

# $\pi$ 在振动核上的散射<sup>1)</sup>

张禹顺 姜焕清

(中国科学院高能物理研究所)

## 摘 要

我们利用光学势计算了 $\pi$ 与振动核的弹性和非弹性散射的角分布。通过 $\pi^+$ 和 $\pi^-$ 散射的比较探讨了中子和质子跃迁密度。并且,讨论了振动核低能级的虚激发对散射微分截面的影响。

## 一、引 言

关于原子核中的电荷分布,用带电粒子作为探针,已经作了大量的研究。由于对电磁作用的性质已经有较清楚的了解,人们已经对原子核基态的电荷分布以及一些低激发态的性质有了很多的了解。相反,由于对强作用的本质不十分清楚,因此,对于核内物质分布的了解甚浅。尽管质子、中子和 $\alpha$ 粒子等强作用粒子都已经用来确定核内中子的分布,但目前得出的结论也不完全一致<sup>[1]</sup>。近年来, $\pi$ 介子也已用来研究核内的物质分布<sup>[2]</sup>。在最近的一篇文章中<sup>[3]</sup>,我们发现, $\pi$ 引起的电荷交换散射对于不十分清楚的中子分布的变形十分灵敏,我们分析了理论模型中的各种近似的细节<sup>[4]</sup>,提出了 $\pi$ 单电荷交换反应可以提供中子分布变形的信息。这一问题的实验研究正在进行<sup>[5]</sup>,预计实验结果很快就会出现。

在原子核的激发方式中,对某些核存在着振动的激发方式,由于中子与质子可以同相振动也可以反相振动。在最近的一系列的实验中,人们用 $\pi$ 单电荷交换反应发现了原子核内存在质子、中子反相的巨单极振动,即同位旋向量的单极共振<sup>[6]</sup>。又一次显示了用 $\pi$ 介子研究原子核激发方式的意义。如<sup>118</sup>Sn,按壳模型的观点,质子处于满壳,而中子处于非满壳,预计这种核的振动会出现类中子振动。而对于<sup>90</sup>Zr核,中子基本上处于满壳,质子处于非满壳,预计这种核具有类质子振动。用 $\pi$ 介子来研究这些问题的工作正在进行<sup>[7]</sup>。从理论上探讨这类反应是有兴趣的。

对于大变形的转动核、振动核存在着一系列的低激发态,这些态很容易被人射粒子激发。在研究弹性散射时,考虑原子核的虚激发是重要的<sup>[8]</sup>。我们在研究 $\pi$ 在振动核上的散射时,也应该考虑这种虚激发。

在第二节中,我们将给出 $\pi$ 介子在振动核上的弹性与到振动能级态上的非弹性散射

1) 中国科学院科学基金资助的课题。

本文 1986 年 1 月 9 日收到。

的微分截面公式;在第三节中,我们给出  $^{118}\text{Sn}$  和  $^{58}\text{Ni}$  这两个核的计算结果并加以讨论。

## 二、理论公式

在这里,我们仅考虑原子核的四极振荡。入射动量为  $k$ , 质量为  $m$  的  $\pi$  介子与原子核的相互作用的哈密顿量为:

$$H = -\frac{\nabla^2}{2m} + U_{opt.}(\mathbf{r}) + \sum_{\mu} \epsilon b_{\mu}^{\dagger} b_{\mu}, \quad (1)$$

式中  $b_{\mu}^{\dagger}$ 、 $b_{\mu}$  分别为四极声子的产生和消灭算符,  $\epsilon$  为单声子激发能;  $U_{opt.}$  为  $\pi$ -原子核之间的光学势, 一般的情况下, 它可以写成为<sup>[8]</sup>

$$U_{opt.} = u_0 + u_1 \boldsymbol{\phi} \cdot \mathbf{T} + u_2 (\boldsymbol{\phi} \cdot \mathbf{T})^2. \quad (2)$$

这里的  $u_0$ 、 $u_1$  和  $u_2$  分别是光学势的同位旋标量、同位旋向量和同位旋张量;  $\boldsymbol{\phi}$  和  $\mathbf{T}$  分别表示  $\pi$  介子与核的同位旋算符。定义总同位旋算符为  $\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\phi} + \mathbf{T}$ , 则我们可以把  $U_{opt.}$  投影到  $\boldsymbol{\tau}$  空间。在定域近似下, 取  $U_{opt.}$  的一级近似项,  $\pi$  介子与核的光学势可以写成为:

$$U_{opt.}^{\tau}(\mathbf{r}) = k^2 \xi_{\tau}(\mathbf{r}) + \frac{1}{2} \nabla^2 \xi_{\tau}(\mathbf{r}), \quad (3)$$

