

# $U(6/20)$ 超对称性的 $SU(3)$ 的极限

朱培豫 曹雨芳 吴佑实

(上海铁道学院) (华东师范大学) (安徽机电学院)

## 摘 要

本文讨论  $U(6/20)$  超对称性的  $SU(3)$  极限。首先讨论有关群链的诸环节的约化问题,接着讨论动力学的对称性,而后以  ${}^{232}_{92}\text{U}_{143}$  核将理论和实验作一比较。

## 一、引 言

我们在前两篇文章中讨论了  $U(6/20)$  超对称性的  $\text{Spin}(6)$  极限和  $U(5)$  极限,本文讨论  $U(6/20)$  超对称性的  $SU(3)$  极限。

文献 [1] 详细讨论了玻色子相互作用近似 (IBA) 模型的  $SU(3)$  极限,其群链为

$$U(6) \supset SU(3) \supset SO(3) \supset SO(2) \tag{1.1}$$

IBA 模型的  $SU(3)$  极限相当于一种特殊的对称转动偶偶核。

若原子核中的偶质量核心具有  $SU(3)$  极限对称性,原子核中的奇粒子占有  $j = 1/2, 3/2, 5/2, 7/2$  轨道,而且还要把奇质量核和偶质量核统一起来,则就要考虑  $U(6/20)$  超对称性的  $SU(3)$  极限。

本文先讨论  $U(6/20)$  超对称性的  $SU(3)$  极限的群链及其约化,接着讨论动力学对称性。求出其波函数和激发能,而后就  ${}^{232}_{92}\text{U}_{143}$  核将理论和实验加以比较。

## 二、群链和约化

我们所考虑的  $U(6/20)$  超对称性的  $SU(3)$  极限的群链是

$$\begin{aligned} U(6/20) &\supset U^{(B)}(6) \otimes U^{(F)}(20) \supset U^{(B)}(6) \otimes U^{(F_k)}(10) \otimes U^{(F_i)}(2) \\ &\supset SU^{(B)}(3) \otimes SU^{(F_k)}(3) \otimes SU^{(F_i)}(2) \supset SU^{(B+F_k)}(3) \otimes SU^{(F_i)}(2) \\ &\supset SO^{(B+F_k)}(3) \otimes SU^{(F_i)}(2) \supset \text{spin}(3) \supset \text{spin}(2) \end{aligned} \tag{2.1}$$

如果核中奇粒子数  $M = 1$ , 那末

$$\begin{aligned} U^{(F)}(20) &\supset U^{(F_k)}(10) \otimes U^{(F_i)}(2) \supset SU^{(F_k)}(3) \otimes SU^{(F_i)}(2) \\ \underbrace{[10 \cdots 0]}_{20} &\underbrace{[1, 0, \cdots 0]}_{10} \otimes [10] \quad [3, 0] \otimes [1] \end{aligned} \tag{2.2}$$

1)  $U^{(B)}(6) \supset SU^{(B)}(3)$  的约化

文献 [1,2] 给出了这一约化的公式,采用了 Elliott 基. 我们将群表示全部写成可以直接与扬 (Young) 图联系起来的 Partition 形式,这时文献 [1,2] 里的约化公式就变为

$$\begin{aligned}
 [N00000] &= (2N0) \oplus (2N-2, 2) \oplus (2N-4, 4) \\
 &\oplus \cdots \oplus \begin{cases} (N N) & N = \text{偶数} \\ (N+1, N-1) & N = \text{奇数} \end{cases} \\
 &\oplus (2N-6, 0) \oplus (2N-8, 2) \oplus (2N-10, 4) \\
 &\oplus \cdots \oplus \begin{cases} (N-3, N-3) & N-3 = \text{偶数} \\ (N-2, N-4) & N-3 = \text{奇数} \end{cases} \\
 &\oplus (2N-12, 0) \oplus (2N-14, 2) \oplus (2N-16, 4) \\
 &\oplus \cdots \oplus \begin{cases} (N-6, N-6) & N-6 = \text{偶数} \\ (N-5, N-7) & N-6 = \text{奇数} \end{cases} \oplus \cdots \quad (2.3)
 \end{aligned}$$

2)  $SU^{(B+F_k)}(3) \supset SO^{(B+F_k)}(3)$  的约化

文献 [1,2] 也给出了这一约化公式. 我们将群表示写成可以直接与扬 (Young) 图联系起来的 Partition 形式,这时文献 [1][2] 里的约化公式就变为

设  $SU^{(B+F_k)}(3)$  的表示为  $(n_1 n_2)$ , 则

i) 当  $n_2$  等于偶数,  $n_2 \leq n_1/2$  或  $(n_1-1)/2$  时

$$L = K, K+1, K+2, \cdots, (n_1 - (K-1)). \quad (2.4)$$

其中  $K = n_2, n_2 - 2, \cdots, 2$ .

