

# 1- $p$ 壳超核系统学研究 (II)

## ——超核的结合能计算

施义晋 庄斐

(中国科学院原子能研究所)

### 摘 要

本文采用了文(I)的两组  $A-N$  有效相互作用<sup>[1]</sup>, 在多中心壳模型的 Hartree-Fock 方法基础上<sup>[2]</sup>, 计算了 1- $p$  壳超核的结合能. 计算表明, 我们引进的有效相互作用是合理的. 此外, 从 1- $p$  壳的结合能还不能对  $A-N$  的电荷对称性破缺给予进一步的证据.

### 一、几点说明

在文(I)中<sup>[1]</sup>(即《1- $p$ 壳超核系统学研究(I)—— $A-N$ 有效相互作用研究》一文), 我们已经说过: 1- $p$ 壳超核的结合能已有许多人计算过, 但是都很不成功<sup>[3]</sup>. 他们所用的  $A-N$  力或者拟合了  $A-p$  低能散射数据, 或者拟合了  ${}^3\text{He}$  的结合能. 正如 A. B. Volkov<sup>[4]</sup> 在他的文章中所说的, 拟合散射数据, 这只是给了我们一个好的出发点, 并不是判断一个核力好坏的必要判据. 在  $A-N$  相互作用中, 情况也应如此. 因为对于 1- $p$ 壳超核, 其中  $A$  粒子与核子相互作用已不是自由情况下的相互作用, 而是包含了某种多体效应的相互作用——有效相互作用.

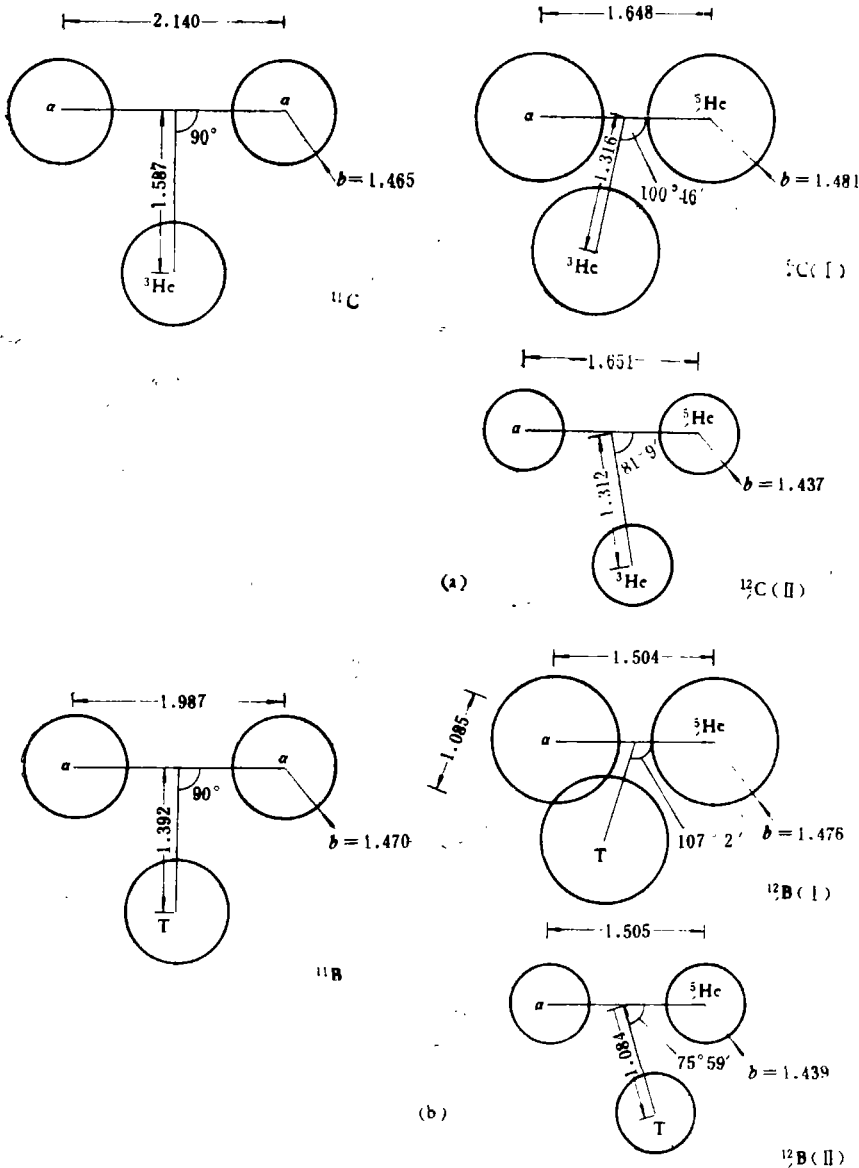
当然引进有效相互作用, 通常有两种途径: 微观的与唯象的. 从微观的途径, 即从理论来导出有效相互作用, 虽然基础是很严格的, 但是到目前为止, 此理论仍然给不出一个比较简便而又适用于一片核区的方法. 因此, 对我们的目的来讲, 此方法并不适用. 而唯象的途径, 尽管它似乎很不严格, 但给出了很多有意义的结果. 因此, 作为研究  $A$  超核性质的初步尝试, 我们仍然只能求助于唯象方法.

