第 10 卷 第 4 期　　高能物理与核物理　　Vol. 10, No. 4
1986 年 7 月　　PHYSICA ENERGIAE FORTIS ET PHYSICA NUCLEARIS　　July, 1986

中子结合能附近的 p 波共振能级的探测

霍 裕 昆
（复旦大学原子核科学系）
刘 建 峰
（郑州大学物理系）

摘　　要

计算了强激光场引起的低能中子的 p 波辐射俘获过程，目的在于探测中子结合能附近的中子 p 波共振能级——它们在通常的低能中子核反应中无法被观察到．用二阶微扰论计算这一截面，结果表示为核矩阵元和激光电场强度的函数．数量级估算表明，为了观察到这一效应，激光的电场强度需要大于 10^5 或 10^8V/cm，前者对应于在入射道中同时存在另一 s 波共振能级．

一、问题的提出

利用低能中子核反应可以观察到中子结合能附近的中子 s 波共振能级．人们很自然地会提问：在中子结合能附近是否有中子 p 波共振能级？如何观测它们？一般说来，有理由认为存在这种能级，特别是在 p 波中子强度函数共振区的核素（例如质量数约为 90 的3 p 共振区），更有可能存在．但是由于离心势垒的缘故，它们很难在通常的低能中子核反应中被观察到．例如当中子能量为 1eV 时，p 波中子的离心势垒穿透系数几乎比 s 波的小 10^6 倍．表现在反应截面上，这种 p 波共振完全被 s 波的本底所掩盖．

为此，有人建议[1,2]通过研究在强激光辐射场中的核反应来探测这种 p 波共振能级．其物理图象如下：在强激光辐照下，入射到质量数约为 90 的靶核附近的低能中子的 s 波与量通过吸收一个光子，激发了在其入射能量附近的 p 波共振能级．对于在这个质量区的核素，通常在它们的基态附近都存在有单粒子性质很强的 s 波中子束缚态（用 (d, p) 反应谱因子来度量），因此可以观察到增强的从 p 波共振能级到 s 波束缚态的价辐射俘获跃迁[3]．通过比较在激光辐照前后这种 γ 谱线的强度，就可以定量地测量到初态的 p 波共振能级．

二、相互作用哈密顿量

由于吸收激光光子和价辐射俘获都是电磁相互作用过程，可以用二阶微扰论来计算

本文 1984 年 11 月 28 日收到．

这一截面. 相互作用哈密顿量包括两项

$$\langle \phi_f | H^{(1)} | \phi_t \rangle = \frac{1}{3} k_\gamma^{3/2} \left(\frac{8\pi\hbar c}{R_0} \right)^{1/2} \langle \phi_f | e_f r Y_{1\mu} | \phi_t \rangle \tag{1}$$

和

$$\langle \phi_t | H^{(2)} | \phi_i \rangle = - \langle \phi_t | e_f \mathscr{E} \cdot \mathscr{R} | \phi_i \rangle, \tag{2}$$

分别对应核的电磁相互作用和激光电场与核的相互作用. 式中，k_γ 是辐射的 γ 光子波数，$e_f = -\frac{Z}{A} e$ 是电偶极跃迁的中子有效电荷，R_0 是 γ 光子波函数的归一化半径，$\mathscr{E}$ 是激光电场强度矢量. 由于可见光激光的波长约为 $\lambda_\omega = \frac{2\pi c}{\omega} \sim 10^{-5}$cm，较原子核的线度大 8 个数量级，因此激光场可以看作是恒定的. (1)和(2)式中，ϕ_i、ϕ_t 和 ϕ_f 分别表示初态、中间态和终态波函数，将在以后详细讨论.

跃迁几率是

$$W_{if} = \frac{2\pi}{\hbar} \left| \sum_t \frac{\langle \phi_f | H^{(1)} | \phi_t \rangle \langle \phi_t | H^{(2)} | \phi_i \rangle}{E_t - E \pm \hbar\omega} \right|^2 \rho_f. \tag{3}$$

激光引起的辐射俘获截面是

$$\sigma_{if}^{(L)} = \frac{1}{v} \frac{1}{2(2I+1)} \sum_{m_i m_f m_I \mu} W_{if}. \tag{4}$$

上式中 $\sum_t$ 表示对中间态集合求和，E_t 是中间态的能量，E 是中子入射能量，v 是中子入射速度，$\rho_f = \frac{R_0}{2\hbar c}$ 是终态能级密度. (3)式中 $\pm\hbar\omega$ 分别对应发射与吸收光子，如果仅仅一个中间共振态是重要的，则仅需考虑其中的一项，并略去它们的相干项. (3)式中对应于 $H^{(1)}$ 和 $H^{(2)}$ 交换的项亦略去了.

