

夸克模型与等效的单介子交换 N-N 相互作用

余友文 张宗焯 蒋明昉 刘东升

(中国科学院高能物理研究所)

摘 要

利用夸克-反夸克产生模型推出了等效的单介子交换且包含顶点形状因子的 N-N 相互作用势,结果在中长程部分与唯象相互作用符合较好。

一、引 言

随着量子色动力学(QCD)理论的发展,越来越多的人相信 QCD 有可能成为描述强相互作用的有效方法。尤其是近年来在夸克层次上研究核力工作的开展,为人们提供了许多很有兴趣的问题,使得从夸克层次研究核力已成为核物理一个新兴的分支。但是迄今为止,人们的工作都局限于核力的短程,尚未建立一个令人信服的理论,既能给出核力的短程行为,同时又能描写核力中相当于单玻色交换及两个 π 介子交换的中长程部分。为此,我们在这方面作了初步的尝试。

基于 QCD 理论,介子是由正反夸克对组成的,很自然要给出核力的中长程部分就必须考虑海夸克效应。从这一思想出发,文献[1]中已经导出了一个夸克激发一对正反夸克的传递位以及由此而得到的核子-核子相互作用顶点及顶点形状因子。本文是在上述工作的基础上,加进介子传播子,给出坐标空间中等效于单介子交换且包含顶点形状因子的 N-N 相互作用势。可喜的是对于 η, ρ, ω 介子的交换我们得到了解析的结果。同时,我们对上述结果进行了数值分析,与包含不同形状因子的唯象资料进行了比较。结果表明,两者在中长程部分符合相当好,这是令人满意的。

二、坐标空间中 N-N 相互作用势

在工作^[1]中,由考虑海夸克效应,如图1已经得到关于 π, η, ρ, ω 介子的 N-N 相互作用顶点为:

$$H_{NN\pi} = -i\sqrt{4\pi} \frac{f_{NN\pi}}{m_\pi} \sum_{p,p'} F_{NN\pi}(q) \sigma \cdot q a_{p'}^\dagger a_{p,\rho} \tau \cdot \varphi_\pi \quad (1.a)$$

$$H_{NN\eta} = -i\sqrt{4\pi} \frac{f_{NN\eta}}{m_\eta} \sum_{\mathbf{p}, \mathbf{p}'} F_{NN\eta}(q) \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{q} a_{i, \mathbf{p}'}^{\dagger} a_{i, \mathbf{p}} \varphi_\eta \quad (1.b)$$

$$H_{NN\rho} = -i\sqrt{4\pi} \frac{f_{NN\rho}}{m_\rho} \sum_{\mathbf{p}, \mathbf{p}'} F_{NN\rho}(q) (\boldsymbol{\sigma} \times \mathbf{q})_i a_{i, \mathbf{p}'}^{\dagger} a_{i, \mathbf{p}} \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\varphi}_i^{\rho} \quad (1.c)$$

$$H_{NN\omega} = -i\sqrt{4\pi} \frac{f_{NN\omega}}{m_\omega} \sum_{\mathbf{p}, \mathbf{p}'} F_{NN\omega}(q) (\boldsymbol{\sigma} \times \mathbf{q})_i a_{i, \mathbf{p}'}^{\dagger} a_{i, \mathbf{p}} \varphi_i^{\omega}, \quad (1.d)$$

其中 $F_{NNa}(q)$ 是相互作用的顶点形状因子, 具体形式是:

$$F_{NN\pi}^{(q)} = (1 + aq^2)^{1/4} e^{-b_1 q^2}, \quad a = 2\text{fm}^2, \quad b_1 = 0.06\text{fm}^2$$

对于其它介子 $F_{NN\nu}(q) = e^{-b_2 q^2}$, $\nu = \eta, \omega, \rho$. $b_2 = 0.045\text{fm}^2$



图 1 核子-介子顶角相互作用

如同推导 OBEP 一样, 考虑介子传播子后, 我们就可以得到动量表象中的 N-N 相互作用势.

