

直接计算 QCD 关于强子的价夸克 分布函数预言的一种方法

沈齐兴 吴济民 陆景贤 赵佩英

(中国科学院高能物理研究所)

摘 要

我们利用 Altarelli-Parisi 方程,在合理的近似下,求得核子中价夸克分布函数的解析表达式,并用它讨论在 e-p 深度非弹散射中结构函数的行为,最后给出了理论与实验结果的比较。

1. 引 言

核子结构函数或分布函数的行为是研究核子结构的重要课题。到目前为止,主要用下面几种方法讨论;(1)定性的讨论,(2)在模型理论中讨论,(3)利用算符乘积展开,重整化群方程以及 QCD 渐近自由性质讨论分布函数矩的行为,再利用标准的逆 Mellin 变换技巧,得到分布函数的数值结果,(4)数值求解演化方程。

自从发现 QCD 理论具有渐近自由性质之后^[1],关于深度非弹结构函数矩的带头行为的大量工作是用第三种方法^[2-4]进行的,并且把它应用于唯象讨论^[5-13],也有人讨论了关于矩的行为的高阶修正问题^[14-20]。但是这些理论预言和实验比较存在着一些不确定性^[21,22],如:(1) x 接近 1 处的分布函数行为对高次矩很敏感,因此由于 x 等于 1 附近的不确定性只能准确地得到头几次矩,(2)为了计算矩,必须从理论上外推得到在 x 等于 0 附近处结构函数的行为。因此我们希望直接讨论结构函数本身。最近一些人^[22-24]用数值求解演化方程。本文利用演化方程,在合理的近似下,尝试求得核子中价夸克分布函数的解析表达式。

2. 在合理近似下价夸克分布函数的解析表达式

我们假定强子是由具有 QCD 相互作用的夸克、反夸克和胶子组成。在带头对数近似下,它们的分布函数 $q(x, t)$, $G(x, t)$ 遵循 A-P 方程^[11]:

$$\frac{dq^i(x, t)}{dt} = \frac{\alpha_s(t)}{2\pi} \int_x^1 \frac{dy}{y} \left[P_{qq} \left(\frac{x}{y} \right) q^i(y, t) + P_{qG} \left(\frac{x}{y} \right) G(y, t) \right]$$

$$\frac{dG(x, t)}{dt} = \frac{\alpha_s(t)}{2\pi} \int_x^1 \frac{dy}{y} \left[P_{Gq} \left(\frac{x}{y} \right) \sum_{j=1}^{2f} q^j(y, t) + P_{GG} \left(\frac{x}{y} \right) G(y, t) \right] \quad (1)$$

$$\text{其中} \quad t = \ln \frac{Q^2}{\Lambda^2}, \quad \alpha_s = \frac{1}{b_0 \ln \frac{Q^2}{\Lambda^2}}, \quad b_0 = \frac{33 - 2f}{12\pi}$$

f ——味道数 = 4

P_{ij} 为已知的几率函数, 它们的逆 Mellin 变换相应于 QCD 中的反常量纲。

对 A-P 方程取矩 (作 Mellin 变换), 得到:

$$\frac{d}{dt} \langle q^i(t) \rangle_n = \frac{\alpha_s(t)}{2\pi} \frac{8}{3} A_n^{qq} \langle q^i(t) \rangle_n + \frac{\alpha_s(t)}{2\pi} \cdot \frac{8}{3} A_n^{qG} \langle G(t) \rangle_n \quad (2)$$

$$\frac{d}{dt} \langle G(t) \rangle_n = \frac{\alpha_s(t)}{2\pi} \frac{8}{3} A_n^{Gq} \sum_{j=1}^{2f} \langle q^j(t) \rangle_n + \frac{\alpha_s(t)}{2\pi} \frac{8}{3} A_n^{GG} \langle G(t) \rangle_n$$

