第8卷 第1期 高能物理与核物理 Vol. 8, No. 1
1984年1月 PHYSICA ENERGIAE FORTIS ET PHYSICA NUCLEARIS Jan., 1984

研究简报

关于"重离子转移反应半经典近似研究"[1]一文中几个可能的问题

缪容之 徐树威
(中国科学院近代物理研究所)

摘 要

本文证明 $G(S,\theta,\pi,0)=(-1)^{\lambda_1-\lambda_2}G(S,\theta,0,0)$，从而得到跃迁振幅公式((33)，H-B)[1)]在非向前角散射时依然成立．对文献[1]中等式

$$\varepsilon_1-\Delta\varepsilon_1-\frac{\hbar^2k_1^2}{2m_x}=\varepsilon_2-\Delta\varepsilon_2-\frac{\hbar^2k_2^2}{2m_x}$$

存在疑问，认为转移振幅公式((48),H-B)可能只适合于后表象．不同的表象选择可能对结果产生影响．考虑了转移振幅的两个对称性质，可以节省数值计算时间．

重离子转移反应半经典理论的优点是图象清晰计算简便，但早期工作不能提取谱因子．Hasan 和 Brink 的工作[1]在谱因子方面的进展，引起了我们很大兴趣．但在文献[1]中可能有几个问题，现讨论如下[2)]．

1. 跃迁振幅公式的向前角散射条件可以放宽

在向前角散射时，文献[1]给出跃迁振幅公式是

$$T_{fi}=\frac{(4\pi)^{3/2}}{\sqrt{k_ik_f}}\frac{\hbar^2}{4\mu_f}\exp\left[i(\lambda_1-\lambda_2)\frac{\pi}{2}\right]\sum_l\sqrt{2l+1}\exp[i\delta^i(l)+\delta^f(l)]A_l(\lambda_2,\lambda_1)Y_{l,\lambda_1-\lambda_2}(\alpha,\beta) \tag{(33), H-B}$$

其中

$$A_l(\lambda_2,\lambda_1)=\frac{1}{\hbar}\int_{-\infty}^{\infty}dt\,e^{-i\Delta\phi_0(t)}G(S(t),\theta(t),0) \tag{(34), H-B}$$

$$G(S,\theta,\phi)\equiv G(S,\theta,\phi,\beta)=\frac{1}{\pi^2}\sum_{L=0}^{\infty}\sum_{M=-\infty}^{\infty}g(S,L,M,\beta)\cos\left(L\theta+\frac{M\pi}{2}\right)e^{iM\phi} \tag{1}$$

1) 表示文献[1]中原等式编号，下同．本文1982年2月15日收到．

2) 本文公式中符号、意义与[1]相同．

$$= \frac{1}{2\pi'} \sum_{L=-\infty}^{\infty} \sum_{M=-\infty}^{\infty} g(S, L, M, \beta) e^{i\left[L\theta + M\left(\phi + \frac{\pi}{2}\right)\right]} \tag{2}$$

而对于大角散射，另有

$$T_{fi} = \frac{(4\pi)^{3/2}}{\sqrt{k_i k_f}} \frac{\hbar^2}{4\mu_f} \frac{e^{i(\lambda_1-\lambda_2)\beta}}{2\pi\sqrt{\sin\alpha}} \sum_l \sqrt{2l+1}\; e^{i[\delta^i(l)+\delta^f(l)]}$$

$$\times \left[A_l^+(\lambda_2, \lambda_1) e^{i\left[\left(l+\frac{1}{2}\right)\alpha - \frac{\pi}{4}\right]} + A^-(\lambda_2, \lambda_1) e^{-i\left[\left(l+\frac{1}{2}\right)\alpha - \frac{\pi}{4}\right]}\right] \quad ((\mathrm{A}.4), \text{H-B})$$

这里

$$A_l^+(\lambda_2, \lambda_1) = \frac{1}{\hbar}\int_{-\infty}^{\infty} dt \exp(-i\Delta\phi_0(t)) G(S(t), \theta(t), 0, 0) \quad ((\mathrm{A}.5), \text{H-B})$$

$$A_l^-(\lambda_2, \lambda_1) = \frac{1}{\hbar}\int_{-\infty}^{\infty} dt \exp(-i\Delta\phi_0(t)) G(S(t), \theta(t), \pi, 0) \quad ((\mathrm{A}.6), \text{H-B})$$

