

# 核子结构函数探讨

龙 鸣

(中国科学院高能物理研究所)

## 摘要

本文利用文献[1]的方法讨论了核子结构函数，并与不同  $Q^2$  下的实验数据相比较，其结果表明从强子波函数获得核子结构函数的理论方法是探讨强子结构函数初始条件的可能途径。

在文献[1]中利用量子色动力学强子波函数的福克组态展开讨论了  $\pi$  介子结构函数的行为。作为例子，还利用了一种福克组态模型波函数，获得了一种可能的  $\pi$  介子结构函数形式，其理论预言与实验结果相一致。本文将上述结果推广到讨论核子结构函数情况，

在实验上氢核和氘核可以作靶，从深度非弹性散射过程可以直接测量得到质子和中子的结构函数，这样我们就可以将从强子波函数得到的质子和中子结构函数直接与实验结果相比较并可以从实验上来检验模型波函数。

对于核子来讲，我们有<sup>[2]</sup>

$$F_2^N(x, Q^2) = \frac{1}{\pi} \mathcal{D}_F^{-1}(Q^2) \sum_q x_q \sum_{n=3}^{\infty} \int_0^Q [d^2 k_{\perp}] [dx] |\phi_{n/N}^{(Q)}(x_i, k_{\perp i})|^2 \cdot \delta(x - x_q) \quad (1)$$

其中

$$[d^2 k_{\perp}] = 16\pi^3 \delta^{(2)} \left( \sum_{j=1}^n k_{\perp j} \right) \prod_{i=1}^n \frac{d^2 k_{\perp i}}{16\pi^3}$$

$$[dx] = \delta \left( 1 - \sum_i x_i \right) \prod_{i=1}^n dx_i$$

$$\mathcal{D}_F^{-1}(Q^2) = \frac{d_F(Q^2)}{d_F(Q_0^2)}$$

$d_F(Q^2)$  是夸克场算符的重整化因子。 $\phi_{n/N}^{(Q)}(x_i, k_{\perp i})$  是在给定光锥时刻  $\tau = z + t$  下定义的核子波函数，它们相应于各种福克组态  $|qqq\rangle, |qqqq\rangle, \dots$ 。式(1)中的求和是对所有福克组态取的。最低  $n = 3$  相应于核子的价夸克态，高福克组态一直到无穷。在强子波函数中既包含了大距离强子束缚态动力学又包含了不同  $Q^2$  下的演化。当  $Q = Q_0$  时式(1)给出了结构函数的初始条件。

一旦知道了强子结构波函数，就可从(1)式获得结构函数的初始条件。在文献[1]中曾以光锥坐标下谐振子模型波函数作为例子给出了  $\pi$  介子结构函数的初始条件。现在我

们利用推广的谐振子模型波函数形式

$$\phi_n(x_i, \mathbf{k}_{\perp i}) = A_n \exp \left[ -b_n^2 \sum_{i=1}^n \left( \frac{\mathbf{k}_{\perp i}^2 + m^2}{x} \right)_i \right] \quad (2)$$

获得质子结构函数的初始条件。将(2)式代入到(1)式积分可得(当  $m^2 b_n^2 \ll 1$  时)，

$$F_2^N(x, Q_0^2) = \sum_{n=3}^{\infty} C_n x^n (1-x)^{2n-1} \quad (3)$$

其中

$$C_n = \frac{A_n^2 \sum_q e_q^2}{(16\pi^3)^{n-1} (2n-3)! \pi} \left( \frac{\pi}{2b_n^2} \right)^{n-1} \quad (4)$$

(参见文献[1]中的附录)。特别地，对于价夸克态  $n = 3$  时有

$$F_2^{N(V)}(x, Q_0^2) = C_N x^2 (1-x)^3 \quad (5)$$

当  $x \rightarrow 1$  时质子和中子的结构函数都将以  $(1-x)^3$  幂次趋于零，这是与实验结果相一致的。

同样地会遇到无穷级数求和问题，采用在文献[1]中讨论  $\pi$  介子情况相类似的方法，将(1)式中求和变积分并引入权重函数<sup>[4]</sup>  $\rho(\mu^2) = A^2(\mu^2)^\alpha$  就得到

$$F_2^N(x, Q_0^2) = C_1^N x^2 (1-x)^3 + C_2^N x^{1-\alpha} (1-x)^{4+\alpha} \quad (6)$$

取  $\alpha = 1$ ，(6)式变为

$$F_2^N(x, Q_0^2) = C_1^N x^2 (1-x)^3 + C_2^N (1-x)^5 \quad (7)$$

我们就以(7)式作为核子结构函数的初始条件。

选取  $Q_0^2 = 6 \text{ GeV}^2$  的实验数据作为输入。对于质子，利用 SLAC 实验组的数据<sup>[5]</sup>，可以定出参数  $C_1^p$  和  $C_2^p$ ，

$$C_1^p = 3.35 \quad C_2^p = 1.44 \quad (8)$$

其拟合曲线见图 1。

另一方面，定义核子非单态结构函数

$$\Delta^{NS}(x, Q_0^2) \equiv F_2^p(x) - F_2^n(x) \quad (9)$$

将(7)式代入到(9)式可得

$$\begin{aligned} \Delta^{NS}(x, Q_0^2) &= Ax^2 (1-x)^3 + B (1-x)^5 \\ (A &= C_1^p - C_1^n, B = C_2^p - C_2^n) \end{aligned} \quad (10)$$