$$\text{其中} \quad A_n^{ij} = \frac{3}{8} \int_0^1 dx x^{n-1} P_{ij}(x)$$

$$\langle q^i(t) \rangle_n = \int_0^1 dx x^{n-1} q^i(x, t)$$

$$\langle G(t) \rangle_n = \int_0^1 dx x^{n-1} G(x, t)$$

由 (2) 得到矩的一般解为:

$$\begin{aligned} \langle q^i(t) \rangle_n &= \left\{ \langle q^i(t_0) \rangle_n - \frac{1}{2f} \langle q(t_0) \rangle_n \right\} F_{qq1}(n, t) \\ &\quad + \frac{1}{2f} \langle q(t_0) \rangle_n F_{qq2}(n, t) + \langle G(t_0) \rangle_n F_{qG}(n, t) \end{aligned} \quad (3)$$

$$\langle G(t) \rangle_n = \langle q(t_0) \rangle_n F_{Gq}(n, t) + \langle G(t_0) \rangle_n F_{GG}(n, t)$$

其中 t_0 为 t 的初始值, 以及定义了

$$\langle q(t_0) \rangle_n \equiv \sum_{j=1}^{2f} \langle q^j(t_0) \rangle_n$$

$F(n, t)$ 是已知的函数, 例如:

$$F_{qq1}(n, t) = e^{A_n^{qq} t}, \quad s = \frac{4}{3\pi b_0} \ln \frac{t}{t_0} \quad (4)$$

对矩作逆 Mellin 变换, 就得到分布函数本身:

$$\begin{aligned} q^i(x, t) &= \int_x^1 \frac{dz}{z} \left[q^i(z, t_0) - \frac{1}{2f} q(z, t_0) \right] \tilde{F}_{qq1} \left(\frac{x}{z}, t \right) \\ &\quad + \frac{1}{2f} \int_x^1 \frac{dz}{z} q(z, t_0) \tilde{F}_{qq2} \left(\frac{x}{z}, t \right) + \int_x^1 \frac{dz}{z} G(z, t_0) \tilde{F}_{qG} \left(\frac{x}{z}, t \right) \end{aligned} \quad (5)$$

$$G(x, t) = \int_x^1 \frac{dz}{z} q(z, t_0) \tilde{F}_{Gq} \left(\frac{x}{z}, t \right) + \int_x^1 \frac{dz}{z} G(z, t_0) \tilde{F}_{GG} \left(\frac{x}{z}, t \right)$$

其中 $\tilde{F}(x, t)$ 是 $F(n, t)$ 的逆 Mellin 变换:

$$\tilde{F}(x, t) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty} dn x^{-n} F(n, t) \quad (6)$$

主要用
展开,
Mellin

头行为
了关于
生^[21,22],
确定性
近处结
解演化
析表达

函数近似

积分回路 ($\gamma - i\infty, \gamma + i\infty$) 是在复 n 平面上 $F(n, t)$ 所有奇点的右边.

下面我们计算价夸克的分布函数 $q_V^i(x, t) = q^i(x, t) - \bar{q}^i(x, t)$, 由(5)式得到:

$$q_V^i(x, t) = \int_x^1 \frac{dz}{z} q_V^i(z, t_0) \tilde{F}_{qq1}\left(\frac{x}{z}, t\right) \quad (7)$$

$$\tilde{F}_{qq1}(x, t) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty} dn x^{-n} e^{A_n^{qq}}, \quad (7a)$$

对于反常量纲 A_n^{qq} 可作如下近似:

$$\begin{aligned} A_n^{qq} &= - \left[\frac{1}{4} - \frac{1}{2n} + \frac{1}{2(n+1)} + \sum_{j=2}^n \frac{1}{j} \right] \\ &= - \left[-\frac{3}{4} - \frac{1}{2n} + \frac{1}{2(n+1)} + \phi(n+1) + c \right] \\ &\simeq \frac{3}{4} - c + \frac{1}{2n} - \ln(n+1) \end{aligned} \quad (8)$$

