第8卷 第2期 高能物理与核物理 Vol. 8, No. 2
1984年3月 PHYSICA ENERGIAE FORTIS ET PHYSICA NUCLEARIS Mar., 1984

整体口袋-夸克流方法的费曼法则与强子类时结构函数

汪 醒 民
(杭州大学物理系)

摘 要

本文给出了整体口袋-夸克流方法的一些费曼法则,并利用这些法则得到了一系列光子-强子过程的零级跃迁矩阵元. 接着具体计算了正负电子对深度湮没过程中的核子与 π 介子结构函数. 求得的类时结构函数具有 Bjorken 标度性,满足 Collan-Gross 关系,当 $x = q^2/2p\cdot q < 1$ 时为零,而当 $x \geqslant 1$ 时,$\bar{F}_1 = \bar{W}_1 \geqslant 0$, $\bar{F}_2 = \frac{\nu}{M}\bar{W}_2 \leqslant 0$. 这些性质都是按定义所要求的. 此外还得到强子类时结构函数的计数法则: $\bar{F}_1(x\sim 1)\propto(x-1)^{3N-2}$, 正好与我们在计算类空结构函数时得到的计数法则相对称.

一、整体口袋-夸克流方法的费曼法则

在文献[1, 2]中,我们引入强子弱电相互作用有效拉氏函数为:

$$\mathscr{L}_{\text{eff}}(y) = J^a_\mu(y)A^{\mu a}(y) \tag{1.1}$$

对于重子(反重子), $J^a_\mu(y)$ 为:

$$J^a_\mu(y) = \sum_{1\to 2,\,3}\frac{1}{\lambda^3}\int d^9R\,e^{iq\cdot r_1}\begin{bmatrix}\bar{\psi}(z_1)\gamma_\mu\hat{\lambda}^a\psi(z_1)\\ \psi^+(z_2)\psi(z_2)\\ \psi^+(z_3)\psi(z_3)\end{bmatrix} \tag{1.2a}$$

对于介子则为:

$$J^a_\mu(y) = \sum_{1\to 2}\frac{1}{\lambda^3}\int d^6R\,e^{iq\cdot r_1}\begin{bmatrix}\bar{\psi}(z_1)\gamma_\mu\hat{\lambda}^a\psi(z_1)\\ \psi^+(z_2)\psi(z_2)\end{bmatrix} \tag{1.2b}$$

这里用到: $z_i = r_i + y$, $r_i = (0, \boldsymbol{r}_i)$, $A_\mu(z) = A_\mu(y)e^{iq\cdot r}$.

我们还作了自由度分离假设,可表示为:

$$\frac{1}{\lambda^{3/2}}\begin{bmatrix}\psi(z_1)\\ \psi(z_2)\\ \psi(z_3)\end{bmatrix}|\mathscr{B}, p\rangle = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^3}}e^{-ip\cdot y}q_{p\alpha_1}(\boldsymbol{r}_1)q_{p\alpha_2}(\boldsymbol{r}_2)q_{p\alpha_3}(\boldsymbol{r}_3)|s\rangle \text{(重子波函数)} \tag{1.3a}$$

本文1982年12月6日收到. 1983年8月12日收到修改稿.

$$\frac{1}{\lambda^{3/2}}\begin{bmatrix}\psi^+(z_1)\\ \psi^+(z_2)\\ \psi^+(z_3)\end{bmatrix}|\mathscr{B},p\rangle=\frac{1}{\sqrt{(2\pi)^3}}e^{-ip\cdot y}\chi^+_{p\alpha_1}(\boldsymbol{r}_1)\chi^+_{p\alpha_2}(\boldsymbol{r}_2)\chi^+_{p\alpha_3}(\boldsymbol{r}_3)|s\rangle \quad \text{(反重子波函数)} \tag{1.3b}$$

$$\frac{1}{\lambda^{3/2}}\begin{bmatrix}\psi(z_1)\\ \psi^+(z_2)\end{bmatrix}|\mu,p\rangle=\frac{1}{\sqrt{(2\pi)^3}}e^{-ip\cdot y}q_{p\alpha_1}(\boldsymbol{r}_1)\chi^+_{p\alpha_2}(\boldsymbol{r}_2)|s\rangle \quad \text{(介子波函数)} \tag{1.3c}$$

(1.3) 各式中，$q_{p\alpha}$，$\chi_{p\alpha}$ 分别代表口袋整体动量为 p 时的夸克波函数，α 为其内量子态(包括颜色与味道)，$|s\rangle$ 为由夸克自旋耦合成的强子自旋态．当 $p=(M,\mathbf{0})$ 时，它们就是 MIT 袋模型中的波函数[3,4](自旋部分已抽出)：

$$q_{M\alpha}(\boldsymbol{r})\equiv q_\alpha(\boldsymbol{r})=\frac{N}{\sqrt{4\pi}}\begin{bmatrix}ij_0\left(\dfrac{\varepsilon}{R}r\right)\\ -(\boldsymbol{\sigma}\cdot\hat{r})j_1\left(\dfrac{\varepsilon}{R}r\right)\end{bmatrix} \tag{1.4a}$$