$$V_{NN}^{\pi}(q) = -4\pi \frac{f_{NN\pi}^2}{m_\pi^2} F_{NN\pi}^2(q) \frac{(\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \mathbf{q})(\boldsymbol{\sigma}_2 \cdot \mathbf{q})}{m_\pi^2 + q^2} (\boldsymbol{\tau}_1 \cdot \boldsymbol{\tau}_2) \quad (2.a)$$

$$V_{NN}^{\eta}(q) = -4\pi \frac{f_{NN\eta}^2}{m_\eta^2} F_{NN\eta}^2(q) \frac{(\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \mathbf{q})(\boldsymbol{\sigma}_2 \cdot \mathbf{q})}{m_\eta^2 + q^2} \quad (2.b)$$

$$V_{NN}^{\rho}(q) = -4\pi \frac{f_{NN\rho}^2}{m_\rho^2} F_{NN\rho}^2(q) \frac{(\boldsymbol{\sigma}_1 \times \mathbf{q}) \cdot (\boldsymbol{\sigma}_2 \times \mathbf{q})}{m_\rho^2 + q^2} (\boldsymbol{\tau}_1 \cdot \boldsymbol{\tau}_2) \quad (2.c)$$

$$V_{NN}^{\omega}(q) = -4\pi \frac{f_{NN\omega}^2}{m_\omega^2} F_{NN\omega}^2(q) \frac{(\boldsymbol{\sigma}_1 \times \mathbf{q}) \cdot (\boldsymbol{\sigma}_2 \times \mathbf{q})}{m_\omega^2 + q^2}, \quad (2.d)$$

作富氏变换

$$V_{NN}^{\nu}(r) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int V_{NN}^{\nu}(q) e^{i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}} d\mathbf{q}, \quad (3)$$

就可以得到含有形状因子的, 在坐标表象中的相互作用势.

对于 η, ρ, ω 介子的高斯型形状因子, 我们能够解析地求出 (3) 式的积分, 对 π 介子可作数值积分.

最后得到的坐标表象中交换介子的相互作用势为:

$$V_{NN}^{\eta}(r) = -\frac{1}{2\pi^2} \frac{f_{NN\eta}^2}{m_\eta^2} \cdot \frac{1}{3} (\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{\sigma}_2) \left[\left(\frac{\pi}{2b_2} \right)^{3/2} \exp(-r^2/8b_2) - m_\eta^2 I_0(r, 2b_2, m_\eta) \right]$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{2}{3\pi} \frac{f_{NN\eta}^2}{m_\eta^2} \mathcal{S}_{12} \left\{ \left(\frac{3}{4\pi r^2} + \frac{m_\eta^2}{4\pi} \right) I_0(r, 2b_2, m_\eta) \right. \\
& - \left(\frac{1}{8b_2} \sqrt{\frac{\pi}{2b_2}} + \frac{3}{4r^2} \sqrt{\frac{2\pi}{b_2}} \right) \exp(-r^2/8b_2) \\
& + \frac{3\pi}{4r^2} m_\eta \exp(2b_2 m_\eta^2) \\
& \cdot \left[2\text{ch}(m_\eta r) - e^{-m_\eta r} \phi \left(m_\eta \sqrt{2b_2} - \frac{r}{2\sqrt{2b_2}} \right) \right. \\
& \left. \left. - e^{m_\eta r} \phi \left(m_\eta \sqrt{2b_2} + \frac{r}{2\sqrt{2b_2}} \right) \right] \right\} \quad (4) \\
V_{NN}^{\rho,\omega}(r) = & - \frac{1}{3\pi^2} \frac{f_{NN\nu}^2}{m_\nu^2} (\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{\sigma}_2) \left[\left(\frac{\pi}{2b_2} \right)^{3/2} \exp(-r^2/8b_2) \right. \\
& - m_\nu^2 I_0(r, 2b_2, m_\nu) \\
& - \frac{2}{3\pi} \frac{f_{NN\nu}^2}{m_\nu^2} \mathcal{S}_{12} \left\{ \left(\frac{3}{4\pi r^2} + \frac{m_\nu^2}{4\pi} \right) I_0(r, 2b_2, m_\nu) \right. \\
& - \left(\frac{1}{8b_2} \sqrt{\frac{\pi}{2b_2}} + \frac{3}{4r^2} \sqrt{\frac{2\pi}{b_2}} \right) \exp(-r^2/8b_2) + \frac{3\pi}{4r^2} m_\nu \exp(2b_2 m_\nu^2) \\
& * \left[2\text{ch}(m_\nu r) - e^{-m_\nu r} \phi \left(m_\nu \sqrt{2b_2} - \frac{r}{2\sqrt{2b_2}} \right) \right. \\
& \left. \left. - e^{m_\nu r} \phi \left(m_\nu \sqrt{2b_2} + \frac{r}{2\sqrt{2b_2}} \right) \right] \right\}, \quad (5)
\end{aligned}$$