由(1)，考虑到量 $\cos\left(L\theta + \frac{M\pi}{2}\right) e^{iM\phi}$ 在变换 $(\theta, \phi) \to (-\theta, \phi + \pi)$ 中保持不变，因而有

$$G(S, \theta, \phi, \beta) = G(S, -\theta, \phi + \pi, \beta)$$

$$\therefore \quad G(S, -\theta, 0, 0) = G(S, \theta, \pi, 0) \tag{3}$$

设 ϕ 是个小量，则 $g(S, L, M, \beta) \simeq g(S, L, M, \beta - \phi)$，因此在 $\phi \to 0$ 的区域中，由对 $G(S, \theta, \phi, \beta)$ 绕 z 轴的转动不变性讨论[1]，仍有

$$g(S, L, M, \beta) \simeq g(S, L, \lambda_1 - \lambda_2, \beta) \delta(M, \lambda_1 - \lambda_2)$$

即在非向前角散射时仍有

$$G(S, \theta, 0, \beta) \simeq \frac{1}{2\pi^2} \sum_{L=-\infty}^{\infty} g(S, L, \lambda_1 - \lambda_2, \beta)\, e^{i\left[L\theta + (\lambda_1-\lambda_2)\frac{\pi}{2}\right]} \tag{4a}$$

这个等式的近似程度与文献[1]关于 $G(S, \theta, 0)$ 的近似程度大体一致.

$$\therefore \quad G(S, -\theta, 0, 0) = \frac{1}{2\pi^2} \sum_{L=-\infty}^{\infty} g(S, L, \lambda_1 - \lambda_2, 0) e^{i\left[-L\theta + (\lambda_1-\lambda_2)\frac{\pi}{2}\right]}$$

令 $L' = -L$，并注意 $g(S, L, M, \beta) = (-1)^M g(S, -L, M, \beta)$

$$\therefore \quad G(S, -\theta, 0, 0) = \frac{1}{2\pi^2} \sum_{L'=-\infty}^{\infty} g(S, -L', \lambda_1 - \lambda_2, 0)\, e^{i\left[L'\theta + (\lambda_1-\lambda_2)\frac{\pi}{2}\right]}$$

$$= (-1)^{\lambda_1-\lambda_2} G(S, \theta, 0, 0) \tag{4b}$$

即

$$G(S, \theta, \pi, 0) = (-1)^{\lambda_1-\lambda_2} G(S, \theta, 0, 0) \tag{5}$$

由(5)及 ((A.5), H-B), ((A.6), H-B) 得

$$A_l^-(\lambda_2, \lambda_1) = A_l^+(\lambda_2, \lambda_1)(-1)^{\lambda_1-\lambda_2} = A_l(\lambda_2, \lambda_1)(-1)^{\lambda_1-\lambda_2} \tag{6}$$

由

$$Y_{lm}(\alpha, \beta) \simeq \frac{e^{i\frac{m\pi}{2}} e^{im\beta}}{2\pi\sqrt{\sin\alpha}} \left[e^{i\left[\left(l+\frac{1}{2}\right)\alpha - \frac{\pi}{4}\right]} + (-1)^m e^{-i\left[\left(l+\frac{1}{2}\right)\alpha - \frac{\pi}{4}\right]}\right],$$

并 ((A.4), H-B), (6) 得到

$$T_{fi} = \frac{(4\pi)^{3/2}}{\sqrt{k_i k_f}} \frac{\hbar^2}{4\mu_f} \frac{e^{i(\lambda_1-\lambda_2)\beta}}{2\pi\sqrt{\sin\alpha}} \sum_l \sqrt{2l+1}\, e^{i[\delta^i(l)+\delta^f(l)]}$$

$$\times A_l(\lambda_2, \lambda_1)\left[e^{i\left[\left(l+\frac{1}{2}\right)\alpha-\frac{\pi}{4}\right]}+(-1)^{\lambda_1-\lambda_2}e^{-i\left[\left(l+\frac{1}{2}\right)\alpha-\frac{\pi}{4}\right]}\right]$$

$$=\frac{(4\pi)^{3/2}}{\sqrt{k_i k_f}}\frac{\hbar^2}{4\mu_f}e^{i(\lambda_1-\lambda_2)\frac{\pi}{2}}\sum_l\sqrt{2l+1}\,e^{i[\delta^i(l)+\delta^f(l)]}$$