其中

$$\begin{aligned} \xi_{\tau}(\mathbf{r}) &= \lambda_0^{(i)} \rho(\mathbf{r}) + \boldsymbol{\tau}^{(i)}(\boldsymbol{\tau}) \lambda_1^{(i)} \rho'(\mathbf{r}), \\ \rho(\mathbf{r}) &= (A-z) \rho^{(n)}(\mathbf{r}) + z \rho^{(p)}(\mathbf{r}), \\ \rho'(\mathbf{r}) &= (A-z) \rho^{(n)}(\mathbf{r}) - z \rho^{(p)}(\mathbf{r}), \end{aligned}$$

式中  $\rho^{(n)}$ 、 $\rho^{(p)}$  分别是中子与质子的密度分布;  $\lambda_0^{(i)}$ 、 $\lambda_1^{(i)}$  分别为同位旋标量和同位旋向量系数; 其中  $\boldsymbol{\tau}^{(i)}(\boldsymbol{\tau})$  为 C-G 系数<sup>[13]</sup>。对于振动核其密度可以写为:

$$\rho^{(i)}(\mathbf{r}) = \rho_0^{(i)}(\mathbf{r}) + \rho_2^{(i)}(\mathbf{r}) \sum_{\mu} [Y_{2\mu}(\theta, \varphi) b_{\mu} + Y_{2\mu}^*(\theta, \varphi) b_{\mu}^*], \quad (4)$$

其中  $\rho_0^{(i)}(\mathbf{r})$  表示一种平均分布; 第二项表示由振动而引起的涨落;  $i$  表示中子或质子;  $\theta$ ,  $\varphi$  表示本体坐标系的方位角。

我们假定原子核的激发能与入射粒子能量比较可以略去。在这种情况下, 对于  $\pi^+$ 、 $\pi^-$  与振动核之间(在  $\tau$  道的散射振幅算符)的散射振幅算符, 在 Eikonal 近似下可以表示为:

$$\hat{T} = \frac{i\hbar}{2\pi} \int d^2 b e^{i\mathbf{q} \cdot \mathbf{b}} \left\{ \delta_{fi} - \exp \left[ -\chi_{00}^{(i)}(\mathbf{b}) - \sum_{\mu} (\chi_{2\mu}^{(i)} b_{\mu} + \chi_{2\mu}^{(i)*} b_{\mu}^*) \right] \right\}, \quad (5)$$

其中  $\hbar$  为入射动量;  $\mathbf{q}$  为动量传递; 式中

$$\chi_{00}^{(i)}(\mathbf{b}) = \frac{i}{2\hbar} \int_{-\infty}^{\infty} dz \left( k^2 \bar{\rho}_0(\mathbf{r}) + \frac{1}{2} \nabla^2 \bar{\rho}_0(\mathbf{r}) \right), \quad (6)$$

$$\chi_{2\mu}^{(i)}(\mathbf{b}) = \frac{i}{2\hbar} \int_{-\infty}^{\infty} dz \left[ k^2 + \frac{1}{2} \left( \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{6}{r^2} \right) \right] \bar{\rho}_2(\mathbf{r}) Y_{2\mu}(\theta, \varphi),$$

$$\bar{\rho}_0(\mathbf{r}) = \lambda_0^{(i)} \rho_0(\mathbf{r}) + \boldsymbol{\tau}^{(i)}(\boldsymbol{\tau}) \lambda_1^{(i)} \rho_0'(\mathbf{r}),$$

$$\bar{\rho}_2(\mathbf{r}) = \lambda_0^{(i)} \rho_2(\mathbf{r}) + \boldsymbol{\tau}^{(i)}(\boldsymbol{\tau}) \lambda_1^{(i)} \rho_2'(\mathbf{r}),$$

$$\rho_0(\mathbf{r}) = (A-z) \rho_0^{(n)} + z \rho_0^{(p)},$$

$$\begin{aligned}\rho'_0(r) &= (A-z)\rho_0^{(n)} - z\rho_0^{(p)}, \\ \rho_2(r) &= (A-z)\rho_2^{(n)} + z\rho_2^{(p)}, \\ \rho'_2(r) &= (A-z)\rho_2^{(n)} - z\rho_2^{(p)},\end{aligned}$$