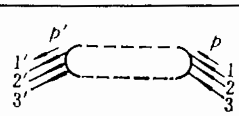
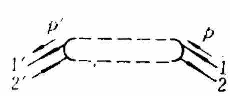
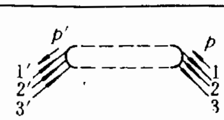
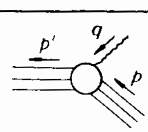
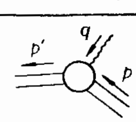
$$\chi_{M\alpha}(\boldsymbol{r})\equiv \chi_\alpha(\boldsymbol{r})=\frac{N}{\sqrt{4\pi}}\begin{bmatrix}-i(\boldsymbol{\sigma}\cdot\hat{r})j_1\left(\dfrac{\varepsilon}{R}r\right)\\ j_0\left(\dfrac{\varepsilon}{R}r\right)\end{bmatrix} \tag{1.4b}$$

这里我们只考虑 $m_u=m_d=0$ 的轻夸克，故：

$$\varepsilon=2.04,\quad N^2=\varepsilon^3/[2R^3(\varepsilon-1)\sin^2\varepsilon] \tag{1.4c}$$

由上述假设可直接得到下表中的费曼法则．

费曼图-费曼法则对应表

费　曼　图	费　曼　法　则
	$\dfrac{1}{(2\pi)^3}\langle s'\vert\prod\limits_{i=1}^{3}\bar{q}_{p'\alpha'_i}(\boldsymbol{r}'_i)\cdots\prod\limits_{j=1}^{3}q_{p_j\alpha_j}(\boldsymbol{r}_j)\vert s\rangle$　(1.5a) 重子出线　　重子进线
	$\dfrac{-1}{(2\pi)^3}\langle s'\vert\bar{q}_{p'\alpha'_1}(\boldsymbol{r}'_1)\bar{\chi}_{p\alpha_2}(\boldsymbol{r}_2)\cdots q_{p\alpha_1}(\boldsymbol{r}_1)\chi_{p'\alpha'_2}(\boldsymbol{r}'_2)\vert s\rangle$　(1.5b) 介子出线　　介子进线
	$\dfrac{-1}{(2\pi)^3}\langle s\vert\prod\limits_{i=1}^{3}\bar{\chi}_{p\alpha_i}(\boldsymbol{r}_i)\cdots\prod\limits_{j=1}^{3}\chi_{p'\alpha'_j}(\boldsymbol{r}'_j)\vert s'\rangle$　(1.5c) 反重子进线　　反重子出线
	$(2\pi)^4\delta^4(p+q-p')\sum\limits_{1\to 23}\int d^9Re^{iq\cdot r_1}(\hat{\lambda}^a\gamma_\mu)_{(1)}(\gamma_0)_{(2)}(\gamma_0)_{(3)}$　(1.5d) 重子(反重子)电弱作用顶点(对于光子，$\hat{\lambda}^a=\hat{Q}$)
	$(2\pi)^4\delta^4(p+q-p')\sum\limits_{1\to 2}\int d^6Re^{iq\cdot r_1}(\hat{\lambda}^a\gamma_\mu)_{(1)}(\gamma_0)_{(2)}$　(1.5e)

对于深度非弹过程，我们应用渐近自由假设：当 $Q^2\to\infty$ 时，可认为各夸克是相互

独立的，因此对夸克出态求和可用自由夸克态求和来作近似，这意味着有如下的近似费曼法则：

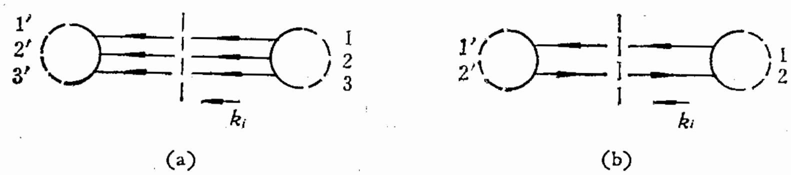


图 1

三夸克终态求和(图 1(a))：

$$\frac{1}{(2\pi)^9}\frac{1}{\lambda^3}\prod_{i=1}^{3}\int\frac{d^3k_i}{2k_i}\not{k}_i e^{i\boldsymbol{k}_i\cdot(\boldsymbol{r}_i'-\boldsymbol{r}_i)} \tag{1.5f}$$

夸克-反夸克终态求和(图 1 (b))：

$$\frac{-1}{(2\pi)^6}\frac{1}{\lambda^3}\prod_{i=1}^{2}\int\frac{d^3k_i}{2k_i}\not{k}_i e^{i\boldsymbol{k}_i\cdot(\boldsymbol{r}_i'-\boldsymbol{r}_i)} \tag{1.5g}$$

(注意，关于 y 的指数部分已由 d^4y 积分后归入顶点的 $\delta^4(p+q-p')$ 中，这儿 $p'=\sum\limits_i \not{k}_i$)

