

极化电子被极化质子的深度 非弹性散射的辐射修正

毛振麟

(中国科学院高能物理研究所)

摘 要

本文推导了极化电子被极化质子的深度非弹性散射的辐射修正公式, 其中包括了极化 e-p 散射的弹性尾巴的精确公式和非弹性散射辐射修正的峰值近似公式.

一、引 言

非极化的 e-p 弹性和非弹性散射的辐射修正已由 L. W. Mo 和 Y. S. Tsai [1] 及 Y. S. Tsai [2] 及其他作者研究过了. 本文用类似于[1]的方法把辐射修正公式扩展到极化电子被极化质子的深度非弹性散射的情况, 用量子电动力学推导了极化 e-p 散射的弹性尾巴和非弹性的辐射修正公式. 能够指出: 对精确的弹性尾巴, 极化和非极化公式在形式上很不相同. 但对非弹性散射, 在峰值近似的条件下, 并且假设电子发射实光子的能量比电子本身的能量小很多时, 实光子发射过程的等效辐射体厚度在极化情况和非极化情况是相同的.

二、无辐射情况下的截面和不对称性

在本节中, 我们总结了在单光子交换过程的近似下, 极化 e-p 弹性和非弹性散射的无辐射截面和不对称性的结果.

(2.1) 到连续态的非弹性散射

极化 e-p 到连续态的非弹性散射的微分截面能够写成:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega dp} = \left(\frac{2\alpha}{q^2}\right)^2 \frac{E_p}{E_s} L_{\mu\nu} W^{\mu\nu} \quad (2.1)$$

其中 α 是精细结构常数, E_s 和 E_p 分别为入射电子和散射电子的能量. q 是所交换的虚光子的 4 动量. $L_{\mu\nu}$ 和 $W^{\mu\nu}$ 分别是极化的轻子和强子张量. 而

$$L_{\mu\nu} = L_{\mu\nu}^{(S)} + iL_{\mu\nu}^{(A)} = T_\gamma \left(\frac{1 + \gamma s_1}{2} \right) (\not{\epsilon} + m) \gamma_\mu (\not{p} + m) \gamma_\nu \quad (2.2)$$

其中 $L_{\mu\nu}^{(S)}$ 和 $L_{\mu\nu}^{(A)}$ 分别是轻子张量中的对称成份和反对称成份, s_1 是电子的极化 4 矢量.

而

$$L_{\mu\nu}^{(S)} = \frac{1}{2} T_r (\not{s} + m) \gamma_\mu (\not{p} + m) \gamma_\nu = 2(s_\mu p_\nu + s_\nu p_\mu - (s \cdot p) g_{\mu\nu}) \quad (2.3)$$

$$L_{\mu\nu}^{(A)} = -\frac{i}{2} T_r \gamma_5 s_1 (\not{s} + m) \gamma_\mu (\not{p} + m) \gamma_\nu = 2m \epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} s_1^\alpha q^\beta \quad (2.4)$$

其中 $s \cdot p$ 分别是入射和散射电子的 4 动量、 m 是电子的质量, $\epsilon_{\mu\nu\alpha\beta}$ 是反对称张量

$$\begin{aligned} \epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} &= 1 & (\mu, \nu, \alpha, \beta \text{ 是 } 0, 1, 2, 3 \text{ 的偶次交换}) \\ &= -1 & (\mu, \nu, \alpha, \beta \text{ 是 } 0, 1, 2, 3 \text{ 的奇次交换}) \\ &= 0 & (\text{如 } \mu, \nu, \alpha, \beta \text{ 中二个下标相同}) \end{aligned}$$

而强子张量 $W^{\mu\nu}$ 可以写成

$$W^{\mu\nu} = W^{\mu\nu(S)} + iW^{\mu\nu(A)} \quad (2.5)$$

其中 $W^{\mu\nu(S)}$ 是强子张量中的对称成分, $W^{\mu\nu(A)}$ 是强子张量中的反对称成分, 它们的普遍形式可写成:

$$\begin{aligned} W^{\mu\nu(S)} &= \left(\frac{q^\mu q^\nu}{q^2} - g^{\mu\nu} \right) W_1(\omega, q^2) + \frac{1}{M_p^2} \left(t^\mu - \frac{t \cdot q}{q^2} q^\mu \right) \left(t^\nu - \frac{t \cdot q}{q^2} q^\nu \right) \\ &\quad \times W_2(\omega, q^2) \end{aligned} \quad (2.6)$$

$$\begin{aligned} W^{\mu\nu(A)} &= M_p \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} q_\alpha s_{2\beta} G_1(\omega, q^2) + \frac{1}{M_p} [\epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} q_\alpha s_{2\beta} (t \cdot q) \\ &\quad - \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} q_\alpha t_\beta (s_2 \cdot q)] G_2(\omega, q^2) \end{aligned} \quad (2.7)$$