$$\times A_l(\lambda_2, \lambda_1)Y_{l,\lambda_1-\lambda_2}(\alpha, \beta)$$

回到了((33)，H-B)．(4a)和(4b)并不要求向前角散射条件，故(6)也是普适的．

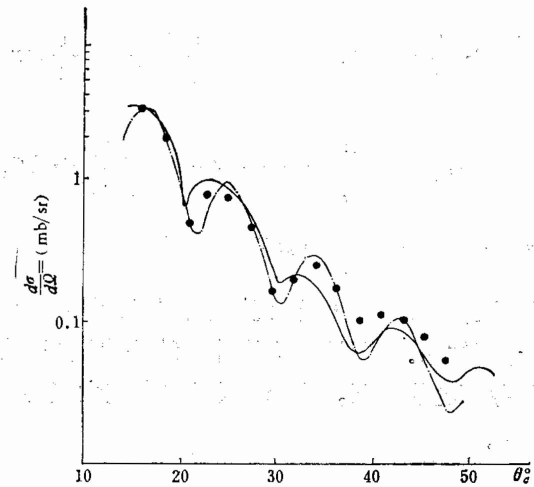

图　1

$^{10}B(^{14}N, ^{13}C)^{11}C$ 的角分布

——本计算；—·—·—DWBA[2]；●实验值[2]

作为实例，我们计算了反应 $^{10}B(^{14}N, ^{13}C)^{11}C(E_L = 93.6\text{MeV})$，选择的参量与文献[2]相同．计算结果如图1所示．就曲线与实验拟合程度言，本计算可能不如 DWBA 分析[2]，但它的计算时间仅是 DWBA 的 1/10～1/15．值得注意的是，在大角度部分，本计算的拟合程度并不比 DWBA 有明显的不好．提取的谱因子见表1，由于计算误差大约在10% 左右，这样的结果还是可以满意的．

表　1

反　应	S_1S_2			
	本计算	DWBA[2]	理论[3]	其它[4]
$^{10}B(^{14}N, ^{13}C)^{11}C$	0.5	1.1	0.75	0.68

2．表象选择可能给结果带来影响

文献[1]指出，转移振幅 $A'_l(\lambda'_2, \lambda'_1)$ 表式

$$A'_l(\lambda'_2, \lambda'_1)=\frac{(2\pi)^2}{\hbar v}i^{(\lambda_1-\lambda_2)}\int u_2^*(k_2)u_1(k_1)Y^*_{l_2\lambda'_2}(\theta'_2, 0)Y_{l_1\lambda'_1}(\theta'_1, 0)$$

$$\times\left(\varepsilon_1-\Delta\varepsilon_1-\frac{\hbar^2k_1^2}{2m_x}\right)J_{\lambda'_1-\lambda'_2}(k_\perp d)k_\perp dk_\perp \qquad ((48), \text{H-B})$$

对前、后表象一样适用，即表象选择对结果没有影响，我们不能重复这一结果．

按照文献[1],有效 Q 值 $Q_{\rm eff}$,以及剩余相互作用 ΔV 在前后表象(动量空间中)的表式为

$$Q_{\rm eff}=\varepsilon_2-\varepsilon_1-(\Delta\varepsilon_2-\Delta\varepsilon_1) \tag{7}$$

$$\Delta V=\varepsilon_i-\Delta\varepsilon_i-\frac{\hbar^2k_i^2}{2m_x} \qquad i=1,2 \tag{8}$$

$$\boldsymbol{k}_2=\boldsymbol{k}_1+\frac{m_x\boldsymbol{v}}{\hbar} \qquad ((47a), \text{H-B})$$

$$k_{1z}=-\frac{1}{\hbar v}\left(Q_{\rm eff}+\frac{1}{2}m_xv^2\right),\quad k_{2z}=-\frac{1}{\hbar v}\left(Q_{\rm eff}-\frac{1}{2}mv^2\right) \qquad ((47b), \text{H-B})$$

因此,我们得到

$$\Delta V_1=\varepsilon_2-\Delta\varepsilon_2-\frac{\hbar^2k_2^2}{2m_x}=\varepsilon_1-\Delta\varepsilon_1-\frac{\hbar^2k_1^2}{2m_x}+2Q_{\rm eff}$$
$$\doteq\varepsilon_1-\Delta\varepsilon_1-\frac{\hbar^2k_1^2}{2m_x}=\Delta V_2 \tag{9}$$

即((48),H-B)只适合于后表象. 图2表示了反应 ^{26}Mg(^{11}B, ^{10}Be) ^{27}Al(E_L = 114MeV)的两个反应道不同表象计算结果. 两种表象的计算结果曲线在形状上很接近,都与实验[5]有良好拟合,但微分截面的值不同,因而谱因子也有较大差异,差异程度取决于反应 Q 值和库仑修正 $\Delta\varepsilon_1$、$\Delta\varepsilon_2$.