现在我们来看两个光子-强子过程的跃迁矩阵元，作为上述费曼法则的应用。

例 1：eN 弹性散射(图 2)：

$$\sum_{1\to 23}(2\pi)\delta^4(p+q-p')\int d^9R\, e^{i\boldsymbol{q}\cdot\boldsymbol{r}}\langle s'|\bar{q}_{p'\alpha_1'}(\boldsymbol{r}_1)Q_1\gamma_\mu q_{p\alpha_1}(\boldsymbol{r}_1)$$
$$\times q^+_{p'\alpha_2'}(\boldsymbol{r}_2')q_{p\alpha_2}(\boldsymbol{r}_2)q^+_{p'\alpha_3'}(\boldsymbol{r}_3')q_{p\alpha_3}(\boldsymbol{r}_3)|s\rangle \tag{1.6}$$

这正是文献[5]所得的相应结果。

例 2：eN 深度非弹射散的强子部分(图 3)：

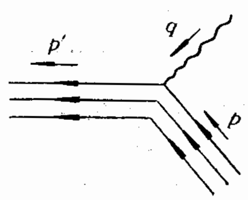


图 2

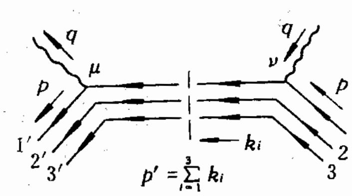


图 3

这里初、终态归一化为：

$$\langle p, s|p', s'\rangle=\sqrt{(2\pi)^3 2E}\,\delta^3_{pp'}\delta_{ss'} \tag{1.7}$$

我们有结构函数表达式：

$$W_{\mu\nu}^{eN}\equiv\frac{1}{8\pi}\sum_s\int d^4y\, e^{iq\cdot y}\langle M, s|[J_\mu^+(y), J_\nu(0)]|M, s\rangle$$
$$=\frac{1}{8\pi}\times\frac{1}{(2\pi)^4\delta^4(p+q-p')}\times\sum_s(\text{图 } 3)$$
$$=\frac{1}{8\pi}\sum_s\int(2\pi)^4\delta^4(p+q-\Sigma\not{k}_i)\,\frac{2M}{\lambda^3(2\pi)^9}\,\frac{d^3k_1d^3k_2d^3k_3}{2k_12k_22k_3}\int d^9Rd^9R'$$

$$\times \sum_i Q_i^2 \langle s|\{\bar{q}_{\alpha_1}(\boldsymbol{r}_1')\gamma_\mu \not{k}_1 \gamma_\nu q_{\alpha_1}(\boldsymbol{r}_1) e^{i(\boldsymbol{k}_1-\boldsymbol{q})(\boldsymbol{r}_1'-\boldsymbol{r}_1)}$$

$$\times \prod_{j=2}^{3} \bar{q}_{\alpha_j}(\boldsymbol{r}_j')\gamma_0 \not{k}_j \gamma_0 q_{\alpha_j}(\boldsymbol{r}_j) e^{i\boldsymbol{k}_j\cdot(\boldsymbol{r}_j'-\boldsymbol{r}_j)}\}|s\rangle \tag{1.8}$$

此式正是我们在文献[1]中所得到的表达式.

对 π 介子,也易写出相应的结果.

最后,作为上述法则的一个间接应用,我们由 (1.8) 式直接推导 Collan-Gross 关系:

$$F_2(x) \equiv \frac{\nu}{M} W_2(x) = 2xF_1(x) \equiv 2xW_1(x) \tag{1.9}$$

其中 $x \equiv -q^2/2p\cdot q = -q^2/2\nu M$, $W_{1,2}$ 由下式定义:

$$W_{\mu\nu}^{ch} = -\left(g_{\mu\nu} - \frac{q_\mu q_\nu}{q^2}\right) W_1 + \frac{1}{M^2}\left(p_\mu - \frac{p\cdot q}{q^2} q_\mu\right)\left(p_\nu - \frac{p\cdot q}{q^2} q_\nu\right) W_2 \tag{1.10}$$

我们对 (1.8) 式中的因子 $\gamma_\mu \not{k} \gamma_\nu$ 作分解:

$$\gamma_\mu \not{k}_1 \gamma_\nu = -g_{\mu\nu}\not{k} + k_\mu \gamma_\nu + k_\nu \gamma_\mu - i\epsilon_{\mu\rho\nu\sigma}\gamma^\sigma\gamma_5 k^\rho \tag{1.11}$$