其中 M_p 和 t 分别为质子靶的质量和 4 动量, s_2 是质子极化 4 矢量, $W_1(\omega, q^2)$ 和 $W_2(\omega, q^2)$ 是二个独立的与自旋无关的结构函数, $G_1(\omega, q^2)$ 和 $G_2(\omega, q^2)$ 是二个独立的与自旋相关的结构函数, ω 是虚光子的能量, 由 (2.1)–(2.7) 可以得到纵向极化电子被纵向极化质子散射的不对称性 A 的表示式

$$\begin{aligned} A &= \frac{\sigma(\uparrow\downarrow) - \sigma(\uparrow\uparrow)}{\sigma(\uparrow\downarrow) + \sigma(\uparrow\uparrow)} = \frac{-2 L_{\mu\nu}^{(A)} W^{\mu\nu(A)}}{2 L_{\mu\nu}^{(S)} W^{\mu\nu(S)}} \\ &= \frac{(E_s + E_p \cos \theta) M_p G_1(\omega, q^2) - 4 E_s E_p \sin^2 \frac{\theta}{2} G_2(\omega, q^2)}{W_1(\omega, q^2) + \frac{W_2(\omega, q^2)}{2} \cot^2 \frac{\theta}{2}} \end{aligned} \quad (2.8)$$

其中 $\sigma(\uparrow\downarrow)$, $\sigma(\uparrow\uparrow)$ 分别表示自旋反平行和相平行情况下的 e-p 微分截面, θ 是散射角.

$$\sigma(\uparrow\downarrow) = \sigma_0(1 + A)$$

$$\sigma(\uparrow\uparrow) = \sigma_0(1 - A)$$

其中 σ_0 是非极化的 e-p 散射截面

$$\sigma_0 = \sigma_M \left[W_2(\omega, q^2) + 2W_1(\omega, q^2) \tan^2 \frac{\theta}{2} \right] \quad (2.9)$$

而 σ_M 是莫特散射截面, $\sigma_M = \frac{\alpha^2 \cos^2 \theta / 2}{4E_s^2 \sin^4 \frac{\theta}{2}}$.

(2.2) 到分立强子终态的非弹性散射

我们定义分立态的结构函数 $W_1^i(q^2)$, $W_2^i(q^2)$, $G_1^i(q^2)$ 和 $G_2^i(q^2)$ 与连续态结构函数 $W_1(q^2, M_f^2)$, $W_2(q^2, M_f^2)$, $G_1(q^2, M_f^2)$ 和 $G_2(q^2, M_f^2)$ 的关系为

$$W^i(q^2) = \frac{1}{2M_p} \int W(q^2, M_f^2) \delta(M_f^2 - M_i^2) dM_f^2 \quad (2.10)$$

其中 W 可代表 W_1, W_2, G_1, G_2 四个结构函数中的任一个. M_f 是强子终态的质量, M_i 是相应到强子的 i 激发态的丢失质量. 由 (2.8) 得到

$$A = \frac{\sigma^j(\uparrow\downarrow) - \sigma^i(\uparrow\uparrow)}{\sigma^j(\uparrow\downarrow) + \sigma^i(\uparrow\uparrow)} = \frac{(E_s + E_p \cos\theta) M_p G_1^i(q^2) - 4E_s E_p \sin^2 \frac{\theta}{2} G_2^i(q^2)}{W_1^i(q^2) + \frac{1}{2} W_2^i(q^2) \cot^2 \frac{\theta}{2}} \quad (2.11)$$

(2.3) 弹性散射

如果把 $W_1^0(q^2) = \tau g_m^2$

$$W_2^0(q^2) = (g_c^2 + \tau g_m^2) / (1 + \tau) \quad (2.12)$$

$$G_1^0(q^2) = (g_c g_m + \tau g_m^2) / [2M_p^2(1 + \tau)]$$

$$G_2^0(q^2) = g_m(g_c - g_m) / [4M_p(1 + \tau)]$$

代入 (2.11) 并应用 $\frac{Q^2}{2M_p \omega} = 1$, $\tau = \frac{Q^2}{4M_p^2}$, $Q^2 = -q^2$ 的关系, 得到纵向极化 e-p 弹性散射的不对称性

$$A_{\text{弹性}} = \frac{2 \frac{M_p}{E_s} \frac{\tau}{1 + \tau} (g_c g_m + \tau g_m^2) + 2\tau g_m^2 \tan^2 \frac{\theta}{2}}{\frac{g_c^2 + g_m^2}{1 + \tau} + 2\tau g_m^2 \tan^2 \frac{\theta}{2}} \quad (2.13)$$

其中 g_c 和 g_m 是质子的电磁形状因子.