在(3,3)共振区,在核内部由于强的吸收效应,对弹性散射的主要贡献来自原子核的外层,因此可以用黑盘子模型来描述 $\pi$ -原子核的散射<sup>[9]</sup>.这样,我们可以近似的取 $z \simeq 0$ ,则

$$\begin{aligned}\chi_{00}^{(\prime)}(\mathbf{b}) &= \frac{-i}{4k} \sqrt{\frac{5}{4\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} dz \left[ k^2 + \frac{1}{2} \left( \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{6}{r^2} \right) \right] \tilde{\rho}_2(r) = -\chi_1(\mathbf{b}), \\ \chi_{2\pm 2}^{(\prime)}(\mathbf{b}) &= \frac{1}{4k} \sqrt{\frac{15}{8\pi}} e^{\pm i2\varphi} \int_{-\infty}^{\infty} dz \left[ k^2 + \frac{1}{2} \left( \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{6}{r^2} \right) \right] \tilde{\rho}_2(r) \\ &= \sqrt{\frac{3}{2}} e^{\pm i2\varphi} \chi_1(\mathbf{b}),\end{aligned}\quad (7)$$

包括 $Y_{2\pm 1}$ 的项积分为零.定义

$$B = -b_0 + \sqrt{\frac{3}{2}} (b_2 e^{-i2\varphi} + b_{-2} e^{i2\varphi}),\quad (8)$$

于是散射振幅算符可以写为

$$\hat{T} = \frac{ik}{2\pi} \int d^2b e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{b}} \{ \delta_{fi} - e^{-\chi_{00}(\mathbf{b})} \cdot e^{\chi_1(\mathbf{b})[B+B^+]} \},\quad (9)$$

这里我们假定 $\chi_1^* = \chi_1$ ,利用 Baker、Campbell、Hausdorff 公式<sup>[10]</sup>,

$$e^{-\chi_1(\mathbf{b})(B+B^+)} = e^{-\chi_1(\mathbf{b})B^+} \cdot e^{-\chi_1(\mathbf{b})B} \cdot e^{-\chi_1^2(\mathbf{b})[B^+,B]/2},$$

以及 $[B^+,B] = -4$ ,可以得到从零声子的基态到达有 $N$ 个声子的激发态之间的跃迁矩阵元为

$$\begin{aligned}\langle N | \hat{T} | 0 \rangle &= \frac{ik}{2\pi} \int d^2b e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{b}} \cdot e^{-\chi_{00}(\mathbf{b})} \cdot e^{2\chi_1^2(\mathbf{b})} \cdot \langle N | e^{-\chi_1(\mathbf{b})B^+} | 0 \rangle, \\ &= \frac{ik}{2\pi} \int d^2b e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{b}} \cdot e^{-\chi_{00}(\mathbf{b})} \cdot e^{2\chi_1^2(\mathbf{b})} \frac{1}{N!} [-\chi_1(\mathbf{b})]^N \langle N | (B^+)^N | 0 \rangle,\end{aligned}\quad (10)$$

如果 $N$ 个声子态的总角动量为 $J(=0,2,4,6\cdots)$ 和它在 $z$ 轴上的投影为 $M$ ,定义

$$\langle N, J, M | (B^+)^N | 0 \rangle \equiv e^{iM\varphi} f_{N,M}^J,\quad (11)$$

这样,对于非弹性散射:

$$\begin{aligned}\langle N, J, M | \hat{T} | 0 \rangle &= ik(-i) \frac{M f_{N,M}^J}{N!} \int_0^\infty b db J_M(qb) (-\chi_1(\mathbf{b}))^N \\ &\quad \cdot e^{-\chi_{00}(\mathbf{b}) + 2\chi_1^2(\mathbf{b})},\end{aligned}\quad (12)$$

对于弹性散射:

$$\langle 0 | \hat{T} | 0 \rangle = ik \int_0^\infty b db J_0(qb) [1 - e^{-\chi_{00}(\mathbf{b}) + 2\chi_1^2(\mathbf{b})}],\quad (13)$$

从(12)式可以看出,由于 $\rho_2$ 的存在,即使在零声子的基态上的弹性散射,到达不同声子态的耦合也会对其弹性散射的结果有影响.