对于  $K = 0, L = n_1, n_1 - 2, \cdots, 1$  或  $0$ . (2.5)

ii) 当  $n_2$  等于奇数,  $n_2 \leq n_1/2$  或  $(n_1-1)/2$  时

$$L = K, (K+1), (K+2), \cdots, (n_1 - (K-1)). \quad (2.6)$$

其中  $K = n_2, n_2 - 2, \cdots, 3$ .

对于  $K = 0, L = n_1, n_1 - 2, \cdots, 1$  或  $0$ . (2.7)

$K = 1, L = n_1 - 1, n_1 - 3, \cdots, 2$  或  $1$ . (2.8)

3)  $SU^{(B)}(3) \otimes SU^{(F_k)}(3)$  的 Kronecker 积的公式为<sup>[3]</sup>

$$\begin{aligned}
 (n_1, n_2) \otimes (n'_1 0) &= \sum_{j=0}^{\min(n'_1, n_2)} (n_1 - n_2, n'_1 - j, n_2 - j, 0) \\
 (n_1, n_2, n'_1, 0) &= (n_1 + n_2 + n'_1, n'_1) \\
 &+ \sum_{i=1}^{\min(n_1, n_2)} (n_1 + n_2 + n'_1 - i, n'_1 + i) \quad (2.9)
 \end{aligned}$$

## 三、动力学对称性

奇粒子数  $M = 1$ , 偶质量核具有  $SU(3)$  极限对称性的原子核的  $U(6/20)$  超对称性波函数是

$$\left\{ \begin{array}{cccccccc} U(6/20) & U^{(B)}(6) & U^{(F)}(20) & SU^{(B)}(3) & SU^{(B+F_k)}(3) & SO^{(B+F_k)}(3) & \text{Spin}(3) & \text{Spin}(2) \\ N & N & M & (N_1'N_2') & (n_1n_2)K & L & J & M_{J_1} \end{array} \right\} \quad (3.1)$$

式中附加量子数  $K$  是由于  $SU(3) \rightarrow SO(3)$  不是完全可约的而引进的。

哈密顿量为

$$H = H_B + H_F + H_{BF} \quad (3.2)$$

将  $H$  用群链 (2.1) 中诸子群的 Casimir 算符表示, 则可以求得  $H$  的本征值, 即能量为

$$E = E_0(\mathcal{N}N) - A[N_1'(N_1' + 3) + N_2'^2 - N_1'N_2'] - \alpha[n_1(n_1 + 3) + n_2^2 - n_1n_2] + \beta_1 L(L + 1) + \beta_2 J(J + 1) \quad (3.3)$$

因为偶偶核  $^{235}_{92}\text{U}_{144}$  是属相互作用玻色子模型中  $SU(3)$  极限, 和  $^{235}_{92}\text{U}_{144}$  紧邻的奇偶核是  $^{235}_{92}\text{U}_{143}$ , 所以我们将以  $^{235}_{92}\text{U}_{143}$  核进行了计算, 这时  $N = 13$ ,  $M = 1$ ,  $\mathcal{N} = 14$ . 我们将  $^{235}_{92}\text{U}_{143}$  核激发能的理论计算值和实验值列于表 1, 在利用 (3.3) 式计算激发能时, 我们取  $A = +40.0\text{keV}$ ,  $\alpha = 7.2\text{keV}$ ,  $\beta_1 = 2.0\text{keV}$ ,  $\beta_2 = 2.4\text{keV}$ .

表 1 中  $\Delta$  表示  $E^{\text{理论}} - E^{\text{实验}}$ ,  $E^{\text{实验}}$  值取自文献 [4], 若采用文献 [5] 中的超对称破缺定义

$$\phi = \frac{\sum_i |E_i^{\text{理论}} - E_i^{\text{实验}}|}{\sum_i E_i^{\text{实验}}}$$

则由表 1, 我们算得  $\phi = 7.0\%$ .