在文(I)中, 我们已经详细地讨论了唯象有效势的引进经过, 得到了两组有效相互作用: (I)号力(文(I)(14)式)及(II)号力(文(I)(15)式). 本文就是希望通过对 1- $p$ 壳  $A$  超核的结合能的计算来作为这两组力的有效性的第一个检验.

我们没有引进自旋轨道耦合项与张量力. 我们知道, 对激发态的计算, 自旋轨道耦合项将起很大作用. 但为了简单起见, 在初步计算结合能时, 我们暂不予考虑.

本文 1982 年 2 月 9 日收到.

计算结合能的方法已在文(I)中说过,这里需要强调的是:因为我们采用的是多中心壳模型,因此对它的基态判断不像通常壳模型那样容易.在壳模型中,超核的基态是 $\Lambda$ 粒子处于 $1s$ 壳,而保持核芯组态不变<sup>[5]</sup>.我们的多中心壳模型,原子核组态的集团划分存在某种任意性.例如 ${}^8\text{Be}$ 核可以看成由两个 $\alpha$ 集团构成,也可以看成由一个 $\alpha$ 加两个自旋反平行的氦集团构成,这两者对 ${}^8\text{Be}$ 核是等价的<sup>[5]</sup>.但对 ${}^9\text{Be}$ 超核,核芯的这两种组态不再等价.因为 $\Lambda$ 粒子处于 $\alpha$ 集团内与处于氦集团内显然不等价.计算表明, $\Lambda$ 粒子处于 $\alpha$ 集团内能量要低一些.从对称性考虑,我们对多中心壳模型的 $\Lambda$ 超核基态提出下面三条判据:(1)核芯应该分成尽可能多的 $\alpha$ 集团,这在能量上是有利的.(2)核芯应该分成尽可能少的集团,即每集团尽可能包含所允许的最多粒子,这在能量上也是有利的.(3)