3. 转移振幅的对称性质

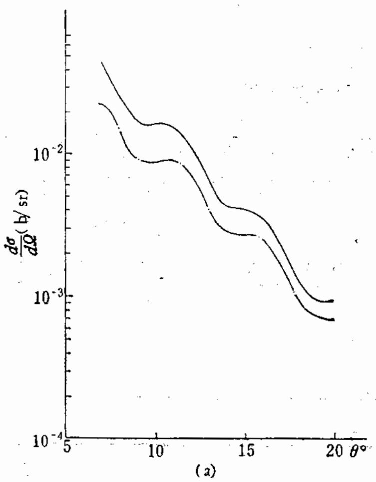

图2(a) ^{26}Mg(^{11}B,^{10}Be) ^{27}Al(E_L=114MeV)中质子由 ^{11}B 向 ^{27}Al 中 1 $d_{5/2}$(GS) 转移的角分布计算值

—·—·—ΔV 取前表象近似,谱因子=0.19

——ΔV 取后表象近似,谱因子=0.12

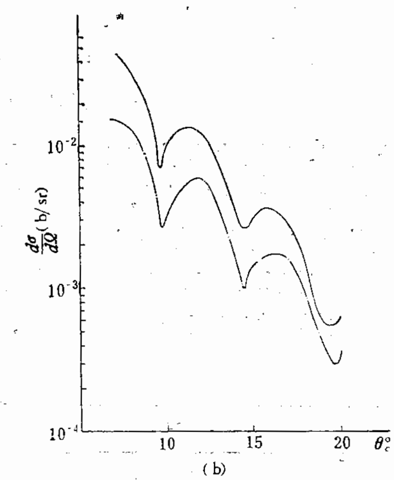

图2(b) ^{26}Mg(^{11}B, ^{10}Be) ^{27}Al(E_L=114MeV)中质子由 ^{11}B 向 ^{27}Al $2S_{1/2}$(0.84) 转移的角分布计算值

—·—·—ΔV 前表象近似,谱因子=0.17

——ΔV 取后表象近似,谱因子=0.073

由贝塞尔函数 J_m 及转动矩阵元 $D^l_{m'm}$ 的对称性质,我们容易得到关于转移振幅的对称性质:

$$A'_l(-\lambda'_2,-\lambda'_1)=(-1)^{\lambda'_2+\lambda'_1}A'_l(\lambda'_2,\lambda'_1)$$
$$A_l(-\lambda_2,-\lambda_1)=(-1)^{\lambda_2+\lambda_1}A_l(\lambda_2,\lambda_1) \tag{10}$$

这两个对称性质用于计算 $A_l'(\lambda_2', \lambda_1')$ 及 $A_l(\lambda_2, \lambda_1)$，可以节省时间近一半.

参　考　文　献

[1] H. Hasan and D. M. Brink, *J. Phys. G: Nucl. Phys.*, 4 (1978), 1573.
[2] T. Motobayashi et al., *Nucl. Phys.*, **A331** (1979), 193—212.
[3] S. Cohen and D. Kurath, *Nucl. Phys.*, **A193** (1967), 164.
[4] K. G. Nair et al., *Phys. Rev.*, **C12** (1975), 1575.
[5] I. Paschopoulos et al., *Nucl. Phys.*, **A252** (1975), 173.

SEVERAL PROBABLE QUESTIONS ON "A STUDY OF A SEMICLASSICAL APPROXIMATIONS FOR HEAVY ION TRANSFER REACTIONS"[1]

Miao Rong-zhi　Xu Shu-wei

(*Institute of Modern Physics, Academia Sinica*)

Abstract

The identity $G(S, \theta, \pi, 0) = (-1)^{\lambda_1-\lambda_2} G(S, \theta, 0, 0)$ is proved thus the transition amplitude's formula ((33), H-B, see[1]) stands good under the nonforward angular scattering conditions.

The equation $\left(\varepsilon_1 - \Delta\varepsilon_1 - \frac{\hbar^2 k_1^2}{2m_x}\right) = \left(\varepsilon_2 - \Delta\varepsilon_2 - \frac{\hbar^2 k_2^2}{2m_x}\right)$ in Ref. [1] may be questionable. The transfer amplitude's formula ((48), H-B) may be suitable only in post representation. The choice of different representations probablely influences the calculation results.

The two symmetry properties of the transfer amplitude can simplify the numerical calculations.