其中 $\phi(n) = \frac{\Gamma'(n)}{\Gamma(n)}$ 是 Psi 函数, c 为欧拉常数. 这里在复 n 平面上展开 $\phi(n)$ 函数, 并取了近似:

$$\begin{aligned} \phi(n) &= \ln n - \frac{1}{2n} - \sum_{l=1}^{\infty} \frac{B_{2l}}{2 \ln^{2l}} \\ &\simeq \ln n - \frac{1}{2n} \quad (n \rightarrow \infty, |\arg n| < \pi) \end{aligned}$$

其中 B_{2l} 是伯努利数. 由于要求价夸克数目不随 Q^2 变化, 所以要求有 $\int_0^1 dx \tilde{F}_{qq1}(x, t) = 1$. 因此在上述近似(8)下, 我们发现:

$$\begin{aligned} \int_0^1 dx \tilde{F}_{qq1}(x, t) &= 0.994800 \quad \text{当 } s = 0.256 \quad (\text{即 } Q^2 = 7.86 \text{ GeV}^2/c^2) \\ &= 0.989628 \quad \text{当 } s = 0.512 \quad (\text{即 } Q^2 = 70.8 \text{ GeV}^2/c^2) \\ &= 0.984482 \quad \text{当 } s = 0.768 \quad (\text{即 } Q^2 = 1879 \text{ GeV}^2/c^2) \end{aligned} \quad (9)$$

(这里, 随 Buras-Gaemers^[9], 取 $A = 0.3 \text{ GeV}$, $Q_0^2 = 1.8 \text{ GeV}^2/c^2$), 可见(8)式是一个很好的近似. 将(8)代入(7a)式, 得到:

$$\begin{aligned} \tilde{F}_{qq1}(x, t) &= e^{s(\frac{3}{4}-c)} \sum_{l=0}^{\infty} \frac{1}{l!} \left(\frac{s}{2}\right)^l \frac{\left(\ln \frac{1}{x}\right)^{l+s-1}}{\Gamma(l+s)} {}_1F_1\left(s, s+l, -\ln \frac{1}{x}\right) \\ &= e^{s(\frac{3}{4}-c)} \frac{1}{\Gamma(s)} \left[x \left(\ln \frac{1}{x}\right)^{s-1} + x \sum_{l=1}^{\infty} \frac{1}{l!} \left(\frac{s}{2}\right)^l \right. \\ &\quad \left. \times \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\Gamma(k+l)}{\Gamma(k+1)} \frac{\Gamma(s)}{\Gamma(s+l+k)} \left(\ln \frac{1}{x}\right)^{s+l+k-1} \right] \end{aligned} \quad (10)$$

其中 $\Gamma(s)$ 是伽玛函数, ${}_1F_1(a, b, x)$ 是合流超几何函数.

假设在一般情况下, 初始输入具有下一形式:

$$q(x, t_0) = \frac{N}{B(a+1, b+1)} x^a (1-x)^b \quad (11)$$

(13)

理论
式, 手将(14)
我们
到了
xP_v(x

其中 N 为归一化常数, $B(a, b)$ 是 Beta 函数. 将 (10), (11) 代入 (7) 式, 并且利用下一事实:

$$\begin{aligned} & \int_x^1 dz z^{a-1} (1-z)^b \left(\ln \frac{z}{x} \right)^{s-1} \\ &= \left(\ln \frac{1}{x} \right)^s x^a (1-x)^b \left\{ A_0(a, b, s) + A_1(a, b, s) \left(\ln \frac{1}{x} \right) \right. \\ & \quad + A_2(a, b, s) \left(\ln \frac{1}{x} \right)^2 \\ & \quad \left. + A_3(a, b, s) \left(\ln \frac{1}{x} \right)^3 + \dots \right\} \end{aligned} \quad (12)$$