与 (1.10) 比较,我们得 $-g_{\mu\nu}$ 的系数就是 W_1[6], 因此 W_1 可简写成

$$W_1 = \left\{\int \cdots \not{k} \cdots\right\} \tag{1.12}$$

在 (1.10) 式右边加上 $g_{\mu\nu}W_1$ 并对 $g^{\mu\nu}$ 缩标,有:

$$g^{\mu\nu}(W_{\mu\nu} + g_{\mu\nu}W_1) = W_1 + \frac{1}{M^2}\left(M^2 - \frac{(p\cdot q)^2}{q^2}\right) W_2$$

$$\underset{B_j\text{-limit}}{=} F_1 + \frac{1}{2x} F_2 \tag{1.13a}$$

另一方面, (1.8) 式右边也加上 $\left\{\int \cdots g_{\mu\nu}\not{k} \cdots\right\}$ 并再乘 $g^{\mu\nu}$ 缩标,有

$$\left\{\int \cdots g^{\mu\nu}[k_\mu\gamma_\nu + k_\nu\gamma_\mu - i\epsilon_{\mu\rho\nu\sigma}\gamma^\sigma\gamma_5 k^\rho] \cdots\right\} = \left\{\int \cdots 2\not{k} \cdots\right\} = 2F_1 \tag{1.13b}$$

由 (1.13a) = (1.13b), 即得 (1.9) 式.

这里所给的证明似乎要比 Jaffe[6]所作的相应证明更为简洁.此法在第 3 节还要用到.

二、正负电子对深度湮没过程中的核子类时结构函数

深度湮没过程 $e^+e^- \to hx$ 的强子结构函数(以后简称类时结构函数, TSF, 因 $q^2 > 0$)定义为:

$$\overline{W}_{\mu\nu}(q^2, \nu) = \frac{1}{8\pi} \sum_{s_p, n} \int d^4y e^{iq\cdot y} \langle 0|j_\mu^+(y)|p, n\rangle\langle p, n|j_\nu(0)|0\rangle \tag{2.1a}$$

$$= -\left(g_{\mu\nu} - \frac{q_\mu q_\nu}{q^2}\right)\overline{W}_1 + \frac{1}{M^2}\left(p_\mu - \frac{p\cdot q}{q^2} q_\mu\right)\left(p_\nu - \frac{p\cdot q}{q^2} q_\nu\right)\overline{W}_2 \tag{2.1b}$$

在深度湮没中:

$$(q-p)^2 \geqslant M^2 \quad \therefore\ q^2 - 2q\cdot p \geqslant 0 \quad x \equiv q^2/2p\cdot q \geqslant 1 \tag{2.2}$$

易证(参见[7]、[8]), 在朴素部分子模型中有:

$$\bar{F}_1 \equiv \bar{W}_1(q^2, \nu) = \frac{1}{2} \sum_j Q_j^2 D_j^h(x) \tag{2.3a}$$

$$\bar{F}_2 \equiv \bar{W}_2(q^2, \nu) = -x \sum_j Q_j^2 D_j^h(x) \tag{2.3b}$$

其中 $D_j^h(x)$ 为动量为 xp 的夸克 j 放出动量为 p 的强子的碎裂函数．因此 TSF $\bar{F}_1$ 和 $\bar{F}_2$ 仅是 x 的函数（Bjorken 标度性），且满足 Collan-Gross 关系：

$$\bar{F}_2(x) = -2x\bar{F}_1(x) \tag{2.4}$$

由 (2.2) 和 (2.3) 还可知：

$$1 \leqslant x < \infty, \quad \bar{F}_1(x) \geqslant 0, \quad \bar{F}_2(x) \leqslant 0 \tag{2.5}$$

它们与深度非弹散射中的强子结构函数(简称 SSF——类空结构函数，因 $q^2 < 0$) 有不同的定义域和值域．对于 SSF，(2.4)、(2.5) 成为：

$$0 \leqslant x \leqslant 1, \; F_1 \equiv W_1 \geqslant 0, \; F_2 \equiv \frac{\nu}{M} W_2 \geqslant 0, \; F_2 = 2xF_1 \tag{2.6}$$

现在我们试以第 1 节所述费曼法则来求出核子的 TSF．相应的费曼图如图 4 所示．这当然是忽略各种强作用修正的零级近似．但在域值附近 ($x \gtrsim 1$)，可以认为图 4 的贡献是主要的．这也可由我们对核子 SSF 的分析[2]中看出，在 $x \leqslant 1$ 时，袋模型计算出的项占优势．