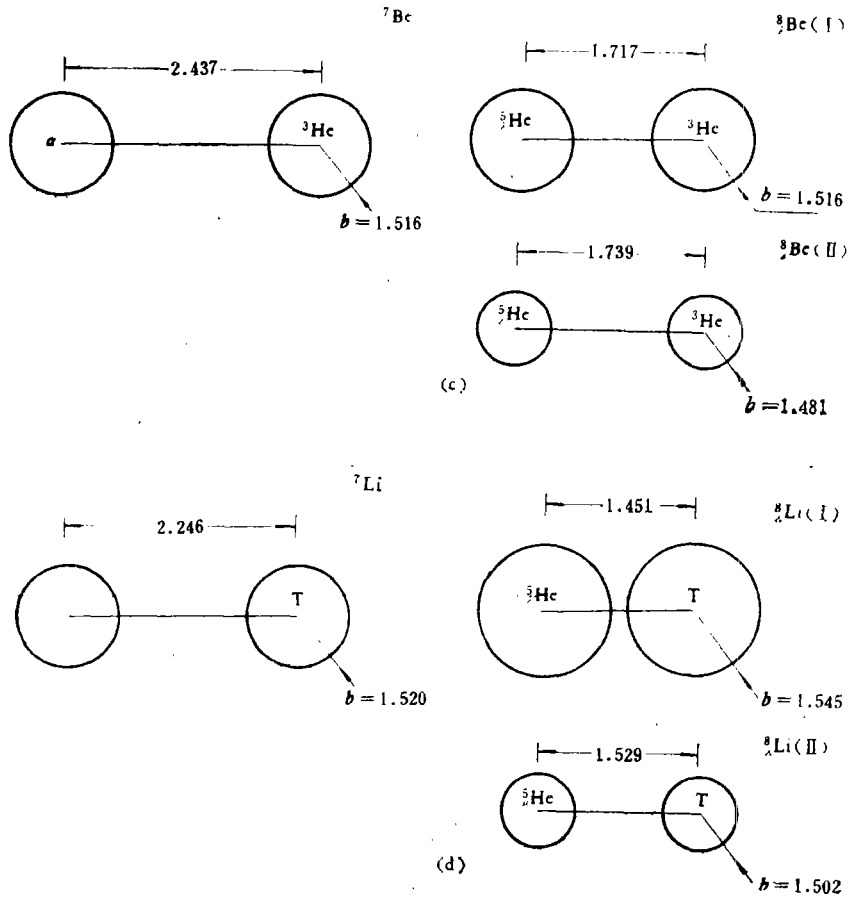


图 1 核及超核空间组态图

在图中为了表示集团由于  $\Lambda$  粒子的进入而膨胀或收缩, 我们夸张地用三种不同的圆表示.  $b$  是单粒子波函数的谱振子参数, 它基本上与集团的均方半径成正比. (I) 表示用 (I) 力的结果, (II) 则表示 (II) 力结果, 图中全以 fm 为单位.

$\Lambda$  粒子应该处于  $\alpha$  集团内, 如果处于其他集团内能量将升高. 对于第 (1) 条判据是显然的. 对于第 (2) 条, 这可从  ${}^6\text{Li}$  的例子看出. 在文章<sup>[5]</sup>中我们知道  ${}^6\text{Li}$  核的  $\alpha + d$  组态与  $\alpha + p + n$  组态是等价的, 但对  ${}^7\text{Li}$ , 这两个组态不再等价. 第 (3) 条判据也是显然的. 有了这三条判据, 我们就可定出  $\Lambda$  超核的基态组态结构 (即集团划分). 这样对减少工作量来讲是有重要意义的.

根据上述三条判据, 我们将 1-*p* 壳划为三个区. 第 (I) 区是  ${}^5\text{He} - {}^8\text{Be}$ , 第 (II) 区是  ${}^8\text{B} - {}^{12}\text{C}$ , 第 (III) 区是  ${}^{13}\text{N} - {}^{16}\text{O}$ . 对第 (I) 区, 组态都是两集团结构; (II) 区是三集团结构, (III) 区是四集团结构. 为了对比, 我们仍用我们的有效力计算 1*s* 壳超核. 采用的组态是单集团结构, 即普通壳模型. 结果不好, 这是意料之中的. 这四种集团结构我们都是在一个程序里实现的. 这里也再次反映出我们在文献<sup>[2]</sup>中的多中心壳模型计算公式是有效的. 在一个并不大的程序中, 我们可以随意地计算单集团、两集团、三集团、四集团问题, 集团可以是  $\alpha$  团, 也可以不是  $\alpha$  集团.

## 二、结合能计算结果

我们计算了 ${}^A\text{O}$ 以下20个超核的结合能。在表(1)中我们列出了用我们的两组力(文(I)(14)式、(15)式)的计算结果。作为对比,也列出了W. H. Bassichis和A. Gal(B-G)及T. H. Ho和A. B. Volkov(H-V)<sup>[3]</sup>的计算结果。可以看到,B-G除了描述了 $\Lambda$ 粒子结合能随核质量数 $A$ 增长而增长这一事实外,其它都与实验符合不好。他们计算得到的 ${}^A\text{O}$ (核芯为 ${}^{16}\text{O}$ )的结合能 ${}_{\Lambda}BE = 42\text{MeV}$ 。这已大大超过了 ${}_{\Lambda}BE$ 的可能上限(对于 $60 < A < 100$ 的超核, ${}_{\Lambda}BE$ 估计上限为 $22.7\text{MeV}$ <sup>[6]</sup>)。而H-V的计算结果也并不好,尽管他们比我们多用了一倍的力参数(他们对自旋单态与三重态取不同参数),而且所用的 $N-N$ 力也很复杂,是与密度有关的力。单核子波函数不仅用了球形基,也采用了变形基。因此,无疑地他们的工作量是不小的。