(见附录), 得到:

$$\begin{aligned} q_V(x, t) &= e^{s(\frac{3}{2}-c)} \frac{1}{\Gamma(s)} \frac{N}{B(a+1, b+1)} x^a (1-x)^b \\ & \quad \times \left\{ A_0(a-1, b, s) \left(\ln \frac{1}{x} \right)^s + \left[\frac{1}{2} A_0(a-1, b, s+1) \right. \right. \\ & \quad \left. \left. + A_1(a-1, b, s) \right] \left(\ln \frac{1}{x} \right)^{s+1} \right. \\ & \quad + \left[\frac{1}{8} \frac{s+4}{s+1} A_0(a-1, b, s+2) + \frac{1}{2} A_1(a-1, b, s+1) \right. \\ & \quad \left. + A_2(a-1, b, s) \right] \left(\ln \frac{1}{x} \right)^{s+2} \\ & \quad + \left[\frac{1}{24} \frac{s^2+6s+12}{(s+1)(s+2)} A_0(a-1, b, s+3) \right. \\ & \quad + \frac{1}{8} \frac{s+4}{s+1} A_1(a-1, b, s+2) \\ & \quad \left. + \frac{1}{2} A_2(a-1, b, s+1) + A_3(a-1, b, s) \right] \left(\ln \frac{1}{x} \right)^{s+3} + \dots \left. \right\} \end{aligned} \quad (13)$$

(13) 式是本文的重要结果.

正如大家所熟知的, 求解 A-P 方程需要输入一个初始条件, 目前它不可能由 QCD 理论所给出. Buras-Gaemers^[9] 从实验数据拟合出一个很好的夸克、胶子分布函数经验公式, 我们取其在 $Q_0^2 = 1.8 \text{ GeV}^2/c^2$ 的值作为这里的输入, 即:

$$\begin{aligned} xP_V(x, t_0) &= \frac{3}{B(0.70, 3.60)} x^{0.70} (1-x)^{2.60} - \frac{1}{B(0.85, 4.35)} x^{0.85} (1-x)^{3.35} \\ (10) \quad xn_V(x, t_0) &= \frac{1}{B(0.85, 4.35)} x^{0.85} (1-x)^{3.35} \end{aligned} \quad (14)$$

(14) 代入 (13) 后就得到在任意 Q^2 下 $P_V(x, t)$, $n_V(x, t)$ 的解析表达式. 从理论上说, 我们可以取级数 (13) 的任意多项, 但实际上, 在我们感兴趣的 Q^2 范围内, 取前四项已经得到了此级数值的 99% 以上, 甚至于在小 x 区域和大 Q^2 范围内也是如此. 图 1 给出了 $P_V(x, Q^2)$ 和 $xn_V(x, Q^2)$ 的一些值.

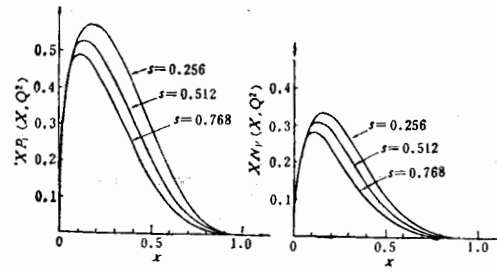


图1 $xP_V(x, Q^2)$ 和 $x n_V(x, Q^2)$ 的值

方程(13)指出,当 $x \rightarrow 1$ 时

$$q_V^i(x, t) \sim e^{s(\frac{3}{2}-c)} \frac{1}{B(a+1, b+1) \Gamma(b+s+1)} \frac{\Gamma(b+1)}{\Gamma(b+s+1)} x^a (1-x)^b \left(\ln \frac{1}{x}\right)^s$$

和

$$\frac{q_V^i(x, t)}{q_V^i(x, t_0)} \simeq e^{s(\frac{3}{2}-c)} \frac{\Gamma(b+1)}{\Gamma(b+s+1)} \left(\ln \frac{1}{x}\right)^s$$

$$\simeq \left(\frac{t}{t_0}\right)^{0.69(\frac{3}{2}-c)} \frac{\Gamma(b+1)}{\Gamma(b+s+1)} \left(\ln \frac{1}{x}\right)^s \quad (15)$$