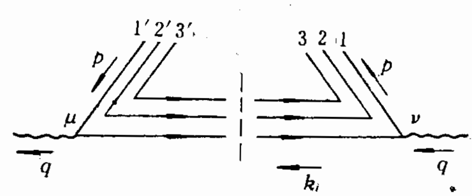


图 4

我们取核子动量 $p = (M, \mathbf{0})$ 的坐标系，并按 (1.7) 取协变基矢，则由费曼法则可得：

$$\begin{aligned}\bar{W}_{\mu\nu}^N &= \frac{1}{8\pi} \times \frac{1}{(2\pi)^4 \delta^4\left(q - p - \sum_i k_i\right)} \times \sum_s \text{图 } 4 \\ &= \frac{1}{8\pi} \int d^9R d^9R' \frac{d^3k_1}{2k_1} \frac{d^3k_2}{2k_2} \frac{d^3k_3}{2k_3} \frac{2M}{\lambda^3 (2\pi)^9} (2\pi)^4 \delta^4\left(q - p - \sum_i k_i\right) \\ &\quad \times \sum_{s,i} Q_i^2 \left\langle s \left| \left\{ \bar{q}_{\alpha_1}(\boldsymbol{r}_1) \gamma_\nu \not{k}_1 \gamma_\mu q_{\alpha_1}(\boldsymbol{r}_1') e^{i(\boldsymbol{k}_1 - \boldsymbol{q}) \cdot (\boldsymbol{r}_1' - \boldsymbol{r}_1)} \right.\right.\right. \\ &\quad \left.\left.\left. \times \prod_{j=2}^{3} \bar{q}_{\alpha_j}(\boldsymbol{r}_j) \gamma_0 \not{k}_j \gamma_0 q_{\alpha_j}(\boldsymbol{r}_j') e^{i\boldsymbol{k} \cdot (\boldsymbol{r}_j' - \boldsymbol{r}_j)} \right\} \right| s \right\rangle \end{aligned} \tag{2.7}$$

此式与 (1.8) 式极为相似，计算方法也类同．首先，(2.7) 式中的 δ 函数保证了 $\bar{W}_{\mu\nu}$ 只有当 $x \geqslant 1$ 时才不为零．这是因为在核子静止系中：

$$\boldsymbol{q} = \sum_i \boldsymbol{k}_i, \quad q^0 = p^0 + \sum_i |\boldsymbol{k}_i| = M + \sum_i k_i \tag{2.8a}$$

由定义 $x \equiv q^2/2p \cdot q$ 及 Bjorken 条件 $q^0 \gg M$，有：

$$2q^0 Mx = q_0^2 - |\boldsymbol{q}|^2, \quad \therefore \; q_0 \simeq |\boldsymbol{q}| + xM \tag{2.8b}$$

$$\therefore\quad q_0 - xM = |\boldsymbol{q}| = \left|\sum_i |\boldsymbol{k}_i|\right| \leqslant \sum_i |\boldsymbol{k}_i| = q_0 - M$$

$$\therefore\quad x \geqslant 1 \tag{2.8c}$$

与文献 [1] 的方法相似，我们可证明 (2.7) 式中的 $\gamma_\nu \not{k} \gamma_\mu$ 按 (1.11) 式展开后，$-g_{\mu\nu}$ 的系数就是 $\overline{W}_1^N$：

$$\overline{W}_1^N = \left\{\int \cdots \not{k}_1 \cdots\right\} \tag{2.8d}$$

然后，仿照文献 [1] 的方法，先计算 (2.8d) 中对 d^9Rd^9R' 的积分，再利用 $\delta^4\left(q - p - \sum_i k_i\right)$ 对动量积分，最后采用渐近自由假设：

$$|\boldsymbol{q}| - \frac{c_1}{R_0} \leqslant k_1 \leqslant |\boldsymbol{q}| + \frac{c_1}{R_0} \tag{2.9}$$

得到 $\overline{W}_1^N$ 的显示表达式：

$$W_1^N(\beta_0) = \frac{MN^6R_0^{10}}{2\pi}\left(2c_1\frac{R_0^3}{\lambda^3}\right)\int_0^{\beta_0}\alpha\beta\int_{\frac{1}{2}(\beta_0-\beta)}^{\frac{1}{2}(\beta_0+\beta)}\beta_2(\beta_0-\beta_2)d\beta_2\sum_j Q_j^2(T_{00}^2(\epsilon,\beta)$$
$$+ T_{11}^2(\epsilon,\beta))(T_{00}(\epsilon,\beta) - T_{11}(\epsilon,\beta))^2(T_{00}(\epsilon,\beta_0-\beta_2) - T_{11}(\epsilon,\beta_0-\beta_2))^2 \tag{2.10}$$

其中已定义

$$\beta_0 = (q_0 - M - |\boldsymbol{q}|)R_0 = (x-1)MR_0,\quad \beta = |\boldsymbol{k}_1 - \boldsymbol{q}|R_0$$
$$\beta_2 = k_2R_0,\quad T_{il}(\epsilon,\beta) = \int_0^1 x^2dx\,j_i(\epsilon x)j_l(\beta x)(i,l = 0,1) \tag{2.11}$$

由 (2.10) 易知：

a) $\overline{W}_1^N$ 的标度性：除系数 $c_1\dfrac{R_0^3}{\lambda^3}$ 可能 Q^2 有关外，它是 $\beta_0 = (x-1)MR$ 的函数．若设

$$c(Q^2) = 2c_1R_0^3/\lambda^3 \tag{2.12}$$

则：

$$\overline{W}_1^N(x,Q^2) = c(Q^2)\bar{f}_N(x)\sum_j(Q_j)^2 \tag{2.13}$$

b) $\overline{W}_1^N$ 是正定的．

c) $\overline{W}_1^N$ 有渐近表示式：

$$\overline{W}_1^N(x\sim 1) \propto (x-1)^4 \tag{2.14}$$

这是因为当 $x\sim 1$ 时，$\beta_0\sim 0$，于是 (2.10) 又可用中值近似，考虑到 $T_{00}(\epsilon,0)$ 有限而 $T_{11}(\epsilon,0)$ 为零，有：