我们知道 $\Lambda-N$ 相互作用中存在着电荷对称性破坏<sup>[6]</sup>。这主要表现在镜核对 ${}^{\Lambda}\text{He}$ 与

表1 1- $p$ 壳超核结合能各种结果比较

核芯	超核	集团组态	BE(MeV)				
			(I) 号力	(II) 号力	H-V 力 <sup>[3]</sup>	B-G 力 <sup>[3]</sup>	实验 <sup>[3]</sup>
${}^{16}\text{O}$	${}^{17}_{\Lambda}\text{O}$	$4\alpha$	13.741	20.813		42.00	
${}^{15}\text{O}$	${}^{16}_{\Lambda}\text{O}$	$3\alpha + {}^3\text{He}$	12.681	18.122			
${}^{15}\text{N}$	${}^{16}_{\Lambda}\text{N}$	$3\alpha + T$	13.454	18.995		39.27	
${}^{14}\text{O}$	${}^{15}_{\Lambda}\text{O}$	$3\alpha + (2p)$	11.407	14.504			$13.59 \pm 0.15$
${}^{14}\text{N}$	${}^{15}_{\Lambda}\text{N}$	$3\alpha + d$	12.187	16.345		36.23	
${}^{13}\text{N}$	${}^{14}_{\Lambda}\text{N}$	$3\alpha + p$	10.644	13.735			
${}^{12}\text{C}$	${}^{13}_{\Lambda}\text{C}$	$3\alpha$	9.407	11.846	17.75	28.32	$11.69 \pm 0.12$
${}^{11}\text{C}$	${}^{12}_{\Lambda}\text{C}$	$2\alpha + {}^3\text{He}$	9.287	10.466			$10.76 \pm 0.19$
${}^{11}\text{B}$	${}^{12}_{\Lambda}\text{B}$	$2\alpha + T$	11.023	11.892		24.39	$11.37 \pm 0.06$
${}^{10}\text{B}$	${}^{11}_{\Lambda}\text{B}$	$2\alpha + d$	10.223	10.411		21.24	$10.24 \pm 0.05$
${}^9\text{B}$	${}^{10}_{\Lambda}\text{B}$	$2\alpha + p$	7.679	7.295	14.70	17.28	$8.89 \pm 0.12$
${}^8\text{B}$	${}^9_{\Lambda}\text{B}$	$\alpha + {}^3\text{He} + p$	8.713	7.011			$7.88 \pm 0.15$
${}^8\text{Be}$	${}^9_{\Lambda}\text{Be}$	$2\alpha$	7.144	6.237	11.80	14.32	$6.71 \pm 0.04$
${}^7\text{Be}$	${}^8_{\Lambda}\text{Be}$	$\alpha + {}^3\text{He}$	8.500	6.441			$6.84 \pm 0.05$
${}^6\text{Be}$	${}^7_{\Lambda}\text{Be}$	$\alpha + (2p)$	8.757	5.943			$5.16 \pm 0.08$
${}^7\text{Li}$	${}^8_{\Lambda}\text{Li}$	$\alpha + T$	4.616	4.675	9.95	11.88	$6.80 \pm 0.03$
${}^6\text{Li}$	${}^7_{\Lambda}\text{Li}$	$\alpha + d$	5.083	4.306			$5.58 \pm 0.03$
${}^5\text{He}$	${}^6_{\Lambda}\text{He}$	$\alpha + p$	5.499	4.165			$4.18 \pm 0.11$
${}^3\text{He}$	${}^4_{\Lambda}\text{He}$	${}^3\text{He}$	2.330	-0.137			$2.39 \pm 0.03$
${}^4\text{He}$	${}^5_{\Lambda}\text{He}$	$\alpha$	0.203	1.300		6.41	$3.12 \pm 0.02$

${}^4\text{H}$  的结合能差上:  $\Delta BE({}^4\text{He} - {}^4\text{H}) = 0.34 \pm 0.08 \text{MeV}$ . 如果这对镜核仅有库仑能差的话,那么应该是  ${}^4\text{H}$  的结合能大于  ${}^4\text{He}$  的结合能. 但这里却是相反. 我们知道,由于  $\Lambda$  粒子的加入,  ${}^4\text{He}$  与  ${}^4\text{H}$  将比  ${}^3\text{He}$  与  ${}^3\text{H}$  收缩得更紧. 因此,这个结合能差的计算在很大程度上依赖于模型的选取,要从中确定电荷对称性破缺量是很困难的.