三、初态与终态波函数

选择坐标系的 Z 轴沿着激光电场方向，对于中子入射平面波

$$e^{i\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}} = 4\pi \sum_{lm} i^l j_l(kr) Y_{lm}^*(\Omega_0) Y_{lm}(\Omega), \tag{5}$$

初态波函数的 (l, j) 分波可以写作[4]

$$\begin{aligned} \phi_i^{(lj)} = 4\pi i^l \frac{1}{kr} \sum_{Jm} \frac{1}{1 - iK_{lj}^J} & \\ \times \left[\mathrm{Re}\langle U_{lj}^{+J}(r) \rangle + \frac{1}{2} \sum_{\lambda(J)} \frac{\Gamma_{n\lambda}}{E_\lambda - E - \frac{i}{2}\Gamma_\lambda} N_{lj}(r) \right] & \\ \times Y_{lm}^*(\Omega_0) C_{lm\frac{1}{2}m_i}^{jm_j} C_{jm_j I m_I}^{JM} \phi_{ljI}^{JM}, & \end{aligned} \tag{6}$$

式中

$$N_{lj}(r) = \frac{\mathrm{Im}\langle U_{lj}^{+J}(r) \rangle}{\mathrm{Im}\langle K_{lj}^J \rangle}, \tag{7}$$

Ω_0 和 Ω 分别是中子入射波矢 $\boldsymbol{k}$ 和 $\boldsymbol{r}$ 的角度坐标，$\langle U_{lj}^{+J}(r) \rangle$ 是光学模型波函数，$\langle K_{lj}^J \rangle$ 是

光学模型计算的反应矩阵元，R_e 和 I_m 分别指实部和虚部. λ 表示入射道（s 波）的共振，E_λ，Γ_λ 和 $\Gamma_{n\lambda}$ 分别是共振的能量，总宽度和中子宽度. C 是角动量耦合系数，m_i 和 m_I 是中子和靶核的自旋投影.

$$\phi_{ljI}^{JM} = [Y_{lj} \times \phi_{0I}]^{JM} \tag{8}$$

是道波函数，由靶核基态波函数 ϕ_{0I} 与中子角动量波函数 Y_{lj} 耦合成总角动量 J 和投影 M.

终态波函数是

$$\Psi_f = \sqrt{S_f}\,\frac{U_{l_fj_f}(r)}{r}\,\phi_{l_fj_fI}^{J_fM_f}, \tag{9}$$

式中，$U_{l_fj_f}(r)$ 是束缚的单粒子径向波函数，S_f 是 (d, p) 反应的谱因子.

四、中间态波函数

根据所研究的物理问题，中间态可以取作是一系列离散的中子 p 波共振能级，设其波函数为 $\phi_{\lambda'}^{J'M'}$，λ' 是中间态的标号，J' 和 M' 是其角动量和投影. 将 $\phi_{\lambda'}^{J'M'}$ 用组态波函数展开

$$\Psi_t = \Psi_{\lambda'}^{J'M'} = \sum_{l'j'} a_{l'j'}^{\lambda'J'}\,\frac{v_{l'j'}(r)}{r}\,\phi_{l'j'I}^{J'M'}, \tag{10}$$

式中，$v_{l'j'}(r)$ 是中子-靶核的光学位阱的径向波函数，展开系数可以表示为[3]

$$a_{l'j'}^{\lambda'J'} = \left[\frac{M}{\hbar^2}\frac{\sqrt{E_{\lambda'}(\mathrm{eV})}}{k_{\lambda'}}\,\Gamma_{\lambda'n}^{l'}\right]^{1/2}\frac{1}{v_{l'j'}(R)}, \tag{11}$$

$\Gamma_{\lambda'n}^{l'}$ 是中子约化宽度.