这与 Gross 的预言是一致的^[25],它指出,如果在 $Q^2 = Q_0^2$ 时,当 $x \rightarrow 1$,结构函数的行为是

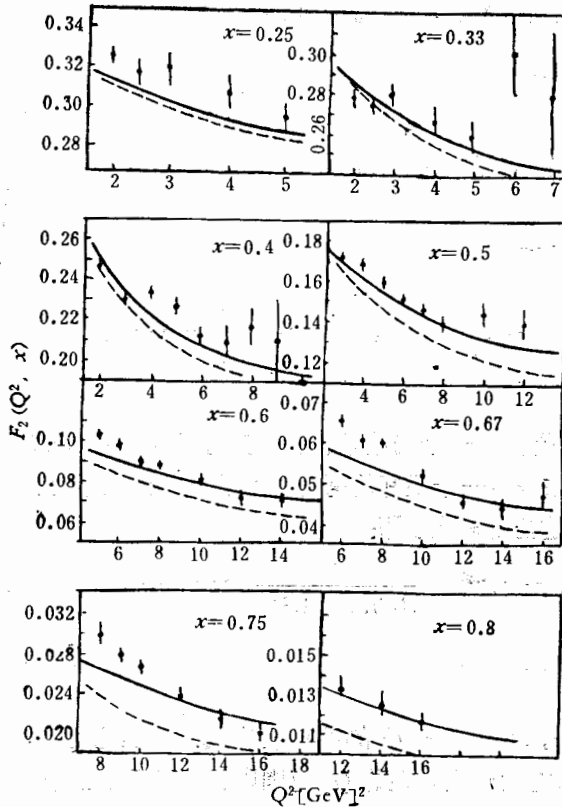


图2 $F_2^p(x, Q^2)$ 的理论预言和 SLAC 实验数据^[27]比较。

实线: $\Delta = 0.3\text{GeV}/c$, 虚线: $\Delta = 0.4\text{GeV}/c$

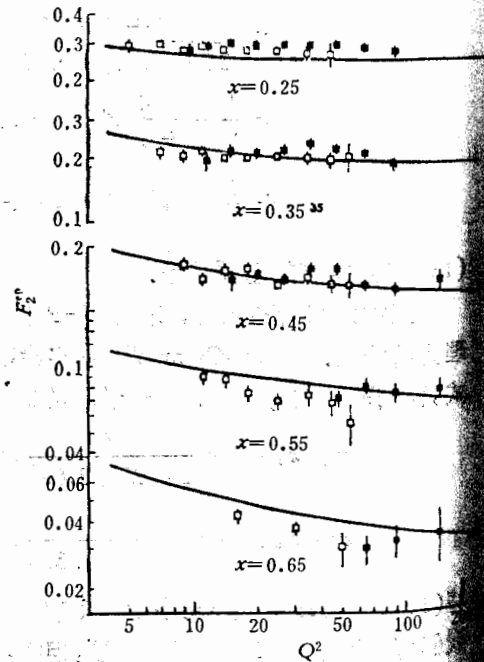


图3 $F_2^p(x, Q^2)$ 的理论预言和大 Q^2 区实验数据^[21]的比较。

布
验
程
(
表
明
于

它
可
到
最
优
点
分
布
的
价
格
过
程

(14).