在我们的计算中,我们计算了三对镜核的结合能: (1)  ${}^6\text{O}$  与  ${}^6\text{N}$ 、(2)  ${}^{12}\text{C}$  与  ${}^{12}\text{B}$ 、(3)  ${}^8\text{Be}$  与  ${}^8\text{Li}$ . 除了第 (1) 以外,其余两对都有实验值. 我们可以看到,我们的计算不仅绝对值符合得较好,而且镜核结合能的差符合得也不错,至少符号都是对的. 第 (2) 对实验给出  $\Delta BE({}^{12}\text{C} - {}^{12}\text{B})_{\text{exp}} = -0.61 \pm 0.18 \text{MeV}$ , 而理论给出:  $-1.43 \text{MeV}$  ((II) 号力),  $-1.73 \text{MeV}$  ((I) 号力). 第 (3) 对  $\Delta BE({}^8\text{Be} - {}^8\text{Li}) = 0.04 \pm 0.08 \text{MeV}$ , 理论结果为:  $1.77 \text{MeV}$  ((II) 号力),  $3.89 \text{MeV}$  ((I) 号力). 由于我们的模型要比普通的壳模型复杂,因此  $\Lambda$  粒子的加入,出现的情况也较复杂. 由图 1 可以看出,由于  $\Lambda$  粒子的加入,核的整体是缩小了,但是每个集团可能膨胀 ((I) 号力的结果),也可能收缩 ((II) 号力), (这由于 (II) 号力的斥力程较小,而且势阱较 (I) 号力深,见图 (I) 图 4). 这意味着:  $\Lambda$  粒子对核的作用在这里表现为两方面. 一方面是  $\Lambda$  粒子对集团间的作用是吸引的,引起集团间距的总体收缩(但 (I) 号力与 (II) 号力表现也有差别见图 1). 另一方面,是  $\Lambda$  粒子与核子的个别作用,使集团本身发生收缩或膨胀(见图 1). 由于这两种效应,使得库仑力效应的计算依赖于  $\Lambda$ - $N$  力的选取. 当然,在我们的计算中,由于采用了点电荷近似来顾及库仑能. 因此,前一种效应对库仑能的改变是考虑进去了,但后一种效应就考虑不到. 当然,较严格地处理库仑能是可能的,但将成倍地加大计算量.

因此,我们的计算告诉我们: (1) 电荷对称性破缺效应的估计是与模型有关的,而且也与  $\Lambda$ - $N$  的不破缺部分的选取有关. (2) 随着核子数增加,电荷对称性破缺逐渐失去了意义. 至少,对  ${}^{12}\text{C}$  和  ${}^{12}\text{B}$  镜核,我们用同位旋标量力仍然较好地复现了实验结果.

$\Lambda$ - $N$  有效相互作用中我们只引进了 Majorana 力 ( $M_{\Lambda} \approx 0$ ), Bartlett 力与 Heisenberg 力的引入也是容易的(但多了两个参数). 我们知道,具有满壳核芯与非满壳核芯的超核它们之间结合能的突然变化,一般是用  $\Lambda$ - $N$  力中的自旋单态力与三态力的劈裂来解释的<sup>[7]</sup>. 可是在我们的计算结果中很有趣地也出现了实验所表现的现象,即满壳核芯的结合能低于周围非满壳核芯超核的结合能. 例如  ${}^8\text{Be}$  超核,它具有  ${}^8\text{Be}$  核芯,它比  ${}^7\text{B}$  与  ${}^8\text{Be}$  的结合能都低. 实验给出结合能差  $\Delta BE({}^7\text{B} - {}^8\text{Be}) = 1.17 \pm 0.19 \text{MeV}$ ,  $\Delta BE({}^8\text{Be} - {}^8\text{Be}) = 0.13 \pm 0.09 \text{MeV}$ . 而我们的计算给出:  $\Delta BE({}^7\text{B} - {}^8\text{Be}) = 0.78 \text{MeV}$  ((II) 号力),  $1.57 \text{MeV}$  ((I) 号力);  $\Delta BE({}^8\text{Be} - {}^8\text{Be}) = 0.21 \text{MeV}$  ((II) 号力),  $1.36 \text{MeV}$  ((I) 号力). 另一个例子是  ${}^{12}\text{C}$ , 我们的计算(特别是 (II) 号力)是令人满意的.