同样选定  $Q_0^2 = 6 \text{ GeV}^2$ ，利用文献[6]中的实验结果可以定出参数

$$A = 2.59 \quad B = 0.01 \quad (11)$$

由(8)式和(11)式确定  $C_1^n = 0.76$ ， $C_2^n = 1.43$ 。从以上结果可以见到在  $Q_0^2 = 6 \text{ GeV}^2$  时， $C_1^p \simeq C_1^n$  (或  $B \simeq 0$ )，这就是说当  $x \rightarrow 1$  时， $\Delta^{NS}(x) \sim (1-x)^3$ ，纯粹来自于价夸克态的贡献。这是合理的，因为非单态结构函数就是来自于价夸克的贡献，这也与实验结果相一致。将(10)式和(11)式所确定的非单态结构函数代入到 QCD 演化方程<sup>[7]</sup>，在图(2)中给出了在  $Q^2 = 24.5 \text{ GeV}^2$  时理论曲线与实验结果相比较的情况，在理论计算中选取了 QCD 标度参量  $\Lambda^2 = 0.32 \text{ GeV}^2$ 。从图 2 可以看出与实验结果还是符合得比较好的，这也表明以(7)式作为核子结构函数的初始条件是一个较好的近似。

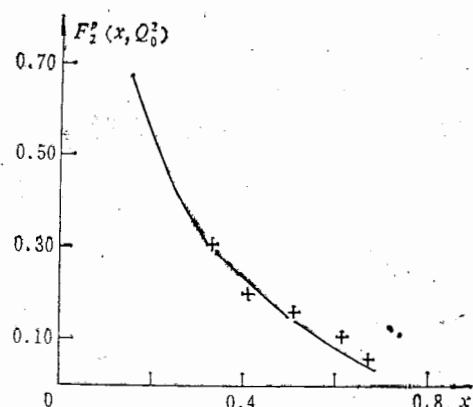


图1  $Q_0^2 = 6 \text{ GeV}^2$  时(7)式拟合实验结果的曲线  
+ : SLAC 实验点

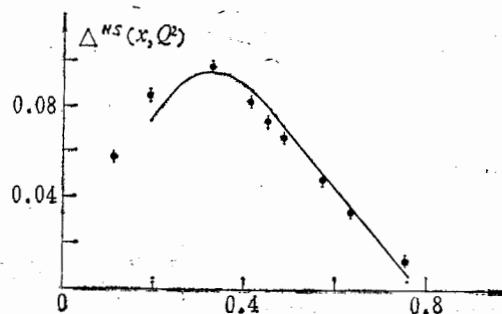


图2 由(10)式和(11)式确定的 $\Delta^{NS}(x)$   
作为初始条件演化后的理论曲线与实验  
结果<sup>[4]</sup> ( $Q^2 = 24.5 \text{ GeV}^2$ ) 相比较。  
◆ 实验点

本文利用文献[1]中的方法计算了核子结构函数,对所有福克态波函数采用了光锥坐标下谐振子波函数,对所有高福克态求和假定可以引入权重函数  $(\mu^2)^n$  变为积分从而获得一种可能的核子结构函数形式。这一形式与质子、中子结构函数都能有较好地符合,仅在小  $x$  区域内有明显的偏离。在小  $x$  区域内,结构函数的贡献主要来自于海夸克,这就是说来自于高福克态的贡献。小  $x$  区域的明显偏离表明我们对高福克态所作的假定和近似还有待于进一步改善。因此,我们利用强子福克态波函数可以获得强子结构函数,这一理论方法是探讨强子结构函数初始条件的正确途径,反过来,从深度非弹强子结构函数的实验结果可以有助于认识强子内部结构。

作者对黄涛老师的指导表示感谢。

### 参 考 文 献

- [1] 龙鸣、黄涛, «高能物理与核物理», “ $\pi$ 分子结构函数的一种可能形式”, 待发表。
- [2] S. J. Brodsky, G. P. Lepage, Proceedings of the SLAC Summer Institute on Particle Physics, (1979).
- [3] S. J. Brodsky, Tao Huang, G. P. Lepage, "Particles and Fields", V2, (1983), 143, (ed by A. Z. Cappi and A. N. Kamal).
- [4] S. J. Brodsky, Tao Huang, G. P. Lepage, (unpublished), and also see Ref 1, 3,
- [5] A. Bodek et. al., Phys. Rev., D20(1980), 1528.
- [6] L. F. Abbott et. al., Phys. Rev., D22 (1980), 582.
- [7] G. Altarelli and G. Parisi, Nucl. Phys., B123 (1977), 298. 沈齐兴等, «高能物理与核物理», 7 (1983), 5.
- [8] R. Wilson, Phys. Rev., 179(1969), 1499.

## AN APPROACH TO THE STRUCTURE FUNCTION FOR NUCLEON

LONG MING

(Institute of High Energy Physics, Academia Sinica)

### ABSTRACT

The structure function for nucleon is discussed by using the method given in a previous paper. The formula are compared with the experimental data from low  $Q^2$  to high  $Q^2$ . The results show that the way that the structure function for nucleon can be obtained from the hadronic wavefunction is a possible approach of investigating structure functions for hadron.

全  
天  
文  
台  
公  
布  
系  
列

ics,

Z.

, 7