$x \geq 0$

当

$(1-x)^b$, 那么有:

$$\frac{F_2(x, t)}{F_2(x, t')}\bigg|_{x \rightarrow 1} \simeq \left(\frac{t}{t'}\right)^{0.69G} \frac{\Gamma(b+1)}{\Gamma(b+s+1)} \left(\ln \frac{1}{x}\right)^s [1 + O(x-1)] \quad (16)$$

其中 $t = \ln \frac{Q^2}{\Lambda^2}$, $s = \frac{16}{27} \ln \frac{t}{t'}$, $G = \frac{4}{27}$

计数规则 (counting rule)^[26] 预言, 当 $x \rightarrow 1$ 时, 核子结构函数的行为是 $(1-x)^3$, 我们计算的结果是 $(1-x)^{2.6+s}$, 其中 s 由方程 (4) 给出.

当 $x > 0.3$ 时, 海夸克的贡献对于结构函数 $F_2^{sp}(x, t)$ 可以忽略, 因此得到:

$$\begin{aligned} F_2^{sp}(x, t) &= x \sum_i e_i^2 [q_i(x, t) + \bar{q}_i(x, t)] \\ &\simeq \frac{4}{9} x P_V(x, t) + \frac{1}{9} x n_V(x, t) \quad (x > 0.3) \end{aligned}$$

上式和实验结果的比较表明在图 2, 3 中.

3. 讨 论

利用 A-P 方程, 在一个合理的近似下, 用 (14) 作为输入, 我们得到核子中价夸克分布函数的解析表达式. 由图 2, 3 可见, 理论预言与实验数据符合得很好, 这表明 (13) 式是正确的. 它和方程 (7) 的精确解比较的误差也是 Q^2 和 x 的函数. 图 4 表明 P_V 夸克的相对误差. 在通常 Q^2 范围内, 误差小于 1%.

演化方程的方法比用取矩的方法有明显的优点. 它可以从所有能利用的数据中选择一个合适的输入得到最好的贴合. 另外, 解析表达式比数值解有明显的优点. 遗憾的是目前用同样的方法求解海夸克和胶子分布函数仍有一些数学上的困难. 但是, 我们所得到的价夸克分布函数的解析式仍然能用于讨论深度非弹过程的许多方面, 如所谓非单态分量行为以及 π 、K 价夸克分布函数的行为.

在我们的表达式中, 共有五个参数, 一个是重整化点参数 Λ , 其余四个来自初始输入 (14).

与 Buras-Gaemers 贴合结果相比, 他们的结果在 $0.15 \lesssim x \lesssim 0.8$ 略高, 在 $x \lesssim 0.15$, $x \gtrsim 0.8$ 略低. 这些差别来自高阶贡献和“高扭度” (higher twist) 贡献.

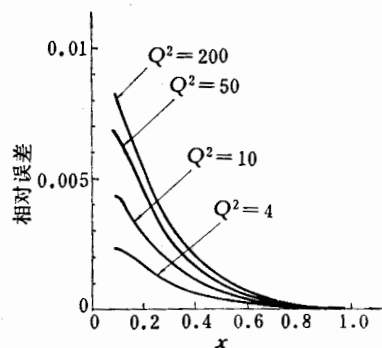


图 4 本文结果和方程 (7) 精确数值解比较的相对误差

附 录

当把 $(1-x)^b$ 作二项式展开、积分后, (12) 式可写成:

$$\begin{aligned} \int_x^1 dz \cdot z^{a-1} (1-z)^b \left(\ln \frac{z}{x}\right)^{l-1} &= \left(\ln \frac{1}{x}\right)^l x^a (1-x)^b \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{m!} \left(\ln \frac{1}{x}\right)^m \frac{1}{m+s} \\ &\cdot \sum_{j=0}^m (-1)^j \left[\sum_{l=0}^j (-1)^l \frac{(a+j-l)^m}{l!(j-l)!} \right] \frac{\Gamma(b+1)}{\Gamma(b+1-j)} \left(\frac{x}{1-x}\right)^j \end{aligned} \quad (A.1)$$