((5)中没有计及 $(\boldsymbol{\tau}_1 \cdot \boldsymbol{\tau}_2)$ 的差别, ν 分别代表 $\rho \cdot \omega$)

$$\begin{aligned}
V_{NN\pi}^{(\rho)} = & - \frac{f_{NN\pi}^2}{m_\pi^2} \frac{2}{3\pi r} (\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{\sigma}_2) \int_0^\infty (1 + aq^2)^{1/2} \exp(-2b_1 q^2) \frac{q^3 \sin qr}{m_\pi^2 + q^2} dq \\
& + \frac{f_{NN\pi}^2}{m_\pi^2} \frac{2}{3\pi} \mathcal{S}_{12} \int_0^\infty (1 + aq^2)^{1/2} \exp(-2b_1 q^2) \frac{q^4 j_2(qr)}{m_\pi^2 + q^2} dq, \quad (6)
\end{aligned}$$

式中 j_2 是2阶球贝塞尔函数.

$$\begin{aligned}
I_0(r, 2b_2, m) = & - \frac{16\pi^2}{r^2} \exp(2b_2 m^2) \left[2\text{sh}(mr) \right. \\
& \left. + e^{-mr} \phi \left(m\sqrt{2b_2} - \frac{r}{2\sqrt{2b_2}} \right) - e^{mr} \phi \left(m\sqrt{2b_2} + \frac{r}{2\sqrt{2b_2}} \right) \right]
\end{aligned}$$

$\phi(x)$ 是误差函数. 定义为

$$\phi(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt.$$

三、唯象相互作用势及坐标表象的表达式

为了比较起见,我们采用了两种通常运用的形状因子,有理分式型和高斯型.

有理分式型^[2]的相互作用势在动量表象中的表达式也可写为:

$$V_{ps} = -4\pi \frac{f_{NNps}^2}{m_{ps}^2} F_{ps}^2(q) \frac{(\sigma_1 \cdot q)(\sigma_2 \cdot q)}{m_{ps}^2 + q^2} \quad (7.a)$$

$$V_v = -4\pi \frac{f_{NNv}^2}{m_v^2} F_v^2(q) \frac{(\sigma_1 \times q) \cdot (\sigma_2 \times q)}{m_v^2 + q^2} \quad (7.b)$$

f 的数值见表1, 形状因子的具体形式是:

$$F_{ps}(q) = \frac{\Lambda^2 - m_{ps}^2}{\Lambda^2 + q^2},$$

$$F_v(q) = \left(\frac{\Lambda^2 - m_v^2}{\Lambda^2 + q^2} \right)^{3/2}$$

其中 ps, v 相应于赝标和矢量介子, m 是核子质量, Λ 为截断参数. 此外(7)式中如果是同位旋为 1 的介子, 还应加上 $(\tau_1 \cdot \tau_2)$.