最后,从 $|0\rangle$ 到达 $|N, JM\rangle$ 态的微分截面为:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \sum_M KN, JM |\hat{f}|0\rangle|^2. \quad (14)$$

### 三、结果与讨论

利用上节的公式,我们计算了入射能量为 130MeV 的  $\pi^+$ 、 $\pi^-$  在  $^{58}\text{Ni}$  和  $^{118}\text{Sn}$  上的弹性散射微分截面以及到达  $2^+$  激发态的非弹性散射微分截面. 原子核  $^{118}\text{Sn}$  中有 50 个质子,从壳层模型的观点看,正好处于满壳;而中子数为 68,正好处于两个壳层之间. 人们预计,这个原子核的振动具有类中子振动的性质. 由于  $\pi$ -N 作用具有强的同位旋依赖,用  $\pi$  介子来研究这个核已被实验家所重视<sup>[7]</sup>. 对于  $^{58}\text{Ni}$ , 质子数为 28,中子数为 30,在这个核内,中子分布与质子分布是否相同,人们已用高能质子进行了研究<sup>[12]</sup>,他们通过对质子引起的到达  $2^+$  态的跃迁的研究得到了跃迁密度的知识. 我们用  $\pi$  介子来进一步研究这些问题.

在我们的计算中, $\pi$ -核光学势参数  $\lambda_0$  和  $\lambda_1$ ,由自由  $\pi$ -N 散射相移来决定. 原子核基态的质子及中子密度分布的形状取自电子散射实验得到的结果,即  $\rho^{(i)}(r) = \rho_0/(1 + e^{(r+R_0)/a})$ ,其中  $R_0$  为  $\frac{1}{2}$  密度处原子核的半径, $a$  为原子核表面厚度参数. 由于电子实验只能定出原子核的电荷分布. 我们假定中子的分布基本上与质子的分布差不多,而允许中子的分布有小的改变,以便检验中子分布的改变对结果是否有影响.

关于原子核的跃迁密度,我们利用 Tassie 模型<sup>[11]</sup>. 对于四极振荡跃迁,我们得到:

$$\rho_2^{(i)}(r) = N_2^{(i)} r \frac{d}{dr} \rho_0^{(i)}(r),$$

式中强度参数  $N_2^{(i)}$  可以通过  $E2$  跃迁的强度来决定:

$$B^{(p)}(E2) = 5 \left[ \int_0^\infty r^4 \rho_2^{(p)}(r) dr \right]^2,$$

关于中子的跃迁矩阵元  $B^{(n)}$ ,人们了解得比较少一些. 对于  $^{58}\text{Ni}$ ,我们取质子在  $^{58}\text{Ni}$  上散射得到的结果<sup>[12]</sup>. 对于  $^{118}\text{Sn}$ ,我们利用壳层模型计算得到的中子与质子的跃迁矩阵元之比<sup>[7]</sup>