$$\overline{W}_1^N(x\sim 1) \simeq \frac{MN^6R_0^{10}}{2\pi}c\beta_0\left[\frac{1}{2}\left(\beta_0 + \frac{1}{2}\beta_0\right) - \frac{1}{2}\left(\beta_0 - \frac{1}{2}\beta_0\right)\right]$$
$$\times\frac{1}{2}\beta_0\left(\beta_0 - \frac{1}{2}\beta_0\right)T_{00}^6(\epsilon,0)\sum_j Q_j^2 \propto \beta_0^4 \propto (x-1)^4$$

计算 π 介子 TSF 的方法与上同．费曼图如图 5 所示．我们取 π 介子静止系并采用协变基矢 (1.7)，有：

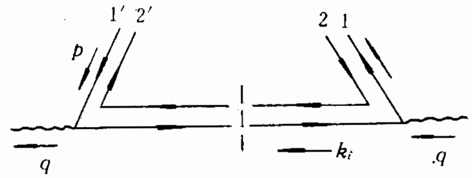


图 5

$$\overline{W}^{\pi}_{\mu\nu}=\frac{1}{4\pi}\times\frac{1}{(2\pi)^4\delta^4\left(q-p-\sum_i k_i\right)}\times \text{图 } 5=\frac{1}{4\pi}\int d^6Rd^6R'\frac{d^3k_1}{2k_1}\frac{d^3k_2}{2k_2}\frac{2m}{\lambda^3(2\pi)^6}$$

$$\times\ (2\pi)^4\delta^4\left(q-p-\sum_i k_i\right)\{Q_q^2e^{i(\boldsymbol{k}_1-\boldsymbol{q})\cdot(\boldsymbol{r}_1'-\boldsymbol{r}_1)}\bar{q}_{\alpha_1}(\boldsymbol{r}_1)\gamma_\nu \not{k}_1\gamma_\mu q_\alpha(\boldsymbol{r}_1')\bar{\chi}_{\alpha_2}(\boldsymbol{r}_2')$$

$$\times\ \gamma_0\not{k}_2\gamma_0\chi_{\alpha_2}(\boldsymbol{r}_2)e^{i\boldsymbol{k}_2\cdot(\boldsymbol{r}_2'-\boldsymbol{r}_2)}+Q_{\bar{q}}^2e^{i(\boldsymbol{k}_2-\boldsymbol{q})\cdot(\boldsymbol{r}_2'-\boldsymbol{r}_2)}\bar{\chi}_{\alpha_2}(\boldsymbol{r}_2')\gamma_\mu\not{k}_2\gamma_\nu\chi_{\alpha_2}$$

$$\times\ (\boldsymbol{r}_2)\bar{q}_{\alpha_1}(\boldsymbol{r}_1)\gamma_0\not{k}_1\gamma_0 q_{\alpha_1}(\boldsymbol{r}_1')e^{i\boldsymbol{k}_1\cdot(\boldsymbol{r}_1'-\boldsymbol{r}_1)}\} \tag{2.15}$$

具体计算过程与文献 [2] 所给的相似. 结果:

$$\overline{W}^{\pi}_1=mN^4R_0^7\left(2c_1\frac{R_0^3}{\lambda^3}\right)\beta_0(T_{00}^2(\varepsilon,\beta_6)+T_{11}^2(\varepsilon,\beta_0))(T_{00}(\varepsilon,\beta_0)-T_{11}(\varepsilon,\beta_0))^2\sum_i Q_i^2$$

$$=\left(2c_1\frac{R_0^3}{\lambda^3}\right)\bar{f}_\pi(x)\sum_i Q_i^2=c(Q^2)\bar{f}_\pi(x)\sum_i Q_i^2 \tag{2.16}$$

$\overline{W}^{\pi}_1$ 具有显示的 Bjorken 标度性,正定,当 $x<1$ 时为零(证法同 (2.8)). 当 $x\sim 1$ 时, $\beta_0\sim 0$, 由 (2.16) 可得:

$$\overline{W}^{\pi}_1(x\sim 1)\simeq mN^4R_0^7c\beta_0T_{00}^4(\varepsilon,0)\sum_i Q_i^2\propto(x-1) \tag{2.17}$$

三、Collan-Gross 关系,计数法则,交叉对称与电荷共轭对称

现在我们用第一节中证明 (1.9) 式的方法来证明强子 TSF 满足 Collom-Gross 关系 (2.4) 式. (2.1b) 右方加上 $g_{\mu\nu}\overline{W}_1$ 再对 $g^{\mu\nu}$ 缩标,得:

$$g^{\mu\nu}(\overline{W}_{\mu\nu}+g_{\mu\nu}\overline{W}_1)=\overline{W}_1+\frac{1}{M^2}\left(M^2-\frac{(p\cdot q)^2}{q^2}\right)\overline{W}_2\underset{B_j\cdot\text{limit}}{=}\bar{F}_1-\frac{1}{2x}\bar{F}_2 \tag{3.1}$$

其中用到 $x=q^2/2p\cdot q$, $p\cdot q=M\nu$ 及 $M^2\ll(p\cdot q)^2/q^2$.