我们希望上一无穷级数可以改写成下列形式:

$$\sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{m!} \left(\ln \frac{1}{x}\right)^m \frac{1}{m+s} \sum_{j=0}^m (-1)^j \left[\sum_{l=0}^j (-1)^l \frac{(a+j-l)^m}{l!(j-l)!} \right] \frac{\Gamma(b+1)}{\Gamma(b+1-j)} \left(\frac{x}{1-x}\right)^j$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} A_n(a, b, s) \left(\ln \frac{1}{x}\right)^n \quad (\text{A.2})$$

其中系数函数 $A_n(a, b, s)$ 用下列方法求得:

(1) 对 (A.2) 取极限 $x \rightarrow 1$, 得 $A_0(a, b, s)$

(2) 将 (A.2) 对 x 取一阶导数再取 $x \rightarrow 1$, 得 $-A_1(a, b, s)$,

(3) 将 (A.2) 对 x 取二阶导数再取 $x \rightarrow 1$, 得

$$A_1(a, b, s) + 2A_2(a, b, s)$$

(4) 将 (A.2) 对 x 取三阶导数再取 $x \rightarrow 1$, 得

$$-2A_1(a, b, s) - 6A_2(a, b, s) - 6A_3(a, b, s)$$

.....

最后我们得到 (12) 式:

$$\int_x^1 dx z^{s-1} (1-z)^b \left(\ln \frac{z}{x}\right)^{s-1} = \left(\ln \frac{1}{x}\right)^s x^a (1-x)^b \sum_{n=0}^{\infty} A_n(a, b, s) \left(\ln \frac{1}{x}\right)^n$$

其中

$$A_0(a, b, s) = B(s, b+1)$$

$$A_1(a, b, s) = \frac{1}{2} s B(s, b+1) + \left[a - \frac{1}{2}(s+1) \right] B(s+1, b+1)$$

$$A_2(a, b, s) = \frac{1}{24} s(3s+1) B(s, b+1) + \frac{1}{2} \left[a - \frac{1}{2}(s+1) \right] (s+1) B(s+1, b+1)$$

$$+ \frac{1}{2} \left[a^2 - a(s+2) + \frac{1}{12}(s+2)(3s+5) \right] B(s+2, b+1)$$

$$A_3(a, b, s) = \frac{1}{48} s^2(s+1) B(s, b+1)$$

$$+ \frac{1}{48} [2a - (s+1)](3s+4)(s+1) B(s+1, b+1)$$

$$+ \frac{1}{4} (s+2) \left[a^2 - a(s+2) + \frac{1}{12}(s+2)(3s+5) \right] B(s+2, b+1)$$

$$+ \frac{1}{6} \left[a^3 - \frac{3}{2} a^2(s+3) + \frac{1}{4} a(s+3)(3s+8) \right]$$

$$- \frac{1}{8} (s+2)(s+3)^2 B(s+3, b+1). \quad (\text{A.3})$$

参 考 文 献

- [1] D. J. Gross, F. Wilczek, *Phys. Rev. Lett.*, **30** (1975), 1343; *Phys. Rev.*, **D8** (1973), 3633.
H. D. Politzer, *Phys. Rev. Lett.*, **30** (1973), 1346.
- [2] H. Georgi, H. D. Politzer, *Phys. Rev.*, **D9** (1974), 416.
- [3] D. J. Gross, F. Wilczek, *Phys. Rev.*, **D9** (1974), 980.
- [4] D. Bailin, A. Love, D. Nanopoulos, *Lett. Nuovo Cim.*, **9**(1974), 501.
- [5] A. De Rujula, H. Georgi, H. D. Politzer, *Phys. Rev.*, **D10** (1974), 2141.
- [6] G. Altarelli, R. Petronzio, G. Parisi, *Phys. Lett.*, **63B** (1976), 183.
- [7] M. Gluck, E. Reya, *Phys. Rev.*, **D16** (1977), 3242; *Nucl. Phys.*, **B130** (1977), 76.