从整体结果来看,两组结果与实验值的偏差一般不超过  $2 \text{MeV}$ ,应该说这是一个没有预期到的成功. 考虑到我们所用的力的简单,参数又少,说明我们选取的  $\Lambda$ - $N$  有效力的物理考虑是合理的. 我们的  $\Lambda$ - $N$  有效相互作用反映了  $\Lambda$  粒子在  $1p$  壳核中的特性. 从表 1 中我们可以看出:  ${}^8\text{Be}$  以上用 (I) 号力计算的结果一般偏低于 (II) 号力的结果,而  ${}^8\text{Be}$  以下则情况相反. 从偏离实验值的情况看,在  ${}^8\text{Be}$  以上, (II) 号力偏高于实验值,而 (I) 号力则偏低于实验值;而  ${}^8\text{Be}$  以下,情况反过来了. 由此我们可以想到,或许 (II) 号力中  $p$  波效应比 (I) 号力反映得更多一些. 从拟合总体结果看, (II) 号力也比 (I) 号力显得好一

些,因此(II)号力中 $p$ 波效应反映得比(I)号力合理。

为了验证这一印象,我们也用这两组力计算了 $1s$ 壳超核的结合能,对 ${}^4\text{He}$ , (II)号力完全失败了。这表明, $\Lambda$ - $N$ 有效相互作用中很可能包含与 $l^2$ 有关的因子。为了表达 $s$ 波, $p$ 波的差异有几种办法可供选择,一是引进与 $l^2$ 有关因子(强度),二是作分波展开表示,分别对 $s$ 波作用(同壳层的核子与 $\Lambda$ (壳模型),或同一集团内的核子与 $\Lambda$ )及 $p$ 波作用(不同壳层或不同集团内的核子与 $\Lambda$ )用两套参数。总之这表明 $\Lambda$ - $N$ 相互作用尚需进一步探讨。

从 $1p$ 壳超核结合能计算结果看,我们的(II)号力是很成功的。它不仅较好地描述了结合能随质量数变化的总体趋势,给出了较小的偏差,而且还能描写一些涨落效应,当然这些都是与模型有关的。

### 参 考 文 献

- [1] 施义晋,庄斐,高能物理与核物理,6(1982),No. 6.
- [2] 施义晋等,原子核物理,2(1980),166; 施义晋,原子核物理,4(1982),29.
- [3] W. H. Bassichis and A. Gal, *Phys. Rev.*, C1(1970), 28;  
T. H. Ho and A. B. Volkov, *Phys. Lett.*, B30(1969), 303; B31(1970), 259.
- [4] A. B. Volkov, *Nucl. Phys.*, 74(1965), 33.
- [5] 施义晋,卢兆启,“轻核的三集团结构”,原子核物理,4(1982),186.
- [6] B. Povh, *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.*, 28(1978), 1.
- [7] A. Bohr and B. R. Mottelson, in “Nuclear Structure” Vol. 1, P. 59, W. A. Benjamin, Inc./1969/  
New York, Amsterdam.

## SYSTEMIC STUDY ON 1- $p$ SHELL HYPERNUCLEI(II) —the Calculation for Binding Energies

SHI YI-JIN ZHUANG FEI

(Institute of Atomic Energy, Academia Sinica)

### ABSTRACT

Adopting two sets of  $\Lambda$ - $N$  effective interaction given in the paper (I)<sup>[1]</sup>, we have calculated the binding energies of 1- $p$  shell hypernuclei based on the Hartree-Fock method in the multi-center shell model<sup>[2]</sup>. The results show that the effective interaction we have introduced is reasonable. And the further evidence for charge-symmetry-breaking in  $\Lambda$ - $N$  interaction can not be obtained from this kind of 1- $p$  shell binding energy calculation.