将(11)式代入(10)式，得到

$$\Psi_{\lambda'}^{J'M'} = \sum_{l'j'}\left[\frac{M}{\hbar^2}\frac{\sqrt{E_{\lambda'}(\mathrm{eV})}}{k_{\lambda'}}\,\Gamma_{\lambda'n}^{l'}\right]^{1/2}\frac{\phi_{l'j'I}^{J'M'}}{r}\,\frac{v_{l'j'}(r)}{v_{l'j'}(R)}. \tag{12}$$

由于 $\phi_{\lambda'}^{J'M'}$ 是一亚稳态波函数，径向波函数 $v_{l'j'}(r)$ 需要在内区归一化，但是(12)式仅仅与比值 $\dfrac{v_{l'j'}(r)}{v_{l'j'}(R)}$ 有关，与其归一化系数无关，因此可以采用(7)式定义的 $N_{l'j'}(r)$ 代替 $v_{l'j'}(r)$.

五、相互作用矩阵元与截面

将(6)、(9)和(12)式代入 (1)、(2) 式，并考虑到 $l=0$，$l'=1$，$l_f=0$ 这一特定情形，得到

$$\langle\psi_f|H^{(1)}|\psi_i^{(l'j')}\rangle = \frac{1}{3}\left(\frac{2\hbar c}{R_0}\right)^{1/2}(-1)^{I-J'-\frac{1}{2}}k_\gamma^{3/2}\sqrt{S_f}\quad e_f A_{l'j'}^{\lambda'}\sqrt{(2j'+1)(2J'+1)}$$
$$C_{J'M'1u}^{J_fM_f}W(j'J'j_fJ_f, I1)\int_R^\infty rU_{l_fj_f}(r)V_{l'j'}(r)dr, \tag{13}$$

$$\langle\psi_t^{(l'j')}|H^{(2)}|\psi_i\rangle = 2\left(\frac{\pi}{3}\right)^{1/2}\sum_J(-1)^{I-J+\frac{1}{2}}e_f\mathscr{E}\,A_{l'j'}^{\lambda'}\sqrt{(2j'+1)(2J+1)}$$
$$C_{im_iIm_I}^{JM}C_{JM10}^{J'M'}W(jJj'J', I1)\frac{1}{k}\frac{1}{1-i\langle K_{lj}^J\rangle}$$

$$\left[Q^{(B)}_{l'j'lj}+\frac{1}{2}\sum_{\lambda(J)}\frac{\Gamma_{n\lambda}}{E_\lambda-E-\frac{i}{2}\Gamma_\lambda}Q^{(R)}_{l'j'lj}\right]. \tag{14}$$

式中，W 是拉卡系数，

$$V_{l'j'}(r)=\frac{v_{l'j'}(r)}{v_{l'j'}(R)}, \tag{15}$$

$$A^{\lambda'}_{l'j'}=\left[\frac{M}{\hbar^2}\frac{\sqrt{E_{\lambda'}(\mathrm{eV})}}{k_{\lambda'}}\Gamma^{l'}_{\lambda'n}\right]^{1/2}, \tag{16}$$

$$Q^{(B)}_{l'j'lj}=\int_R^\infty rV_{l'j'}(r)\mathrm{Re}\langle U^{+J}_{lj}(r)\rangle dr, \tag{17}$$

$$Q^{(R)}_{l'j'lj}=\int_R^\infty rV_{l'j'}(r)N_{lj}(r)dr. \tag{18}$$

$Q^{(B)}$ 和 $Q^{(R)}$ 分别对应入射道没有共振(本底)和有共振(用 λ 表示)的两种情况.

将(13)、(14)式代入(3)和(4)式，得到截面公式

$$\sigma^{(L)}_{if}=\frac{16}{81}\frac{1}{\hbar v}\frac{\pi}{k^2}\sum_{\lambda'J}\frac{2J+1}{2(2I+1)}k_r^3e_f^4\varepsilon^2[A^{\lambda'}_{l'j'}]^4$$
$$\times\frac{1}{(E_\lambda-E\pm\hbar\omega)^2+\Gamma^{2}_{\lambda'}/4}\frac{1}{|1-i\langle K^J_{lj}\rangle|^2}(2j'+1)^2(2J'+1)(2J_f+1)S_f$$
$$W^2(j'J'j_fJ_f,I1)\ W^2(j'JjJ,I1)$$
$$\left|\int_R^\infty rU_{l_fj_f}(r)V_{l'j'}(r)dr\right|^2\left|Q^{(B)}_{l'j'lj}+\frac{1}{2}\sum_{\lambda(J)}\frac{\Gamma_{n\lambda}}{E_\lambda-E-\frac{i}{2}\Gamma_\lambda}Q^{(R)}_{l'j'lj}\right|^2. \tag{19}$$