利用留数定理, 可得到(7)式在坐标表象中的结果.

$$V_{\pi,\eta}(r) = \frac{f_{NNv}^2}{3m^2} \left\{ \frac{m_v^2}{r} (e^{-m_v r} - e^{-\Lambda r}) (\sigma_1 \cdot \sigma_2) - \frac{\Lambda}{2} (\Lambda^2 - m_v^2) e^{-\Lambda r} (\sigma_1 \cdot \sigma_2) \right. \\ \left. + \mathcal{S}_{12} \left[\frac{3}{r^3} (e^{-m_v r} - e^{-\Lambda r}) + \frac{3}{r^2} (m_v e^{-m_v r} - \Lambda e^{-\Lambda r}) \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{\Lambda}{2} (\Lambda^2 - m_v^2) e^{-\Lambda r} + \frac{m_v^2}{r} (e^{-m_v r} - e^{-\Lambda r}) + \frac{3}{2r} (m_v^2 - \Lambda^2) e^{-\Lambda r} \right] \right\} \quad (8.a)$$

$$V_{\rho,\omega}(r) = -\frac{f_{NNv}^2/m_v^2}{r} (\sigma_1 \cdot \sigma_2) \left[\frac{2m_v^2}{3} (e^{-\Lambda r} - e^{-m_v r}) \right. \\ \left. + \frac{(\Lambda^2 - m_v^2)^2}{12} r^2 e^{-\Lambda r} + \left(\frac{\Lambda^3}{12} + \frac{m_v^2 \Lambda}{6} - \frac{m_v^4}{4\Lambda} \right) r e^{-\Lambda r} \right] \\ - \frac{f_{NNv}^2/m_v^2}{3} \mathcal{S}_{12} \left[m_v^2 \left(1 + \frac{3}{m_v r} + \frac{3}{(m_v r)^2} \right) \frac{e^{-m_v r}}{r} \right. \\ \left. - \Lambda^2 \left(1 + \frac{3}{\Lambda r} + \frac{3}{(\Lambda r)^2} \right) \frac{e^{-\Lambda r}}{r} - \left(\frac{\Lambda(\Lambda^2 - m_v^2)}{2} + \frac{\Lambda^2 - m_v^2}{2r} \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{(\Lambda^2 - m_v^2)^2}{8} r \right) e^{-\Lambda r} \right]. \quad (8.b)$$

文献[3]中对矢量介子给出了高斯型的形状因子. 他们的结果是:

$$F_v(k', k) = \exp[(\alpha_v(z) - 1)\xi_v] \quad (9)$$

其中:

$$\xi_v = \text{arc cosh} \sqrt{\frac{4(k'^2 + m^2)}{4m^2 - t_0^2}} + \text{arccosh} \sqrt{\frac{4(k^2 + m^2)}{4m^2 - t_0^2}} \quad (10)$$

$$\alpha_v(z) = \alpha_v(0) + \alpha'_v(0)z$$

$$t_0 = (2m_\pi)^2, \text{ 对 } \rho \text{ 介子, } t_0 = (3m_\pi)^2, \text{ 对 } \omega \text{ 介子.}$$

这里 m 是核子质量, z 是四动量转移, $\alpha_v(0)$ 和 $\alpha'_v(0)$ 均为常数.

为了与我们的结果进行比较, 必须将(9)、(10)两式化简.

在 on-mass-shell 和 on-energy-shell 的条件下,

$$k'^2 = k^2 = m^2, t = -q^2$$

并将文献[3]中所给出的各参数代入,可计算得到:

$$\begin{aligned} F_\rho(q^2) &= 0.6985 \exp(-0.046q^2) \\ F_\omega(q^2) &= 0.6929 \exp(-0.047q^2) \end{aligned} \quad (11)$$

其中 q 以 fm^{-1} 为单位.

如果我们把指数因子前面的常数吸收到耦合常数中,则由此而给出的坐标空间的相互作用势的形式与(5)相同,仅是相应的参数有差异.

四、数值分析及讨论

在数值分析时,所用到的耦合常数及介子质量的值如表1所示.