三、极化 e-p 非弹散射的辐射修正

在本节中我们推导了极化 e-p 非弹性散射中弹性尾巴和非弹性的辐射修正贡献.

(3.1) 由分立强子终态来的辐射尾巴

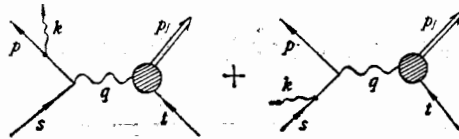


图 1 实光子发射的费曼图

图 1 表示了实光子发射过程的费曼图. 实光子发射过程的微分截面能写成:

$$\frac{d\sigma^i}{d\Omega dp} = \frac{4\alpha^3}{(2\pi)^2 q^4} \frac{E_p}{E_s} \frac{M_p \omega d\Omega_k}{(u_0 - |\mathbf{u}| \cos\theta_k)} L_{\mu\nu} W^{\mu\nu} \quad (3.1)$$

其中 $u = s - t - p = k + p_f = (u_0, \mathbf{u})$. 我们选择的坐标系是这样的. z 轴沿 \mathbf{u} 方向动量 \mathbf{s} 和 \mathbf{p} 在 $x-z$ 平面内. $d\Omega_k = d\cos\theta_k d\phi_k$. θ_k 是 \mathbf{k} 与 \mathbf{u} 间的夹角. 而 $L_{\mu\nu}$ 和 $W^{\mu\nu}$

分别为极化的轻子和强子张量.

$$L_{\mu\nu} = L_{\mu\nu}^{(S)} + iL_{\mu\nu}^{(A)} = \text{Tr} \sum_{\text{光子自旋}} \left(\frac{1 + \gamma s_1}{2} \right) (s + m) \left[\not{\epsilon} \frac{s - \not{k} + m}{-2(s \cdot k)} \gamma_\mu \right. \\ \left. + \gamma_\mu \frac{\not{p} + \not{k} + m}{2p \cdot k} \not{\epsilon} \right] (\not{p} + m) \left[\not{\epsilon} \frac{\not{p} + \not{k} + m}{2p \cdot k} \gamma_\nu + \gamma_\nu \frac{s - \not{k} + m}{-2(s \cdot k)} \not{\epsilon} \right] \quad (3.2)$$

其中 ϵ 是光子极化 4 矢量. $L_{\mu\nu}^{(S)}$ 和 $L_{\mu\nu}^{(A)}$ 分别是极化轻子张量中的对称部分和反对称部分.

$$L_{\mu\nu}^{(S)} = \frac{1}{2} \text{Tr} \sum_{\text{光子自旋}} (s + m) \left[\not{\epsilon} \frac{s - \not{k} + m}{-2(s \cdot k)} \gamma_\mu + \gamma_\mu \frac{\not{p} + \not{k} + m}{2(p \cdot k)} \not{\epsilon} \right] (\not{p} + m) \\ \times \left[\not{\epsilon} \frac{\not{p} + \not{k} + m}{2(p \cdot k)} \gamma_\nu + \gamma_\nu \frac{s - \not{k} + m}{-2(s \cdot k)} \not{\epsilon} \right] \\ = \frac{1}{2} \left\{ \frac{m^2}{(k \cdot s)^2} (p_\mu k_\nu + p_\nu k_\mu) - (p_\mu s_\nu + p_\nu s_\mu) - \frac{q^2}{2} g_{\mu\nu} \right\} \\ + \frac{m^2}{(k \cdot p)^2} \left[- (s_\mu k_\nu + s_\nu k_\mu) - (p_\mu s_\nu + p_\nu s_\mu) - \frac{q^2}{2} g_{\mu\nu} \right] \\ + \frac{1}{(k \cdot p)(k \cdot s)} \{ (p \cdot s) [(s_\mu k_\nu + s_\nu k_\mu) - (p_\mu k_\nu + p_\nu k_\mu) \\ + 2(s_\mu p_\nu + p_\mu s_\nu) - 2(s \cdot p) g_{\mu\nu}] + 2m^2(p \cdot s - k_\mu k_\nu) \} \\ - \frac{1}{k \cdot s} \left[2s_\mu s_\nu + (s_\mu p_\nu + s_\nu p_\mu) - (p_\mu k_\nu + p_\nu k_\mu) + \left(\frac{q^2}{2} - m^2 - s \cdot p \right) \right] \\ + \frac{1}{k \cdot p} \left[2p_\mu p_\nu + (s_\mu p_\nu + s_\nu p_\mu) + (s_\mu k_\nu + k_\mu s_\nu) + \left(\frac{q^2}{2} - m^2 - s \cdot p \right) \right] \\ - 2g_{\mu\nu} \} \quad (3.3)$$