另一方面, (2.7) 或 (2.15) 右边也加上 $\int\cdots g_{\mu\nu}\not{k}\cdots$ 并对 $g^{\mu\nu}$ 缩标, 并将 $\gamma_\nu\not{k}\gamma_\mu$ 按 (1.11) 展开,得到:

$$\left\{\int\cdots g^{\mu\nu}(k_\mu\gamma_\nu+k_\nu\gamma_\mu-i\varepsilon_{\nu\rho\mu\sigma}\gamma^\sigma\gamma_5k^\rho)\cdots\right\}=\left\{\int\cdots 2\not{k}\cdots\right\}=2\bar{F}_1$$

$$\therefore\ \bar{F}_2=-2x\bar{F}_1 \tag{3.2}$$

从 (2.14) 和 (2.17) 还可以推广到 TSF 的计数法则. 当旁观夸克或反夸克数为 N 时,

$$\bar{F}_1(x\sim 1)\propto(x-1)^{3N-2} \tag{3.3}$$

这与我们在文献 [1] 中所得到的 SSF 的计数法则:

$$F_1(x\sim 1)\propto(1-x)^{3N-2} \tag{3.4}$$

正好关于 $x=1$ 相对称(或反对称).

Drell、Levy and Yan[7] 用不同方法定义 TSF:

对于核子: $\tilde{F}_1(x)=-\overline{W}_1$, $\tilde{F}_2(x)=\frac{\nu}{M}\overline{W}_2$ (3.5a)

对于介子: $\tilde{F}_1(x)=W_1$, $\tilde{F}_2(x)=-\frac{\nu}{M}\overline{W}_2$ (3.5b)

同时他们认为当 $x\sim 1$ 时 $\tilde{F}_{1,2}$ 与 $F_{1,2}$ 应是 x 相同的函数. 故由 W_1, $\overline{W}_1>0$ 得到:

对于核子: $\tilde{F}_1=F_1(x)\propto(1-x)^{2n+1}$

对于介子: $\tilde{F}_1=F_1(x)\propto(1-x)^{2n}$

$(n=0,1,2\cdots)$, 自旋 $\frac{1}{2}$ 流 (3.6)

而由我们的显示计算来看,并不存在如 (3.6) 的解析延拓关系. 原因可能在于 $x=|q^2|/2p\cdot q$, 故 $\overline{F}_i$, F_i 都不是 s, t, u 的解析函数. 但由 (3.3), (3.4):

当 $x\sim 1$ 时, $\overline{F}_1(x)=F_1(x)\propto|x-1|^{3N-2}$ (3.7)

这或许是交叉对称在结构函数中的形式.

最后,我们来证明强子 TSF 的电荷共轭对称. 由 (2.15) 式,因 $\sum_i(Q_i)^2$ 对 $\pi^\pm$ 有相同值,

$$\therefore\ \overline{F}^{\pi^+}_{1,2}=\overline{F}^{\pi^-}_{1,2} \tag{3.8a}$$

至于 $\overline{F}^{N}_{1,2}$, 按第一节的费曼法则可知,它们仅是在表达式 (2.7) 中作交换:

$$\bar{q}_{\alpha_i}(\boldsymbol{r}_i)\to\chi_{\alpha_i'}(\boldsymbol{r}_i'),\quad q_{\alpha_i'}(\boldsymbol{r}_i')\to\chi_{\alpha_i}(\boldsymbol{r}_i)$$

而易证这一交换并不改变积分结果,

$$\therefore\ \overline{F}^{\bar{N}}_{1,2}=\overline{F}^{N}_{1,2} \tag{3.8b}$$

也可用同样方法证明 SSF 的电荷对称性.

四、小结与讨论

本文给出了整体口袋-夸克流所对应的一些费曼法则. 用它们很容易得到一系列轻子-强子过程的另级近似跃迁矩阵. 然后我们具体出核子与 π 介子的 TSF. 它们具有 Bjorken 无标度性,在 $x<1$ 时为零,在 $x\geqslant 1$ 时 $\overline{F}_1=\overline{W}_1$ 正定而 $\overline{F}_2=\frac{\nu}{M}\overline{W}_2$ 负定,满足 Collan-Gross 关系. 这些都是按部分子模型定义的 TSF 应有的性质. 当然,我们只计算了另级近似,还应考虑各种强作用修正(参见 [2] 中对 SSF 的讨论). 但在 $x\sim 1$ 附近,我们所得知果应占主导地位. 可惜目前的实验在 $x\sim 1$ 处还不能提供足够精确的数据以作出可信的比较.