表 1  $^{235}_{92}\text{U}_{143}$  核的激发能级

$(n_1, n_2)$	$K$	$L$	$J^\pi$	$E^{\text{理论}}$ (keV)	$E^{\text{实验}}$ (keV)	$\Delta$ (keV)	$(n_1, n_2)$	$K$	$L$	$J^\pi$	$E^{\text{理论}}$ (keV)	$E^{\text{实验}}$ (keV)	$\Delta$ (keV)
(290)	0	1	1/2 <sup>-</sup>	0.0	0.07	-0.07	(281)	1	1	1/2 <sup>-</sup>	626.4	659	-32.6
			3/2 <sup>-</sup>	7.2		3/2 <sup>-</sup>				633.6	638	-4.4	
	3	5/2 <sup>-</sup>	39.2		0	2		3/2 <sup>-</sup>	641.6	703	-61.4		
		7/2 <sup>-</sup>	56.0	0.0	+56.0	5/2 <sup>-</sup>		653.6	633	+20.6			
	5	9/2 <sup>-</sup>	113.6	46.2	+67.4	1		3	5/2 <sup>-</sup>	665.6	665	+0.6	
		11/2 <sup>-</sup>	140.0	103.0	+37.0	7/2 <sup>-</sup>		682.4	671	+11.4			
	7	13/2 <sup>-</sup>	223.2	170.7	+52.5	0		4	7/2 <sup>-</sup>	698.4	701	-2.6	
		15/2 <sup>-</sup>	259.2	249.1	+10.1	9/2 <sup>-</sup>		720.0	721	-1.0			
	9	17/2 <sup>-</sup>	368.0	338.9	+29.1	1		5	9/2 <sup>-</sup>	740.0	822	-82.0	
		19/2 <sup>-</sup>	413.6	438.5	-24.9	11/2 <sup>-</sup>		766.4	778	-11.6			
	11	21/2 <sup>-</sup>	548.6	550.6	-2.6	0		6	11/2 <sup>-</sup>	790.4	886	-95.6	
		23/2 <sup>-</sup>	603.2	671	-67.8	13/2 <sup>-</sup>		821.6	850	-28.4			
	13	25/2 <sup>-</sup>	701.5	805	-103.5	1		7	13/2 <sup>-</sup>	849.6	961	-111.4	
27/2 <sup>-</sup>		828.0			15/2 <sup>-</sup>	855.6							

$E$  实验值底下划虚线者为该能级的  $J^\pi$  值在实验上尚未确定。

$^{235}_{92}\text{U}_{143}$  的低激发能谱见图 1. 图 1 中画出了理论谱和实验谱。

由  $^{235}_{92}\text{U}_{143}$  的低激发能谱可得出如下结论: 在低于 1MeV 时,  $^{235}_{92}\text{U}_{143}$  核有存在  $U(6/20)$  超对称性的可能性.  $^{235}_{92}\text{U}_{143}$  核是否具有  $U(6/20)$  超对称性, 还得取决于对下列两方面的讨论: (1)  $^{235}_{92}\text{U}_{143}$  的电磁性质是否显示  $U(6/20)$  超对称性, (2) 是否存在超对称性多重态。

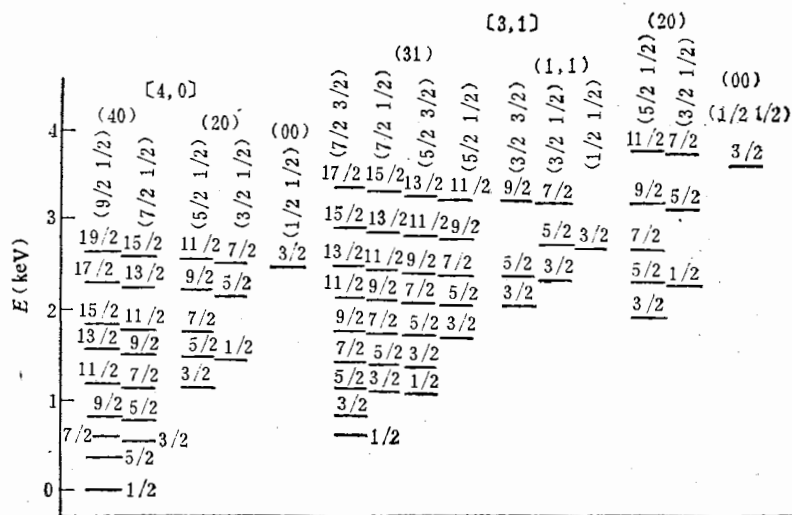


图 1  $^{235}\text{U}_{143}$  的激发能级

参 考 文 献

[ 1 ] A. Arima and F. Iachello, *Anna fo Phys.*, 111(1978), 201.  
 [ 2 ] J. P. Ellrott, *Proc Roy Soc Sera*, 245(1958), 238; 245(1958), 562.  
 [ 3 ] S. Coleman, *Joun. Math. Phys.*, 5(1964), 1343.  
 [ 4 ] Nuclear Data Sheets, 24 No. 1 (1977).  
 [ 5 ] A. B. Balantekin, L. Bars and F. Iachello, *Nuclear Phys.*, A370(1981), 284

**$SU(3)$  LIMIT OF  $U(6/20)$  SUPERSYMMETRY IN NUCLEI**

ZHU PEI-YU

(Shanghai Institute of Railway Technology)

CAO YU-FANG

(East China Normal University)

WU YOU-SHI

(Anwei Institute of Mechanical and Electrical Engineering)

ABSTRACT

In this paper we discuss the  $SU(3)$  limit of  $U(6/20)$  supersymmetry. First we derive the reduction formulas of the relevant group chain. Then we discuss the dynamical symmetry. Finally we make comparison between the theoretical calculation and experimental measurement in the case of nucleus  $^{235}\text{U}_{143}$ .