- [8] A. J. Buras, *Nucl. Phys.*, **B125** (1977), 125.
- [9] A. J. Buras, K. J. F. Gaemers, *Nucl. Phys.*, **B132** (1978), 249.
- [10] I. Hinchliffe, C. H. Llewellyn-Smith, *Nucl. Phys.*, **B128** (1977), 93.
- [11] G. Altarelli, G. Parisi, *Nucl. Phys.*, **B126** (1977), 298.
- [12] W. K. Tung, *Phys. Rev.*, **D12** (1975), 3613.
- [13] G. Fox, *Nucl. Phys.*, **B131** (1977), 107.
- [14] A. Zee, F. Wilczek, S. B. Treiman, *Phys. Rev.*, **D10** (1974), 2881.
- [15] W. Caswell, *Phys. Rev. Lett.*, **33** (1974), 244.
- [16] D. R. T. Jones, *Nucl. Phys.*, **B75** (1974), 531.
- [17] E. G. Floratos, D. A. Ross, C. T. Sachrajda, *Nucl. Phys.*, **B129** (1977), 66; *Erratum Nucl. Phys.*, **B139** (1977), 545; CERN-TH-2566 (1979); *Nucl. Phys.*, **B152** (1979), 493.
- [18] W. A. Bardeen, A. J. Buras, D. W. Duke, T. Muta, *Phys. Rev.*, **D18** (1978), 3998.
- [19] G. Altarelli, R. K. Ellis, G. Martinelli, *Nucl. Phys.*, **B134** (1978), 521; *Erratum Nucl. Phys.*, **B146** (1978), 544.
- [20] A. Gonzalez-Arroyo, C. Lopez, F. Y. Yudurain, *Nucl. Phys.*, **B153** (1979), 161; **B159** (1979), 512.
- [21] W. B. Atwood, Proceedings of Summer Institute on Particle Physics, Quantum Chromodynamics. Ed. by Anne Mosher P. 1.
- [22] R. M. Barnett, Proceedings of Summer Institute on Particle Physics, Quantum Chromodynamics. Ed. by Anne Mosher p. 416.
- [23] L. F. Abbott, W. B. Atwood, R. M. Barnett, *Phys. Rev.*, **D22** (1980), 582. L. F. Abbott, R. M. Barnett, *Ann. Phys.*, **125** (1980), 276.
- [24] L. Baulien, C. Kounnas, *Nucl. Phys.*, **B155** (1979), 429.
- [25] D. J. Gross, *Phys. Rev. Lett.*, **32** (1974), 1071; C. Lopez, F. J. Yudurain, *Nucl. Phys.*, **B171** (1980), 231.
- [26] S. J. Brodsky, G. Farrar, *Phys. Rev. Lett.*, **31** (1973), 1153; *Phys. Rev.*, **D11** (1975), 1309. R. Blankenbecler, S. J. Brodsky, *Phys. Rev.*, **D10** (1974), 2943; I. A. Schmidt, R. Blankenbecler, *Phys. Rev.*, **D16** (1977), 1318; H. D. Politzer, "Deeper Pathways in High-Energy Physics" Proceedings to Orbis Scientiae, 1977 Coral Gables ed. by A. Perlmutter, L. F. Scott. p. 621 (Plenum, New York, 1977).
- [27] A. Bodek et al., *Phys. Rev.*, **D20** (1979), 1471.
- [28] H. E. Montgomery CERN-EP/80-177 (1980)

A METHOD FOR DIRECTLY COMPUTING QCD PREDICTION FOR VALENCE QUARK DISTRIBUTION FUNCTION OF THE HADRONS IN A REASONABLE APPROXIMATION

SHEN QI-XING, WU CHI-MIN, LU JING-XIAN, ZHAO PEI-YING

(Institute of High Energy Physics, Academia Sinica)

ABSTRACT

We obtain analytic expression for valence quark distribution function from Altarelli-Parisi equation in a reasonable approximation. It is used to discuss the behaviors of structure function in e-p deep inelastic scattering. The fit between theoretical prediction and experimental data are also given.