最后,讨论一下我们采用的基本假设与近似. 基本假设是 (1.2)、(1.3) 各式,可作如下理解:

1: 一个作自由运动的部分子集团,必可抽出代表其整体运动的质心自由度,并可用平面波描述[5].

2: 在我们所考虑的过程中,各种分子的质心系波函数 $q_{p\alpha}(r_i)$ 都是能及本征态(禁闭

的,或视为完全自由的).(1.3)各式右边本来还有一个时间相因子 $\exp\left\{-i\sum_i e_i t_i\right\}$,但对这些 t_i 最后的积分只贡献一个常数因子,我们把它归入因子 $\lambda^{-3/2}$ 中,在(1.3)右边简单地取 $r=(0,\boldsymbol{r})$. 这与文献[5]中的一级近似相一致。

3:时间变量作如上处理后,N 个部分子组成的集团应剩下 $3N+1$ 个自由度,但在(1.2)式中,却有 $3N+4$ 个自由度.故在(1.2)式中对 $3N$ 个 $\boldsymbol{r}_i$ 自由度积分时,实际是对其中 3 个不独立的变量作了平均$\left(\text{相当于 } \frac{1}{V}\int d^3\boldsymbol{r}\cdots, \text{因 } \lambda^3\propto V\right)$.

我们用到的主要近似有:

1:我们首先假定(1.3)式中的 q_α、χ_α 是洛仑兹协变的,然后变换到 $\boldsymbol{p}=0$ 的质心静止系,再采用球腔近似袋波函数作为近程(对于兼容过程,则可直接取 $\boldsymbol{p}=0$ 的静止系).

2:不过我们的 $\boldsymbol{r}$ 是质心系坐标,而在袋模型球腔近似中 $\boldsymbol{r}$ 是袋心系坐标,两者必有区别.但我们认为这种区别的影响可能不大.因为 MIT 小组计算强子质量谱时[3,4],就简单地取 $E=M$ 的.而实际上因 $E=\langle\sqrt{M^2+\boldsymbol{p}^2}\rangle$,$\langle\boldsymbol{p}^2\rangle\neq 0$,$E>M$. 另一方面,Donoghue 和 Johson[9] 曾考虑了质心运动不确定的影响. 它们的方案是把袋波函数用平面波展开,如:

$$|\pi(x)\rangle_B=\int\frac{d\boldsymbol{p}}{2\omega_p}\phi(p)e^{ip\cdot x}|\pi(p)\rangle$$

这里,右边的 x 只能是质心系坐标才有物理意义. 但他们在左边输入的 x 仍是袋心系坐标,问题依然存在.而且,即使按他们的方案,质心运动的影响也只归结为对袋半径 R_0 的不大的修正。

3:我们在处理兼容过程时,把出态夸克看成是相互独立的(参见(1.5f,g)及(2.9)式),这与渐近自由假设相一致.

从以上的讨论可知,我们的这套方案,只适用于单顶角的强子弱电过程的零级近似,不适用于包含虚强子(或虚夸克)的过程,也不适用有强子-强子相互作用顶角的过程。

参 考 文 献

[1] 汪醇民、宋孝同、殷鹏程,高能物理与核物理,**6**(1982),560.
[2] 同上,6(1983),160.
[3] A. Chodos et al., *Phys. Rev.*, **D10**(1974), 2599.
[4] T. DeGrand et al., *Phys. Rev.*, **D12**(1975), 2060.
[5] M. V. Barnhill III, *Phys. Rev.*, **D20**(1979), 723.
[6] R. L. Jaffe, *Phys. Rev.*, **D11**(1975), 1953.
[7] S. D. Drell, D. J. Levy and T. M. Yan, *Phys. Rev.*, **187**(1969), 2159; **D1**(1970), 1035; **D1**(1970), 1617.
[8] F. E. Close, in Fundamentals of Quark Model SUSSP (1977).
[9] J. F. Donoghue and K. Johson, *Phys. Rev.*, **D21**(1980), 1975.

THE FEYNMAN RULES OF COLLECTIVE BAG-QUARK CURRENT AND HADRON TIME-LIKE STRUCTURE FUNCTIONS

WANG XING-MIN

(*Hangzhou University*)

ABSTRACT

In this article some Feynman rules in the method of collective bag-quark current are given, and, by use of these rules, the zeroth-order transition matrix elements of various photon-hadron processes are obtained. Then the structure functions of nucleons and pions in the processes of deep-inelastic electron-positron annihilation are calculated. The time-like structure functions thus obtained have Bjorken scaling, satisfy Collan-Gross relation, vanish when $x=q^2/2p\cdot q<1$, and $\bar{F}_1\equiv\bar{W}_1\geqslant 0$, $\bar{F}_2\equiv\frac{\nu}{M}\bar{W}_2\leqslant 0$ when $x\geqslant 1$. All these characteristics are required by definition. Besides, a counting rule is obtained for the time-like structure functions, i.e., $\bar{F}_1(x\sim 1)\propto(x-1)^{3N-2}$, which is quite symmetric with the one we obtained for the space-like structure functions.