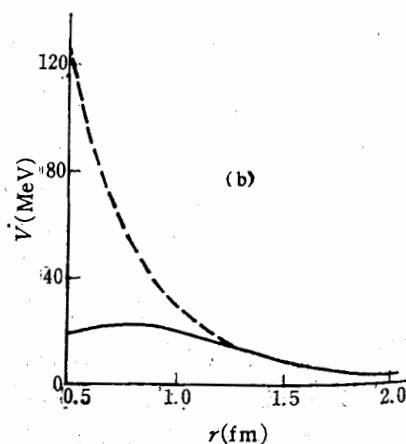
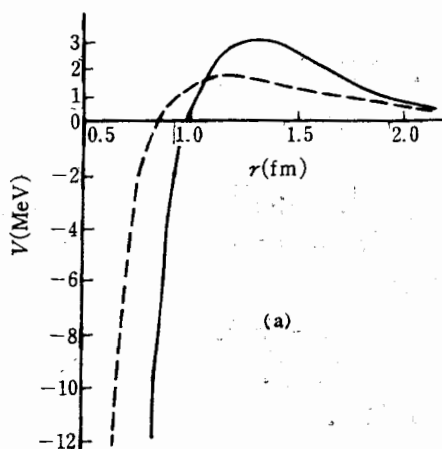
表 1

	理论 ^[1]		有理分式型 ^[2] $\Delta=1530\text{MeV}$		高斯型 ^[3]	
	$m_\alpha(\text{MeV})$	f_α	$m_\alpha(\text{MeV})$	f_α	$m_\alpha(\text{MeV})$	f_α
π	140	0.154	138	0.279		
η	548	0.620	548.5	0.715		
ρ	770	1.621	712	2.52	710	1.19
ω	783	1.127	782.8	1.20	783	0.78

注: 相应于唯象高斯型形状因子中给出的耦合常数已收入指数因子前面的常数,且化成 f_α 的形式,以便于比较.

图2是关于交换各介子数值分析的结果.为了明显起见,我们将每个介子的自旋交换力部分($\sigma_1 \cdot \sigma_2$)和张量力部分(S_{12})分开比较.其中,并没有考虑自旋,同位旋因子对态的依赖关系,仅对这些因子前面的径向部分作了分析.

图2中, $r < 0.5\text{fm}$ 的曲线没有画出.在这个区域中,理论曲线与唯象结果虽然形状相似,但数值上相差较多(一个数量级左右),这是因为本文仅着眼于从夸克模型如何给出