而

$$L_{\mu\nu}^{(A)} = -\frac{i}{2} \text{Tr} \sum_{\text{光子自旋}} \gamma s_1 (s + m) \left[\not{\epsilon} \frac{s - \not{k} + m}{-2(s \cdot k)} \gamma_\mu + \gamma_\mu \frac{\not{p} + \not{k} + m}{2p \cdot k} \not{\epsilon} \right] \\ \times (\not{p} + m) \left[\not{\epsilon} \frac{\not{p} + \not{k} + m}{2p \cdot k} \gamma_\nu + \gamma_\nu \frac{s - \not{k} + m}{-2(s \cdot k)} \not{\epsilon} \right] \\ = \frac{m}{2(k \cdot s)^2} \epsilon_{\alpha\mu\nu\delta} \{ (p \cdot s_1 + q \cdot s_1) p^\alpha q^\delta + m^2 q^\alpha s_1^\delta \} \\ + \frac{m}{2(k \cdot p)^2} \epsilon_{\alpha\mu\nu\delta} \{ m^2 q^\alpha s_1^\delta \} + \frac{m}{2(k \cdot p)(k \cdot s)} \\ \times \{ 2(p \cdot s_1 + q \cdot s_1) q^\alpha s_1^\delta + (p \cdot s_1) p^\alpha q^\delta - 2(p \cdot s) q^\alpha s_1^\delta \} \quad (3.4)$$

极化强子张量 $W^{\mu\nu}$ 的表达式由 (2.5) (2.6) (2.7) 中给出.

把 (3.2)–(3.4) 和 (2.5)–(2.7) 代入 (3.1) 并对 $d\phi_k$ 积分得到在纵向极化 e-p 散射中, 从分立强子终态来的辐射尾巴为

$$\frac{d\sigma_r^j}{dQd\Omega dp}(\uparrow\downarrow) - \frac{d\sigma_r^j}{dQd\Omega dp}(\uparrow\uparrow) = \frac{4\alpha^3}{(2\pi)^2} \frac{E_p}{E_s} \int_{-1}^1 \frac{M_p \omega d(\cos\theta_k)}{q^2(u_0 - |u| \cos\theta_k)} \int_0^{2\pi} -2L_{\mu\nu}^{(A)} W^{\mu\nu(A)} d\phi_k$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{4\alpha^3 E_p}{2\pi E_s} \int_{-1}^1 \frac{M_p \omega d(\cos \theta_k)}{q^4(u_0 - |u| \cos \theta_k)} \times \left(2 G_1^2(q^2) M_p \left\{ \frac{q^2 - 2p \cdot s}{E_s} \right. \right. \\
&\quad + \frac{am^2}{x^3} \left[\frac{q^4}{4E_s} + \frac{q^2}{2} (\omega + E_p + E_s) \right] \\
&\quad + \frac{a'm^2}{y^3} \left\{ \frac{q^2}{2} \left[\frac{2E_s^2 + \omega^2}{E_s} - \frac{\omega}{E_s} \left(E_p + E_s - \frac{p \cdot s}{E_s} \right) \right] \right. \\
&\quad + (s \cdot p) \left[E_s - \omega - E_p + \frac{p \cdot s}{E_s} \right] \left. \right\} \\
&\quad + 2\nu \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y} \right) (p \cdot s)^2 \left(E_p + E_s - \frac{p \cdot s}{E_s} \right) \\
&\quad + \frac{1}{x} \left[\frac{-q^4}{4E_s} - \frac{q^2}{2} \left(\omega + E_p + E_s - \frac{p \cdot s}{E_s} \right) \right. \\
&\quad + (s \cdot p) \left(\omega + 3E_p + E_s - \frac{2p \cdot s}{E_s} \right) \left. \right] \\
&\quad + \frac{1}{y} \left[\frac{q^2}{2} \left(-\omega + E_p + E_s - \frac{p \cdot s}{E_s} \right) \right. \\
&\quad + (s \cdot p) \left(\omega - E_p - 3E_s + \frac{p \cdot s}{E_s} \right) \left. \right] \left. \right\} \\
&\quad + 4G_2^2(q^2) \left\{ \frac{q^2}{2} \left(\frac{E_s - E_p}{E_s} \right) + \frac{am^2}{x^3} \left(\frac{q^4}{4} \right) \right. \\
&\quad + \frac{a'm^2}{y^3} \left(-\frac{q^2}{2} (p \cdot s) \frac{E_s^2 - \omega E_s + \omega^2}{E_s^2} \right) \\
&\quad + 2\nu \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y} \right) (p \cdot s)^3 \frac{\omega - 2E_s}{E_s} \\
&\quad + \frac{1}{x} \left[-\frac{q^4}{4} + \frac{q^2}{2} (s \cdot p) \frac{E_p + E_s}{E_s} + (s \cdot p)^2 \left(\frac{-2E_s + \omega}{E_s} \right) \right] \\
&\quad \left. + \frac{s \cdot p}{y} \left[\frac{q^2}{2} \left(\frac{\omega - E_s}{E_s} \right) + (s \cdot p) \left(\frac{-\omega + 2E_s}{E_s} \right) \right] \right\} \quad (3.5)
\end{aligned}$$