上式可以改写成共振截面形式

$$\sigma^{(L)}_{if}=\frac{\pi}{k^2}\sum_{\lambda'}\frac{2J'+1}{2(2I+1)}\frac{\Gamma^{(L)}_{\lambda'n}\Gamma^{(V)}_{\lambda'rf}}{(E_\lambda-E\pm\hbar\omega)^2+\frac{1}{4}\Gamma^{2}_{\lambda'}}, \tag{20}$$

式中

$$\Gamma^{(V)}_{\lambda'rf}=\frac{16\pi}{9}k_r^3\frac{|\langle\phi_f\|e_frY_1\|\phi_i\rangle|^2}{2J'+1}$$
$$\underset{(l_f=0)}{=}\frac{4}{9}k_r^3(2J_f+1)(2j'+1)S_f[A^{\lambda'}_{l'j'}]^2e_f^2W^2_{(j'J'j_fJ_f,I1)}$$
$$\times\left|\int_R^\infty rU_{l_fj_f}(r)V_{l'j'}(r)dr\right|^2 \tag{21}$$

是中子 p 波共振能级 λ' 的价辐射俘获宽度[3,4]

$$\Gamma^{(L)}_{\lambda'n}=\frac{4}{9}\frac{1}{\hbar v}e_f^2\mathscr{E}^2[A^{\lambda'}_{l'j'}]^2(2j'+1)\sum_J(2J+1)\frac{1}{|1-i\langle K^J_{lj}\rangle|^2}$$
$$W^2(j'J'jJ,I1)\left|Q^{(B)}_{l'j'lj}+\frac{1}{2}\sum_{\lambda(J)}\frac{\Gamma_{n\lambda}}{E_\lambda-E-\frac{i}{2}\Gamma_\lambda}Q^{(R)}_{l'j'lj}\right|^2 \tag{22}$$

可以看作是共振能级 λ' 的激光引起的等效 p 波中子宽度.

六、激光引起的谱线增强因子

当没有激光辐照时，入射中子的 p 波价辐射俘获截面是

$$\sigma_{if} = \frac{\pi}{k^2}\sum_{\lambda'}\frac{2J'+1}{2(2I+1)}\frac{\Gamma_{\lambda' n}\Gamma^{(V)}_{\lambda' rf}}{(E-E_{\lambda'})^2+\frac{1}{4}\Gamma^{2}_{\lambda'}}, \tag{23}$$

式中

$$\Gamma_{\lambda' n}\underset{(l'=1)}{=}\frac{(kR)^2}{1+(kR)^2}\sqrt{E(\mathrm{eV})}\,\Gamma^{l'}_{\lambda' n} \tag{24}$$

是能级 λ' 固有的 p 波中子宽度．比较(20)与(23)式，得到激光引起的谱线增强因子是

$$\begin{aligned}F = \frac{\Gamma^{(L)}_{\lambda' n}}{\Gamma_{\lambda' n}} &= \frac{4}{9}\frac{1}{\hbar v}e_f^2\mathscr{E}^2\frac{M}{\hbar^2}\frac{\sqrt{E_{\lambda'}(\mathrm{eV})}}{k_{\lambda'}}\frac{1+(kR)^2}{(kR)^2}\frac{2J'+1}{\sqrt{E(\mathrm{eV})}}\\ &\quad \Bigg|\sum_J\frac{1}{|1-i\langle K^J_{lj}\rangle|^2}(2J+1)W^2(j'J'jJ,I1)\,Q^{(B)}_{l'j'lj}\\ &\quad +\frac{1}{2}\sum_{\lambda(J)}\frac{\Gamma_{n\lambda}}{E_\lambda-E-\frac{i}{2}\Gamma_\lambda}Q^{(R)}_{l'j'lj}\Bigg|^2\end{aligned} \tag{25}$$

用以下一组典型的数据估算增强因子 F 的数量级：

$E_f = 5\mathrm{MeV}$，　$E = 0.024\mathrm{eV}$，　$\hbar\omega = 1\mathrm{eV}$，　$A = 100$，　$Z = 42$，