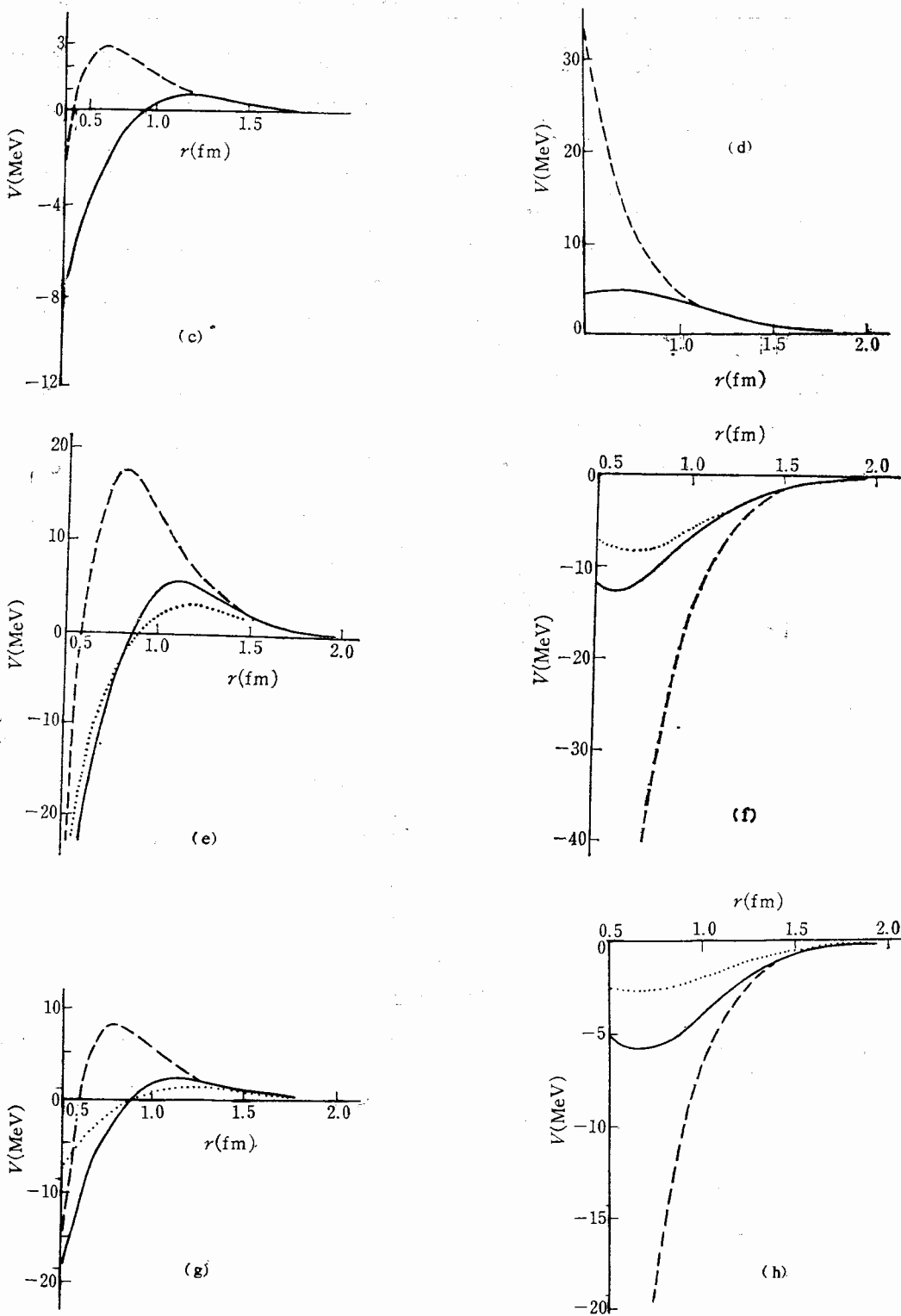


图2 ——理论曲线

—— 有理分式型形状因子 唯象高斯型形状因子

- (a) π 介子自旋交换力 (b) π 介子张量力 (c) η 介子自旋交换力 (d) η 介子张量力
 (e) ρ 介子自旋交换力 (f) ρ 介子张量力 (g) ω 介子自旋交换力 (h) ω 介子张量力

等效于单介子交换的中长程部分核力,至于核力的短程部分目前仍处于唯象的阶段,若从夸克理论出发,则应加进 Harvey^[4] 等人已经做过的单胶子交换贡献及更多正反夸克对激发对核力的贡献,这有待仔细研究。

从中长程部分的分析结果来看,无论是曲线的形状还是数值,理论结果与唯象结果还是相当符合的,这可以说明下面几点。

①在夸克模型中需要考虑海夸克效应,这对于解释核力的中长程部分是重要的。

②在目前的模型下,考虑了最低阶海夸克效应,已经能较好地描述核力的长程部分,对于中程部分,还需要考虑高阶修正,以期望得到等价于 2π 交换的相应部分,使理论与唯象结果符合更好。

③从夸克模型给出的顶点形状因子是与夸克波函数的选取有关的。虽然它定性地解释了唯象形状因子的来源,但是,在细节方面的检验还有待进一步的研究。

目前,我们这种分析还是很初步的。如果在短程和中程部分考虑了上述因素后,再进行若干物理量的计算,相信对目前模型的检验会更全面,获得的信息亦会更多。

参 考 文 献

- [1] Yu You-wen, Zhang Zong-ye, *Nucl. Phys.*, A426 (1984), 557.
- [2] K. Holide, *Phys. Rep.*, 68, No. 3(1981), 121.
- [3] G. Schierholz, *Nucl. Phys.*, B40(1972), 335.
- [4] M. Harvey, *Nucl. Phys.*, A352(1980), 326.

AN EQUIVALENT ONE BOSON EXCHANGE N-N INTERACTION FROM QUARK-ANTIQUARK CREATION MODEL

YU YOU-WEN ZHANG ZONG-YE JIANG MING-FANG LIU DONG-SHEN
(*Institute of High Energy Physics, Academia Sinica*)

ABSTRACT

An equivalent one boson exchange potential for N-N interaction with the form factors of the vertices is derived in the configuration space from the quark-antiquark creation model. The results are consistent with the phenomenological N-N interactions in the medium and long range parts quite well.