其中 $a = \omega(E_p - |p| \cos \theta_p \cos \theta_k)$;
 $a' = \omega(E_s - |s| \cos \theta_s \cos \theta_k)$;
 $b = -\omega |p| \sin \theta_p \sin \theta_k = -\omega |s| \sin \theta_s \sin \theta_k$;
 $x = (a^2 - b^2)^{\frac{1}{2}}$
 $y = (a'^2 - b^2)^{\frac{1}{2}}$
 $\nu = (a' - a)^{-1}$

(3.2) 极化 e-p 弹性散射到深度非弹区的辐射尾巴

把 (2.11) 代入 (3.5) 得到极化 e-p 散射的精确弹性尾巴公式为:

$$\begin{aligned}
&\left(\frac{d\sigma_r}{d\Omega dp} (\uparrow\downarrow) - \frac{d\sigma_r}{d\Omega dp} (\uparrow\uparrow) \right)_{\text{弹性尾巴}} \\
&= \frac{4\alpha^3 E_p}{2\pi E_s} \int_{-1}^1 \frac{M_p \omega d(\cos \theta_k)}{q^4(u_0 - |u| \cos \theta_k)} \left(\frac{g_e g_m + \tau g_m^2}{M_p (1 + \tau)} \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \times \left\{ \frac{q^2 - 2p \cdot s}{E_s} + \frac{am^2}{x^3} \left[\frac{q^4}{4E_s} + \frac{q^2}{2} (\omega + E_p + E_s) \right] \right. \\
& + \frac{a'm^2}{y^3} \left[\frac{q^2}{2} \left(\frac{2E_s^2 + \omega^2}{E_s} - \frac{\omega}{E_s} \left(E_p + E_s - \frac{p \cdot s}{E_s} \right) \right) \right. \\
& + (s \cdot p) \left(E_s - \omega - E_p + \frac{p \cdot s}{E_s} \right) \left. \right] \\
& + 2\nu \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y} \right) (p \cdot s)^2 \left(E_p + E_s - \frac{p \cdot s}{E_s} \right) \\
& + \frac{1}{x} \left[\frac{-q^4}{4E_s} - \frac{q^2}{2} \left(\omega + E_p + E_s - \frac{p \cdot s}{E_s} \right) \right. \\
& + (s \cdot p) \left(\omega + 3E_p + E_s - \frac{2p \cdot s}{E_s} \right) \left. \right] \\
& + \frac{1}{y} \left[\frac{q^2}{2} \left(-\omega + E_p + E_s - \frac{p \cdot s}{E_s} \right) \right. \\
& + (s \cdot p) \left(\omega - E_p - 3E_s + \frac{p \cdot s}{E_s} \right) \left. \right] \left. \right\} \\
& + \frac{g_m(g_e - g_m)}{M_p^2(1 + \tau)} \left\{ \frac{q^2}{2} \left(\frac{E_s - E_p}{E_s} \right) + \frac{am^2}{x^3} \left(\frac{q^4}{4} \right) \right. \\
& + \frac{a'm^2}{y^3} \left(-\frac{q^2}{2} (p \cdot s) \frac{E_s^2 - \omega E_s + \omega^2}{E_s^2} \right) \\
& + 2\nu \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y} \right) (p \cdot s)^3 \frac{\omega - 2E_s}{E_s} \\
& + \frac{1}{x} \left[-\frac{q^4}{4} + \frac{q^2}{2} (s \cdot p) \frac{E_p + E_s}{E_s} + (s \cdot p)^2 \left(\frac{-2E_s + \omega}{E_s} \right) \right] \\
& + \frac{s \cdot p}{y} \left[\frac{q^2}{2} \left(\frac{\omega - E_s}{E_s} \right) + (s \cdot p) \left(\frac{-\omega + 2E_s}{E_s} \right) \right] \left. \right\} \quad (3.6)
\end{aligned}$$

注意到

$$\left[\frac{d\sigma_r}{dQdp}(\uparrow\downarrow) + \frac{d\sigma_r}{dQdp}(\uparrow\uparrow) \right]_{\text{弹性尾巴}} = 2 \left(\frac{d\sigma_r}{dQdp} \right)_{\text{非极化的弹性尾巴}} \quad (3.7)$$