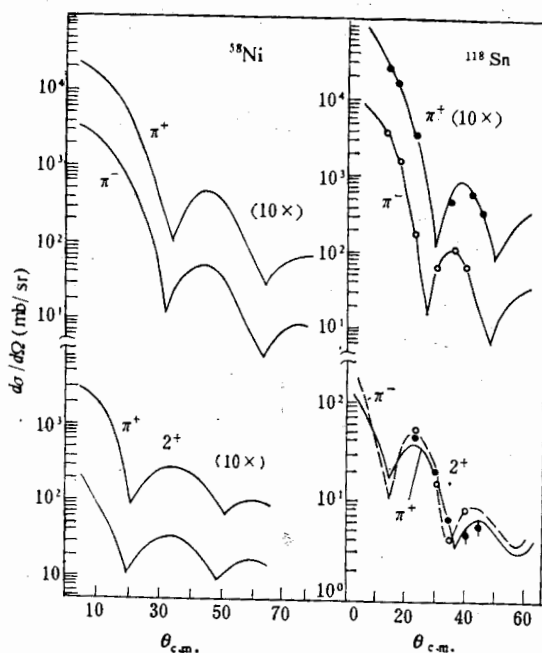
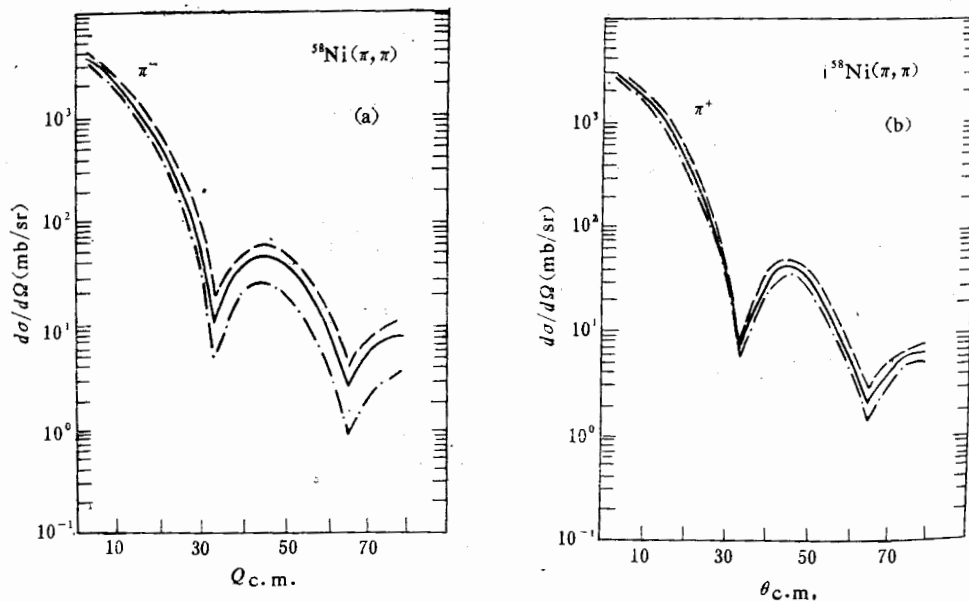
$$M_n/M_p = 1.68,$$

来确定  $B^{(n)}(E2)$ . 我们在计算中所用的参数在表 1 中给出.

表 1

	$R_p(\text{fm})$	$R_n(\text{fm})$	$A_p(\text{fm})$	$A_n(\text{fm})$	$B_p(\text{fm}^4)$	$B_n(\text{fm}^4)$
$^{58}\text{Ni}_{28}$	4.309	4.309	0.517	0.564	706.0	983.0
$^{118}\text{Sn}_{50}$	5.275	5.275	0.540	0.540	2160.0	6096.4

在图 1 中,我们给出 130MeV 的  $\pi^\pm$  在  $^{58}\text{Ni}$  和  $^{118}\text{Sn}$  上的弹性散射和到达  $2^+$  激发态上的非弹性散射的微分截面. 在计算中,我们取  $R_0^{(n)} = R_0^{(p)}$ . 从计算结果可以看出,在实际上没有自由参数可以调的情况下,我们的理论计算值,对于  $^{118}\text{Sn}$  来讲与实验值符合得相当

图 1  $T_{\pi} = 130\text{MeV}$ 图 2  $T_{\pi} = 130\text{MeV}$ 

—  $R_p = R_n$     - -  $R_p = 0.9R_n$     - · -  $R_p = 1.1R_n$

好;对于 $^{58}\text{Ni}$ , 质子在 $^{58}\text{Ni}$ 上的弹性散射实验已经得到了一些关于 $^{58}\text{Ni}$ 核内物质分布的信息. 在 Los Alamos 的实验中, 精确地给出了  $\Delta = \langle r^2 \rangle_n^{1/2} - \langle r^2 \rangle_p^{1/2} = -0.01\text{fm}$ . 由于 $\pi$ 介子与核子的作用具有强的同位旋依赖性, 这提供了研究这一问题的新的途径. 目前还

没有  $\pi$ - $^{58}\text{Ni}$  上的散射实验值,所以无法比较。我们期望有这方面的实验出现。

在图 2 中,我们给出了改变  $R_n$  的大小,对  $\pi^\pm$  在  $^{58}\text{Ni}$  上的弹性散射的影响。我们看到,当中子的分布半径比质子的分布半径增大或减小 10% 时,相应的  $\pi^+$ 、 $\pi^-$  与  $^{58}\text{Ni}$  原子核的弹性散射微分截面分别减小或增大。因无实验值,故无法比较。

在图 3 中,我们给出了由  $\pi^+$ 、 $\pi^-$  引起的  $^{118}\text{Sn}$  核到达  $2^+$  激发态上的微分截面。质子的分布参数取自电子散射实验,中子的分布半径比质子的分布半径增大或减小 10%,或者两者相等。从计算值与实验值比较表明,当  $R_n = R_p$  时,计算值更能解释实验值。

