{ST} = \psi_{ST}$ 的近似下导出了等效的核力位势

$$V_{\text{QEP}} = -9 \langle \phi_b \phi_a | \sum_{\substack{i \in a \\ j \in b}} V_{ij} \hat{P}_{36} | \phi_a \phi_b \rangle / n \quad (4.1)$$

即以单胶子交换模型导出的核力仅由交换夸克量子所产生。所以上式又称为夸克交换势 (QEP)。式中 ϕ_a, ϕ_b 分别是 1、2、3 夸克组成的 a 团和 4、5、6 夸克组成的 b 团的内部波函数。 \hat{P}_{ij} 是 ij 夸克的交换算符, n 是模, $[\dots]_{ST}$ 表示耦合成自旋 S 同位旋 T 的态, 在 $\psi_{ST}(R)$ 随 R 变换缓慢的近似下

$$n \equiv \langle \Psi | \Psi \rangle \approx \langle \phi_a \phi_b | (1 - 9\hat{P}_{36}) | \phi_a \phi_b \rangle \quad (4.2)$$

其中 Ψ 是 N-N 系统的波函数。

$$\Psi = \frac{1}{\sqrt{10}} \left(1 - \sum_{\substack{i \in a \\ j \in b}} \hat{P}_{ij} \right) [\phi_a(1,2,3)\phi_b(4,5,6)]_{ST}\psi_{ST}(R) \quad (4.3)$$

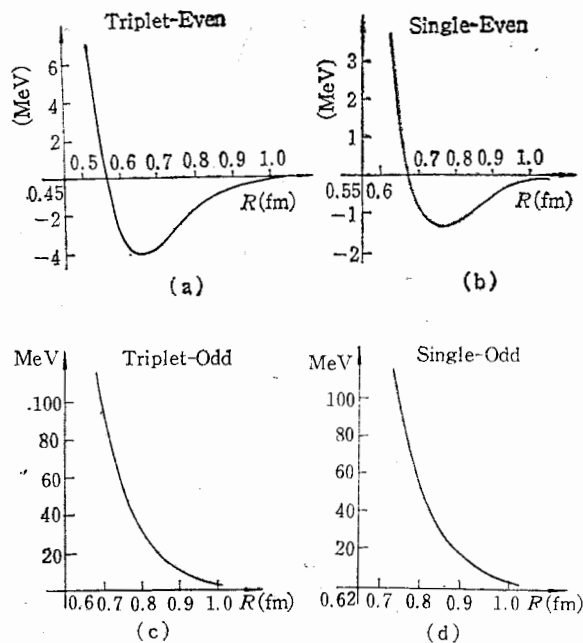


图 2

2. 核力势的详细计算可查阅文献 [16], 本文在纠正了文献 [16] 的错误后¹⁾, 代进了重子谱拟合势 $V(ij)$ 的参数. 计算的程序是先略去中程势算得各道核力如图 2 所示. 图 2(a) 和 (b) 表明在偶道核力势各自有约 4 MeV 和 1.5 MeV 深的吸引, 短程有强排斥其半径为 0.55 fm. 略大于唯象核力给出的排斥心半径 (0.42 fm), 吸引的强度远小于唯象核力势的要求. 图 2 (c) 和 (d) 表明在奇道有强排斥的硬心势.

当加入中程势的贡献时, 计算结果表明, 由重子谱定出的中程势对核力的贡献很小, 图 2 中各道的核力势没有可观察的改变. 若放弃重子谱拟合的参数而对中程势参数做新的调节, 调到重子谱不允许的 $b_0 = 0.5$ fm 处可使偶道核力的中程吸引加强, 排斥心半径也有减小 (当然这时 k 和 a_2 也要作相应的调节). 文献 [7—9] 要求中程势的作用范围靠近短程, 其原因也在于此.

本文得到的夸克交换势 (QEP) 只能较好地说明核力的短程部分的特征. 加入合理的夸克中程势对核力的中程吸引仍不能给出令人满意的解释.

五、结 论

通过拟合实验重子谱及有关实验数据, 得到了重子中半唯象的夸克两体位势. 其中包括谐振子势, 单胶子交换势和“中程”有效位势三部分, 它们的形式和参数范围都大致定下来了. 由中程位势的参数范围可见它是禁闭的谐振子势的修正, 理论是自洽的. 结果是合理的.

当把所得到的夸克间的有效位势应用于 N-N 核力研究, 并将核力等效于核子间的单夸克交换和取夸克间为二体有效作用时, 计算得到的核力位势仅定性地与实验相符. 即它比唯象位势在奇道中, 排斥心半径偏大, 在偶道中, 吸引力小许多. 这一结果与是否引入中程势关系不大. 这是因为由重子谱定出的中程势力程较大 (大于核子直径) 它在两核子波函数上的平均值很小, 因而对有效核力的直接贡献很小. 所以对有效核力的位势的改进不大.

总起来看, 若在夸克两体的谐振子势加单胶子交换势的基础上加入中程相互作用势来修正以前的位势, 为拟合重子谱, 中程势的力程不能太小, 但若用它计算核力则要求中程相互作用力程小于核半径, 只有这样才能修正核力有效位势在排斥道排斥心偏大; 在吸引道吸引太小等问题, 否则加入夸克中程相互作用修正不起作用.

由于对夸克的谐振子禁闭势做些修正理论上是合理的, 由重子谱的计算亦表明是必要的. 因此我们猜测问题主要在于用单夸克交换和夸克之间的相互作用来计算有效核力的办法过于简化; 它不能吸取用介子交换解释核力理论所取得的合理成就, 即给出有效核力的中程行为. 因此在核力计算中应加入反映介子交换, 如交换正、反夸克对等的机制. 对此我们将继续进行研究.

我们感谢程国均同志多次有益的讨论. 本文作者之一 (胡炳全) 感谢在完成本工作中, 吴式枢、余友文、苏宗涤、廖继志等诸位先生给予的指导.

1) 文献 [16] 中, 模 n 的数值比准确值小 11 倍多, 文献 [7—9] 亦指出这一错误.