而非极化 e-p 散射的精确的弹性尾巴公式已由文献 [1] (13.5) 式给出了。从 (3.6) 和 (3.7) 可以获得 $\left(\frac{d\sigma_r}{dQdp}(\uparrow\downarrow) \right)_{\text{弹性尾巴}}$ 和 $\left(\frac{d\sigma_r}{dQdp}(\uparrow\uparrow) \right)_{\text{弹性尾巴}}$ 的表示式。

(3.3) 由于连续态的辐射修正

在从分立态来的辐射修正公式 (3.5) 中, 把 $G_i(q^2)$ 和 $G_i^i(q^2)$ 作如下的替代

$$G_i(q^2), G_i^i(q^2) \rightarrow \int_{(M_p + M_\pi)^2}^{u^2} G_{1,2}(q^2, M_i^2) dM_i^2 \quad (3.8)$$

其中 M_π 是 π 介子的质量。再变换积分元

$$\int_{(M_p + M_\pi)^2}^{u^2} G_{1,2}(q^2, M_i^2) dM_i^2 = \frac{1}{2M_p} \int_{\Delta}^{\omega_{\max}(\cos\theta)} G_{1,2}(q^2, \omega) 2(u_0 - |u| \cos\theta_k) d\omega \quad (3.9)$$

其中 $\omega_{\max} = \frac{1}{2} [u^2 - (M_p + M_\pi)^2] / (u_0 - |u| \cos\theta)$

Δ 是切断能量.

因此

$$\left(\frac{d\sigma_r}{d\Omega dp}(\uparrow\downarrow) - \frac{d\sigma_r}{d\Omega dp}(\uparrow\uparrow) \right)_{\omega > \Delta} = \frac{2\alpha^3}{(2\pi)^2} \frac{E_p}{E_s} \int d\Omega_k \int_{\Delta}^{\omega_{\max}} \frac{\omega d\omega}{q^4} \times (-2L_{\mu\nu}^{(A)} W^{\mu\nu(A)}(q^2, \omega)) \quad (3.10)$$

在峰值近似的条件下, 我们应用如下的积分.

$$\int \frac{d\Omega_k}{(p \cdot k)(s \cdot k)} = \frac{4\pi}{\omega^2} (s \cdot p)^{-1} \ln \frac{2s \cdot p}{m^2}$$

这积分值给 s 峰的贡献为 $\frac{2\pi}{\omega_s^2} (s \cdot p)^{-1} \ln \frac{2(s \cdot p)}{m^2}$ 给 p 峰的贡献为 $\frac{2\pi}{\omega_p^2} (s \cdot p)^{-1} \ln \frac{2(s \cdot p)}{m^2}$

其中

$$\omega_s = \frac{1}{2} (u^2 - M_f^2) / (M_p - E_p(1 - \cos\theta))$$

$$\omega_p = \frac{1}{2} (u^2 - M_f^2) / (M_p + E_p(1 - \cos\theta))$$

并且有

$$\int \frac{m^2}{(p \cdot k)^2} d\Omega_k = \frac{4\pi}{\omega_p^2}; \quad \int \frac{m^2}{(s \cdot k)^2} d\Omega_k = \frac{4\pi}{\omega_s^2};$$

$$\int \frac{d\Omega_k}{p \cdot k} \sim \frac{4\pi}{\omega_p^2} y_p; \quad \int \frac{d\Omega_k}{s \cdot k} \sim \frac{4\pi}{\omega_s^2} y_s$$

其中 $y_p = \omega_p/E_p$; $y_s = \omega_s/E_s$; $q_p^2 = -2E_p(E_p + \omega_p)(1 - \cos\theta)$; 和

$$q_s^2 = -2(E_s - \omega_s)E_p(1 - \cos\theta)$$

利用上述关系并将 (3.4), (2.7) 代入 (3.10) 得到:

$$\left(\frac{d\sigma_r(\uparrow\downarrow)}{d\Omega dp}(\omega > \Delta) - \frac{d\sigma_r(\uparrow\uparrow)}{d\Omega dp}(\omega > \Delta) \right)_{k \parallel s} = \left(\frac{d\sigma_r(\uparrow\downarrow)}{d\Omega dp}(\omega > \Delta) - \frac{d\sigma_r(\uparrow\uparrow)}{d\Omega dp}(\omega > \Delta) \right)_{k \parallel p} \quad (3.11)$$