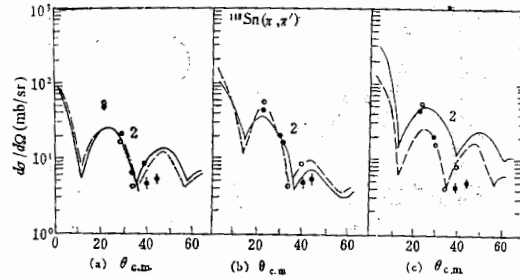


图 3  $T_\pi = 130\text{MeV}$

—  $\pi^+$  与  $^{118}\text{Sn}$  核激发到  $2^+$  态的非弹性散射

- -  $\pi^-$  与  $^{118}\text{Sn}$  核激发到  $2^+$  态的非弹性散射

(a)  $R_p = 1.1R_n$  (b)  $R_p = R_n$  (c)  $R_p = 0.9R_n$

在图 4 中,我们给出了在  $0^\circ$  时,  $\pi^+$ 、 $\pi^-$  与  $^{58}\text{Ni}$  之间的弹性散射微分截面随入射粒子能量的变化而变化。我们看到,截面的最大值的位置比自由  $\pi$ - $N$  散射时的位置有所变动,这与一般的实验规律及理论解释也相一致。

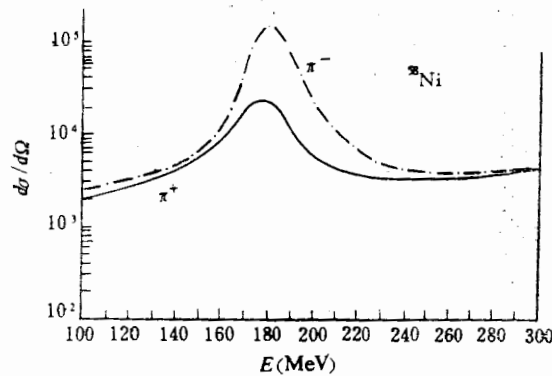
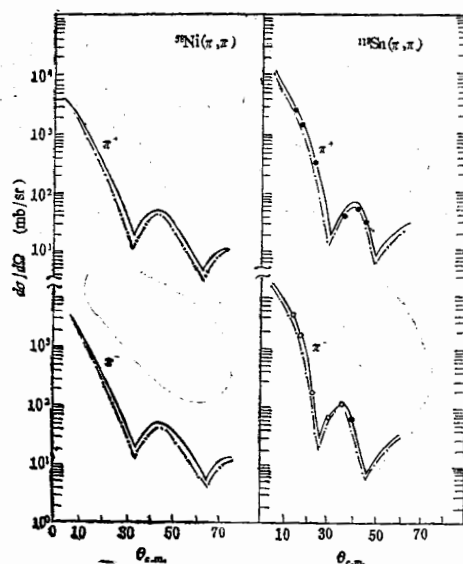
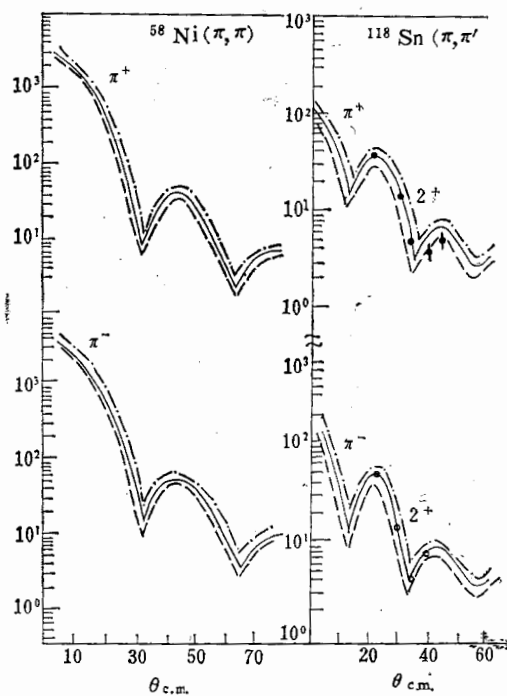