$I = 0$，　$S_f = 1$，　$(l, j) = \left(0, \frac{1}{2}\right)$，　$(l', j') = (1, 3/2)$，

$\Gamma^{l}_{\lambda n}/\Gamma_\lambda \underset{(l=0)}{=} 1/4$，

和

$$V_{l'j'}(r)\underset{(l'=1)}{\simeq}k_{\lambda'}r\eta_1(k_{\lambda'}r)\simeq\frac{1}{k_{\lambda'}r}, \tag{26}$$

$$\mathrm{Re}\langle U^{+J}_{lj}(r)\rangle\underset{(l=0)}{\simeq}\sin(kr+\delta_0), \tag{27}$$

$$N_{lj}(r)\underset{(l=0)}{\simeq}-kr\eta_0(kr). \tag{28}$$

式中，$\eta_l(kr)$ 是球面 Neumann 函数，δ_0 是 s 波相移．则从(17)、(18)式可以近似地得到

$$Q^{(B)}_{l'j'lj}\simeq\frac{R}{k},\quad \frac{Q^{(R)}_{l'j'lj}}{Q^{(B)}_{l'j'lj}}\simeq\frac{2}{kR}. \tag{29}$$

结果是：当(25)式的第二项(入射道的共振项)可以略去时，得到

$$F^{(B)}\simeq 5.2\times 10^{-16}[\mathscr{E}(\mathrm{V/cm})]^2; \tag{30}$$

若(25)式的第二项起主要作用时，得到

$$F^{(R)}\simeq 1.0\times 10^{-10}[\mathscr{E}(\mathrm{V/cm})]^2. \tag{31}$$

以上两式中，激光电场强度 $\mathscr{E}$ 均以 V/cm 为单位．$\mathscr{E}$ 与激光功率密度 $I(\mathrm{W/cm})$ 之间的关系是

$$I(\mathrm{W/cm}) = [\mathscr{E}(\mathrm{V/cm})/19]^2. \tag{32}$$

七、结　论

(1) 研究了用激光探测中子结合能附近的 p 波中子共振能级的可能性．当低能中子的入射能量接近这一共振能级的能量时（相距在一个激光光子能量范围内），入射中子的 s 波分量可能通过吸收一个激光光子而转变为 p 波，从而激发这一邻近的 p 波共振能级，导致 p 波共振价俘获的增强现象．

(2) 为了观察到明显的增强现象，当入射道没有 s 波共振时，激光电场强度要大于 $10^8\mathrm{V/cm}$；当入射道有 s 波共振时，即同时存在一对 s 波和 p 波共振能级，它们相距约为一个激光光子能量，激光电场强要大于 $10^5\mathrm{V/cm}$．后者对应的激光功率密度是 $10^7\mathrm{W/cm^2}$

霍裕昆感谢在加拿大乔克河研究所(CRNL)访问期间的友好接待和与 F. C. Khanna 和 M. A. Lone 博士的有益的讨论与合作．

参　考　文　献

[1] D. F. Zaretskii and V. V. Lomonosov, *Sov. Phys. JETP*, **54**(1981), 229.
[2] D. F. Zaretskii and V. V. Lomonosov, *Sov. Phys. JETP Letters*, **30**(1979), 508.
[3] A. M. Lane and I. E. Lynn, *Nucl. Phys.*, **17**(1960), 563.
[4] Yu-Kun Ho and M. A. Lone, *Nucl. Phys.*, A**406**(1983), 1.

INVESTIGATIONS OF *p*-WAVE NEUTRON RESONANCE NEAR NEUTRON BINDING ENERGY

Ho Yu-kun
(*Fudan University*)

Liu Jian-feng
(*Zhengzhou University*)

Abstract

Laser-stimulated enhancement of p-wave radiative capture of low energy neutron is studied, with aiming at investigations of p-wave neutron resonance near neutron binding energy, which can not be observed in the usual low energy neutron induced reactions. The cross sections for such processes are calculated in second order perturbation theory and expressed in term of the intensity of laser radiation and the nuclear matrix elements. Numerical estimates show that an appreciable enhancement of the radiative capture will not be observed until the laser electric field strength reaches a magnitude of 10^5 to 10^8 (V/cm), depending whether an s-wave resonance exists simultaneously in the entrance channel.