其中

$$\begin{aligned} & \left(\frac{d\sigma_r(\uparrow\downarrow)}{d\Omega dp}(\omega > \Delta) - \frac{d\sigma_r(\uparrow\uparrow)}{d\Omega dp}(\omega > \Delta) \right)_{k \parallel s} \\ &= \frac{4\alpha^3}{2\pi} \frac{E_p}{E_s} \int_{\Delta}^{\omega_{\max}} \frac{d\omega_s}{\omega_s q_s^2} \left(2G_1(q^2, \omega_s) M_p (s \cdot p) \right. \\ & \times \left\{ y_s E_s (y_s - 2) - (1 - y_s + y_s^2) (E_s + E_p \cos\theta - y_s E_s) \right. \\ & \left. + (E_s + E_p \cos\theta) \ln \frac{2s \cdot p}{m^2} + \left[-y_s (E_s + E_p \cos\theta + (1 - y_s) E_s) \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{y_s^2}{2} (E_s + E_p \cos\theta - y_s E_s) \right] \ln \frac{4E_s}{m^2} \right\} \\ & \left. + 4G_2(q^2, \omega_s) (s \cdot p)^2 \left\{ y_s^2 (y_s - 1) E_s (E_s - E_p) / s \cdot p \right. \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + (1 - 2y_s + 2y_s^2 - y_s^3) - \left(1 - \frac{y_s}{2}\right) \ln \frac{2s \cdot p}{m^2} \\
& + \frac{y_s}{2} (3 - 3y_s - y_s^2) \ln \frac{4E_s^2}{m^2} \Big\} \quad (3.12)
\end{aligned}$$

假设 $y_s \ll 1$ 并利用 (2.8) 则 (3.12) 可简化为

$$\begin{aligned}
& \left(\frac{d\sigma_r(\uparrow\downarrow)}{d\Omega dp} (\omega > \Delta) - \frac{d\sigma_r(\uparrow\uparrow)}{d\Omega dp} (\omega > \Delta) \right)_{k \parallel s} \\
& = \frac{\alpha}{\pi} \left(\ln \frac{2s \cdot p}{m^2} - 1 \right) \int_{E_s, \min(E_p)}^{E_s - \Delta} \frac{dE'_s}{E_s - E'_s} \\
& \quad \times \left(\frac{d\sigma(E'_s E_p)}{d\Omega dp} (\uparrow\downarrow) - \frac{d\sigma(E'_s, E_p)}{d\Omega dp} (\uparrow\uparrow) \right) \quad (3.13)
\end{aligned}$$

同样地

$$\begin{aligned}
& \left(\frac{d\sigma_r(\uparrow\downarrow)}{d\Omega dp} (\omega > \Delta) - \frac{d\sigma_r(\uparrow\uparrow)}{d\Omega dp} (\omega > \Delta) \right)_{k \parallel p} \\
& = \frac{4\alpha^3}{2\pi} \frac{E_p}{E_s} \int_{\Delta}^{\omega_{\max}} \frac{d\omega_p}{\omega_p q_p^2} \left(2G_1(q^2, \omega_p) M_p(s \cdot p) \left\{ -y_p^2 E_s (y_p + 2) \right. \right. \\
& \quad + [- (E_s + E_p \cos\theta) + y_p (2E_p - E_s - 2E_p \cos\theta) \\
& \quad + y_p^2 (2E_p - E_p \cos\theta)] + (E_s + E_p \cos\theta) \ln \frac{2s \cdot p}{m^2} \\
& \quad + \left. \frac{y_p^2}{2} (2E_s + y_p (E_s - E_p + 3E_p \cos\theta) + y_p^2 E_p \cos\theta) \ln \frac{4E_s^2}{m^2} \right\} \\
& \quad + 4G_2(q^2, \omega_p) (s \cdot p)^2 \left[-y_p^2 E_s (1 + y_p) (E_s - E_p) / (s \cdot p) \right. \\
& \quad + (1 - 2y_p + y_p^2) + \left. \left(-1 + \frac{y_p}{2} \frac{E_p}{E_s} \right) \ln \frac{2s \cdot p}{m^2} \right. \\
& \quad \left. \left. + \left(-\frac{y_p^2}{2} \left(\frac{4E_s + E_p}{E_s} \right) - 3y_p + y_p^2 \right) \ln \frac{4E_p^2}{m^2} \right] \right) \quad (3.14)
\end{aligned}$$

假定 $y_p \ll 1$ 并利用 (2.8), (3.14) 式可简化为

$$\begin{aligned}
& \left(\frac{d\sigma_r(\uparrow\downarrow)}{d\Omega dp} (\omega > \Delta) - \frac{d\sigma_r(\uparrow\uparrow)}{d\Omega dp} (\omega > \Delta) \right)_{k \parallel p} \\
& = \frac{\alpha}{\pi} \left(\ln \frac{2s \cdot p}{m^2} - 1 \right) \int_{E_p + \Delta}^{E_p \max(E_s)} \frac{dE'_p}{E'_p - E_p} \\
& \quad \times \left(\frac{d\sigma(E_s, E'_p)}{d\Omega dp'} (\uparrow\downarrow) - \frac{d\sigma(E_s, E'_p)}{d\Omega dp'} (\uparrow\uparrow) \right) \quad (3.15)
\end{aligned}$$