图 4

在图 5 中,我们比较了有虚激发和没有虚激发这两种情况的差别。我们看到在峰值区域,虚激发引起的修正为 20% 左右。在前面我们已经提到,对于中能粒子在振动核上的弹性散射,原子核低激发态的虚激发过程是重要的。如果在计算中不考虑原子核的虚激发,相当于把光学势对原子核的初、末态求平均;在计算弹性散射时,等价于取跃迁密度为零。

图 5  $T_{\pi} = 130\text{MeV}$ 图 6  $T_{\pi} = 130\text{MeV}$ 

—  $B_2^{(n)} = 983$     - · -  $B_2^{(n)} = 1081.3$     ----  $B_2^{(n)} = 884.7$      $T_{\pi} = 130\text{MeV}$

由于我们对中子跃迁矩阵元了解得不够多,我们改变了  $B_2^{(n)}$  的值,在其它参数都不变的情况下,增大或减小  $B_2^{(n)}$  的值,看  $\pi^+$ 、 $\pi^-$  引起的散射截面的情况。在图 6 中,我们分别给出了将  $B_2^{(n)}$  增大或减小 10% 时,  $\pi^+$ 、 $\pi^-$  引起的使核到达  $2^+$  态的微分截面的变化和

弹性散射微分截面的变化。

通过上面的讨论,我们可以看到, $\pi$  在振动核上的弹性与非弹性散射对于确定原子核内的物质分布有一定的灵敏性;我们也看到,程函近似对于这一问题的描述可以较好地与实验相符合;我们还看到,对于振动核,原子核的虚激发效应在处理弹性散射时应予以考虑。

在我们的理论处理中,我们只取了一级光学位。光学位的高级效应是一个复杂的问题。但对于弹性散射来说最重要的部分是一级,高级效应对于这一问题的影响有待于进一步研究。我们使用了程函近似,严格求解耦合的  $K-G$  方程是另一个有兴趣的问题。我们预计这里所得到的定性结论不会有有多大改变。

### 参 考 文 献

- [1] M. T. McEllistrem, R. E. Shawu, J. Lachkar, F. Cocu, *Phys. Rev.*, **C15**(1977), 927; H. Clement, R. Frick, G. Graw, F. Merz, H. J. Scheerer, P. Schiemenz, N. Seichert and Sun Tsu-hsun, *Phys. Rev. Lett.*, **48**(1982), 1082.
- [2] C. L. Morris, and S. J. Seestrom-Morris, *Phys. Rev.*, **C28**(1983), 2165.
- [3] H. C. Chiang and Mikeel B. Johnson, *Phys. Rev. Lett.*, **53**(1984), 1996.
- [4] H. C. Chiang and M. B. Johnson, *Phys. Rev.*, **C31**(1985), 2140.
- [5] J. N. Knudson, J. R. Comfort and J. D. Bowman, Private Communication, LAMPF Exp. 899.
- [6] J. D. Bowman, et al., *Phys. Rev. Lett.*, **50**(1983), 195; *Phys. Rev. Lett.*, **52**(1984), 2134.
- [7] J. I. Ullmann, J. J. Kraushaar, T. G. Masterson, et al., *Phys. Rev.*, **C31**(1985), 177.
- [8] H. C. Chiang and M. B. Johnson, *Phys. Rev.*, **C32**(1985), 531.
- [9] M. B. Johnson and H. A. Bethe, *Commun. Nucl. Part. Phys.*, **8**(1978), 75.
- [10] For a poof see A. Messiah, *Quantum Mechanics* (North Holland, Amsterdam, 1965), Vol. I, p. 442.
- [11] L. J. Tassie, *Austral. J. Phys.*, **9**(1965), 407.
- [12] R. M. Lombard, G. D. Alkhazov and O. A. DoMchenkov, *Nucl. Phys.*, **A360**(1981), 233.
- [13] M. B. Johnson, *Phys. Rev.*, **C22**(1982), 192. M. B. Johnson and E. R. Siciliano, *Phys. Rev.*, **C27**(1983), 1647.

## PION-SCATTERING FROM VIBRATIONAL NUCLEUS

ZHANG YU-SHUN CHIANG HUAN-CHING

(Institute of High Energy Physics, Academia Sinica)

### ABSTRACT

We calculate the angular distributions of elastic and inelastic scatterings from vibrational nuclei by using optical potential. The neutron and proton transition densities can be studied by comparing the  $\pi^+$  and  $\pi^-$  scattering on the nucleus. The importance of the virtual excitation of vibrational levels in calculating the differential cross section is discussed.