由 (3.13) (3.15) 得到

$$\begin{aligned}
& \left(\frac{d\sigma_r(\uparrow\downarrow)}{d\Omega dp} (\omega > \Delta) - \frac{d\sigma_r(\uparrow\uparrow)}{d\Omega dp} (\omega > \Delta) \right)_{\text{连续态}} \\
& = \frac{\alpha}{\pi} \left(\ln \frac{2s \cdot p}{m^2} - 1 \right) \\
& \quad \times \left\{ \int_{E_s, \min(E_p)}^{E_s - \Delta} \frac{dE'_s}{E_s - E'_s} \left(\frac{d\sigma(E'_s E_p)}{d\Omega dp} (\uparrow\downarrow) - \frac{d\sigma(E'_s, E_p)}{d\Omega dp} (\uparrow\uparrow) \right) \right\}
\end{aligned}$$

$$+ \int_{E_p+\Delta}^{E_{p\max}(E_s)} \frac{dE'_p}{E'_p - E_p} \left(\frac{d\sigma(E_s, E'_p)}{dQd p'} (\uparrow\downarrow) - \frac{d\sigma(E_s, E'_p)}{dQd p'} (\uparrow\uparrow) \right) \quad (3.16)$$

这是在极化 e-p 非弹散射情况下等效辐射体的结果, 等效辐射体的厚度为

$$t = \frac{\alpha}{\pi} \left(\ln \frac{2s \cdot p}{m^2} - 1 \right) \quad (3.17)$$

对非极化情况, 已由文献 [1] (c, 7) 式给出. 利用 $y_s, y_p \ll 1$ 条件. 可以证明

$$\begin{aligned} & \left(\frac{d\sigma_r(\uparrow\downarrow)}{dQd p} (\omega > \Delta) + \frac{d\sigma_r(\uparrow\uparrow)}{dQd p} (\omega > \Delta) \right)_{\text{非极化}} = \frac{\alpha}{\pi} \left(\ln \frac{2s \cdot p}{m^2} - 1 \right) \\ & \times \left\{ \int_{E_{s\min}(E_p)}^{E_s - \Delta} \frac{dE'_s}{E'_s - E_s} \left(\frac{d\sigma(E'_s, E_p)}{dQd p} (\uparrow\downarrow) + \frac{d\sigma(E'_s, E_p)}{dQd p} (\uparrow\uparrow) \right) \right. \\ & \left. + \int_{E_p+\Delta}^{E_{p\max}(E_s)} \frac{dE'_p}{E'_p - E_p} \left(\frac{d\sigma(E_s, E'_p)}{dQd p'} (\uparrow\downarrow) + \frac{d\sigma(E_s, E'_p)}{dQd p'} (\uparrow\uparrow) \right) \right\} \quad (3.18) \end{aligned}$$

所以极化情况的等效辐射体厚度与非极化情况是相同的. 由 (3.16) 和 (3.18) 得到

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_r}{dQd p} (\omega > \Delta) &= \frac{\alpha}{\pi} \left(\ln \frac{2s \cdot p}{m^2} - 1 \right) \left\{ \int_{E_{s\min}}^{E_s - \Delta} \frac{dE'_s}{E'_s - E_s} \frac{d\sigma}{dQd p} (E'_s, E_p) \right. \\ & \left. + \int_{E_p+\Delta}^{E_{p\max}(E_s)} \frac{dE'_p}{E'_p - E_p} \frac{d\sigma}{dQd p'} (E_s, E'_p) \right\} \quad (3.19) \end{aligned}$$

(3.19) 表示了峰值近似下辐射的和无辐射截面的关系. 这关系对自旋平行, 自旋反平行和不极化的情况都是一样的, 只要把自旋方向同时表示在 (3.19) 式中辐射和无辐射的截面上就可以了.

对蔡永赐 (Y. S. Tsai) 教授给与有益的讨论和帮助表示深切的谢意.

参 考 文 献

- [1] L. W. Mo and Y. S. Tsai, *Rev. of Mod. Phys.*, **41** (1969), 205.
 [2] Y. S. Tsai, *Radiative Corrections to Electron Scatterings*, SLAC-PUB-848 (1971).

RADIATIVE CORRECTIONS TO THE DEEP INELASTIC POLARIZED E-P SCATTERING

MAO ZHEN-LIN

(Institute of High Energy Physics, Academia Sinica)

ABSTRACT

The formulas of the radiative corrections to the deep inelastic polarized e-p scattering are derived. The formulas of the exact elastic tail and the inelastic peaking approximation are included.